Задание 5

На прямой расположены n стойл (даны их координаты на прямой), в которые необходимо расставить k коров так, чтобы минимальное расстояние между коровами было как можно больше. Гарантируется, что 1 < k < n

входные данные
6 3
2 5 7 11 15 20
выходные данные
9

Задание 6

Есть два принтера, один печатает лист раз в x минут, другой раз в y минут. За сколько минут они напечатают N листов? N>0. Нельзя решать формулой.

Задание 7

Имеется отсортированный массив из n целых чисел, который был циклически сдвинут неизвестное число раз. Напишите код для поиска элемента в массиве.

Предполагается, что массив изначально был отсортирован по возрастанию.

Пример:

Ввод: найти 5 в {15, 16, 19, 20, 25, 1, 3, 4, 5, 7, 10, 14}.

Вывод: 8 (индекс числа 5 в массиве).

Задание 16

Даны два целочисленных массива A и B размера m и n, соответственно. Необходимо найти пересечение этих массивов. Числа в пересечении могут располагаться в любом порядке.

Пример:

Input: A[] = {1,4,3,2,5, 8,9} , B[] = {6,3,2,7,5}

Output: {3,2,5}

Input : A[] = {3,4,6,7,10, 12, 5}, B[] = {7,11,15, 18}

Output: {7}

Задание 17

У вас есть n монет и вы хотите выстроить их в форме лестницы, где на k-ом ряду будет ровно k монет. Найдите количество полных рядов, которые будут сформированы. n - неотрицательное число в пределах int32.

Задание 18

Предложите алгоритм, который ищет значение (true/false) в матрице m*n

- Числа в каждом ряду отсортированы по возрастанию
- Первое число каждого ряда больше, чем последнее число предыдущего ряда

Пример

1	3	5	7
10	11	16	20
23	30	34	60

Задание 19

Дана матрица n*n, где столбцы и строки отсортированы по возрастанию. Необходимо найти k-й минимальный элемент матрицы.

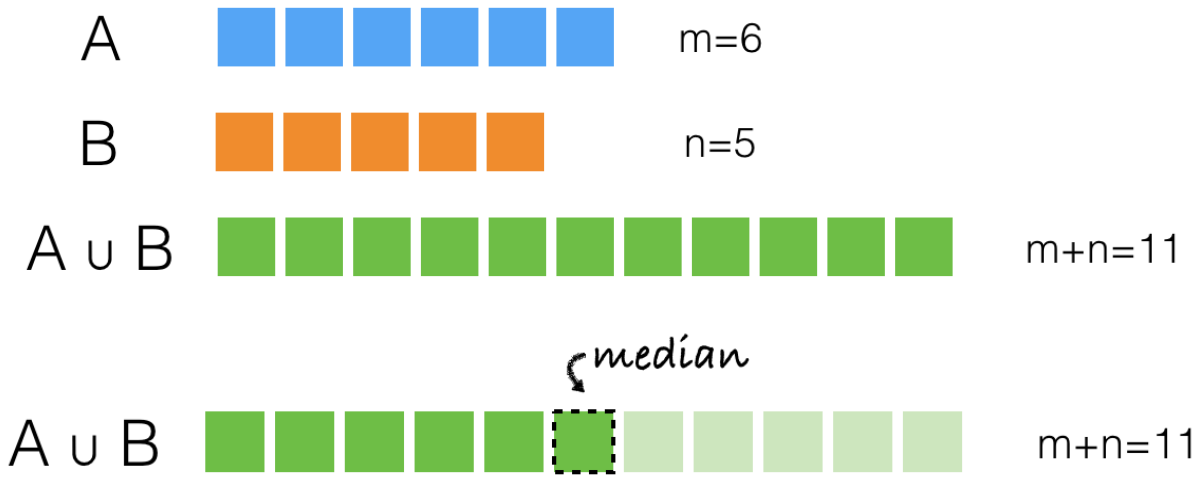
Пример:

```
matrix = [
   [ 1,  5,  9],
   [10, 11, 13],
   [12, 13, 15]
],
k = 8,

return 13.
```

Задание 20

Даны два отсортированных массива. Требуется найти их медиану.



Задание 1

Дан массив из 2n элементов. Требуется разбить его на n пар (a_1, b_1), (a_2, b_2)... так, чтобы сумма min(a_i, b_i) была максимальной.

Пример

Ввод: [1, 4, 3, 2]

Вывод: 4

Объяснение, n = 2; min(3, 4) + min(1, 2) = 3 + 1 = 4

Задание 2

Дан массив неотрицательных целых чисел. Необходимо найти максимально возможный периметр треугольника, который можно сформировать, используя длины, имеющиеся в массиве. В случае, если это невозможно, выведите -1

Пример

Ввод: [6, 4, 2, 4, 1, 6, 7, 4, 8, 3, 5]
Вывод: 21
Ввод: [2, 20, 7, 55, 1, 33, 12, 4]
Вывод: -1

Задание 3

Дан массив из n целых чисел. Требуется определить минимальную абсолютную разность X между элементами массива и вывести в порядке возрастания все пары элементов, разность между которыми равна X

Пример

Ввод: [1, 4, 3, 2]
Вывод: [[1, 2], [2, 3], [3, 4]]

Задание 4

Дан массив из n целых чисел. Требуется вывести все тройки чисел a, b и c такие, что a + b + c = 0,

Пример

Ввод: [-1, 0, 1, 2, -1, -4]
Вывод: [[-1, 0, 1], [-1, -1, 2]]

Задание 5

Дан связный список. Необходимо отсортировать его, используя сортировку вставками.

Пример

Ввод: 8->0->1->3
Вывод: 0->1->3->8

1. В последовательности записаны целые числа от 1 до N в произвольном порядке, но одно из чисел пропущено (остальные встречаются ровно по одному разу). N заранее неизвестно. Определить пропущенное число.
2. В последовательности записаны целые числа. Одно из чисел встречается ровно один раз, остальные — по два раза. Найти число, которое встречается один раз.
3. Дан массив целых чисел. Требуется найти равновесный индекс, то есть такой индекс, что сумма всех элементов с меньшими индексами равняется сумме элементов с большими индексами, или вывести -1 если такое невозможно. Пример: -7, 1, 5, 2, -4, 3, 0. Ответ: 3, потому что -7+1+5 = -4+3 = -1
4. Дан массив целых чисел, необходимо определить, существует ли в данном массиве подмассив с нулевой суммой элементов.

Примеры:

- [4, 2, -3, 1, 6] -> да, 2-3+1=0
- [4, 2, 0, 1, 6] -> да, [0] является подмассивом с нулевой суммой элементов
- [-3, 2, 3, 1, 6] -> нет

5. Дана последовательность натуральных чисел. Необходимо найти максимально возможную сумму её непрерывной подпоследовательности, в которой количество чётных элементов кратно $k = 10$.
6. В длинной очереди стоят люди. Для каждого из них, кроме последнего, записали его имя и имя того, кто стоит за ним. Полученные записи перемешали и записали в файл. Требуется за один просмотр файла определить имена первого и последнего человека. Известно, что эти имена различны (иначе задача неразрешима), но, в общем, имена могут повторяться. Имя каждого человека состоит из шестнадцати 8-битных символов.
7. В последовательности записаны целые числа, больше половины из которых равны одному и тому же числу X. За один просмотр последовательности найти это число.
8. В последовательности записаны целые неотрицательные числа, меньшие M, причём известно, что каждое число встречается не более одного раза. Найти наименьшее число, которое в этой последовательности не встречается.
9. В последовательности записано M+1 целое неотрицательное число, все числа меньше M. Найти какое-нибудь число, которое встречается хотя бы дважды.

12. Дан массив целых чисел, необходимо найти k-й максимальный элемент в массиве.
Пример: arr = [7, 4, 5, 3, 9, 1]; k = 2 -> res = 7
13. На вход программе последовательно подаются целые числа. Необходимо найти медиану введенных на данный момент чисел. Дубликатов нет.
Пример: 5, 15, 1, 3 -> Вывод: 5, 10, 5, 4
14. Даны k отсортированных по возрастанию связных списков, необходимо объединить их в один отсортированный по возрастанию список.
Пример:
1->5->7
2->3->6->9
4->8->10
Вывод: 1->2->3->4->5->6->7->8->9->10

10. Дан набор из n отрезков на прямой, заданных координатами начал и концов [li, ri]. Требуется найти любую точку на прямой, покрытую наибольшим количеством отрезков.
11. Дан набор из n отрезков на прямой, заданных координатами начал и концов [li, ri]. Требуется найти суммарную длину их объединения.
12. Даны q точек. Надо для каждой точки определить, скольким отрезкам (из задач выше) принадлежит данная точка.

Задание 5

На прямой расположены n стойл (даны их координаты на прямой), в которые необходимо расставить k коров так, чтобы минимальное расстояние между коровами было как можно больше. Гарантируется, что 1 < k < n

=========

ОТВЕТ:

https://wiki.algocode.ru/index.php?title=Бинарный_поиск_по_ответу

https://ru.algorithmica.org/cs/interactive/answer-search/ более аккуратное решение

Обозначим искомое минимальное расстояние за X и делаем бинарный поиск по ответу, где минимум - 0, а максимум - разность координат самого ближнего и самого дальнего стойла + 1.

входные данные

6 3

2 5 7 11 15 20

выходные данные

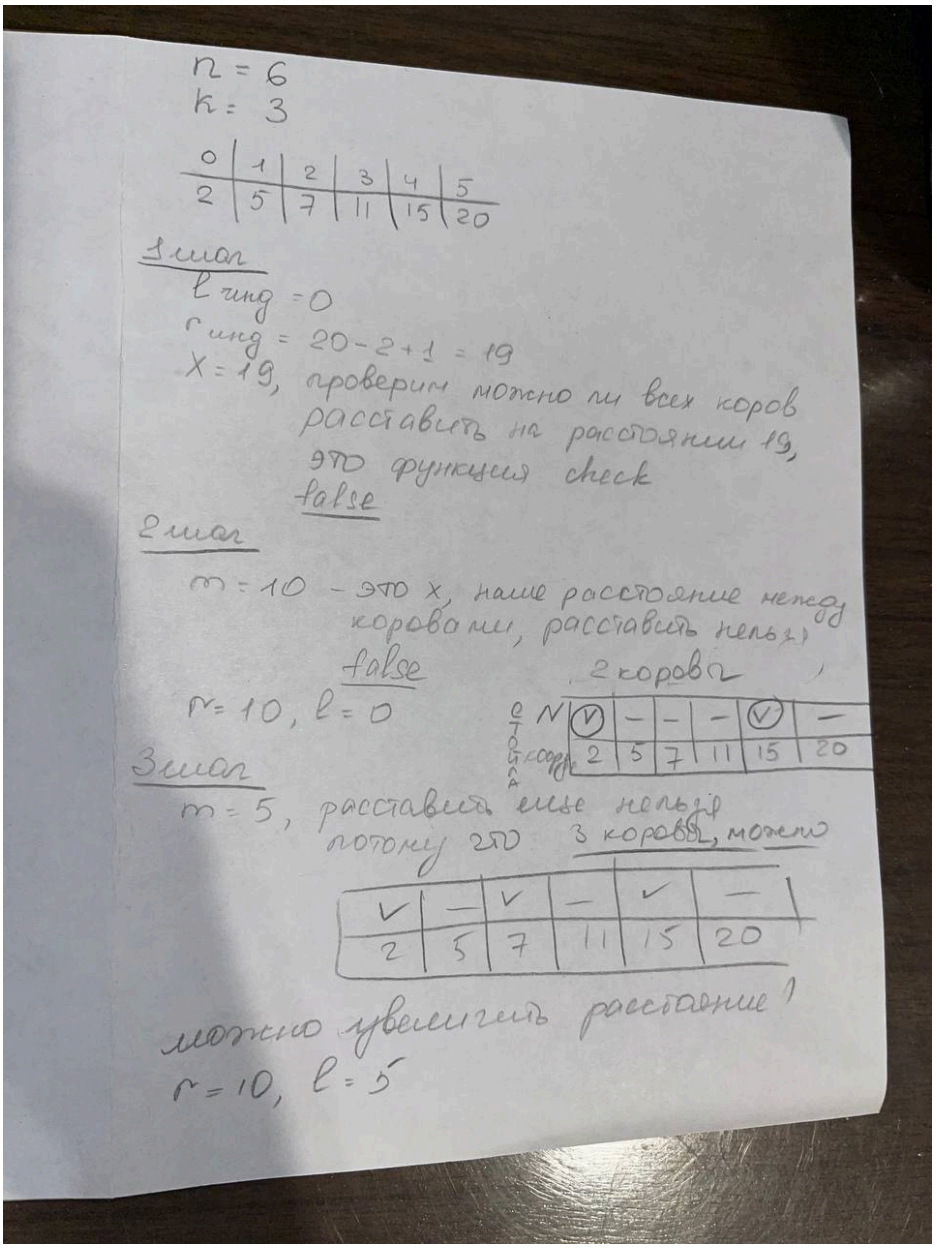
9

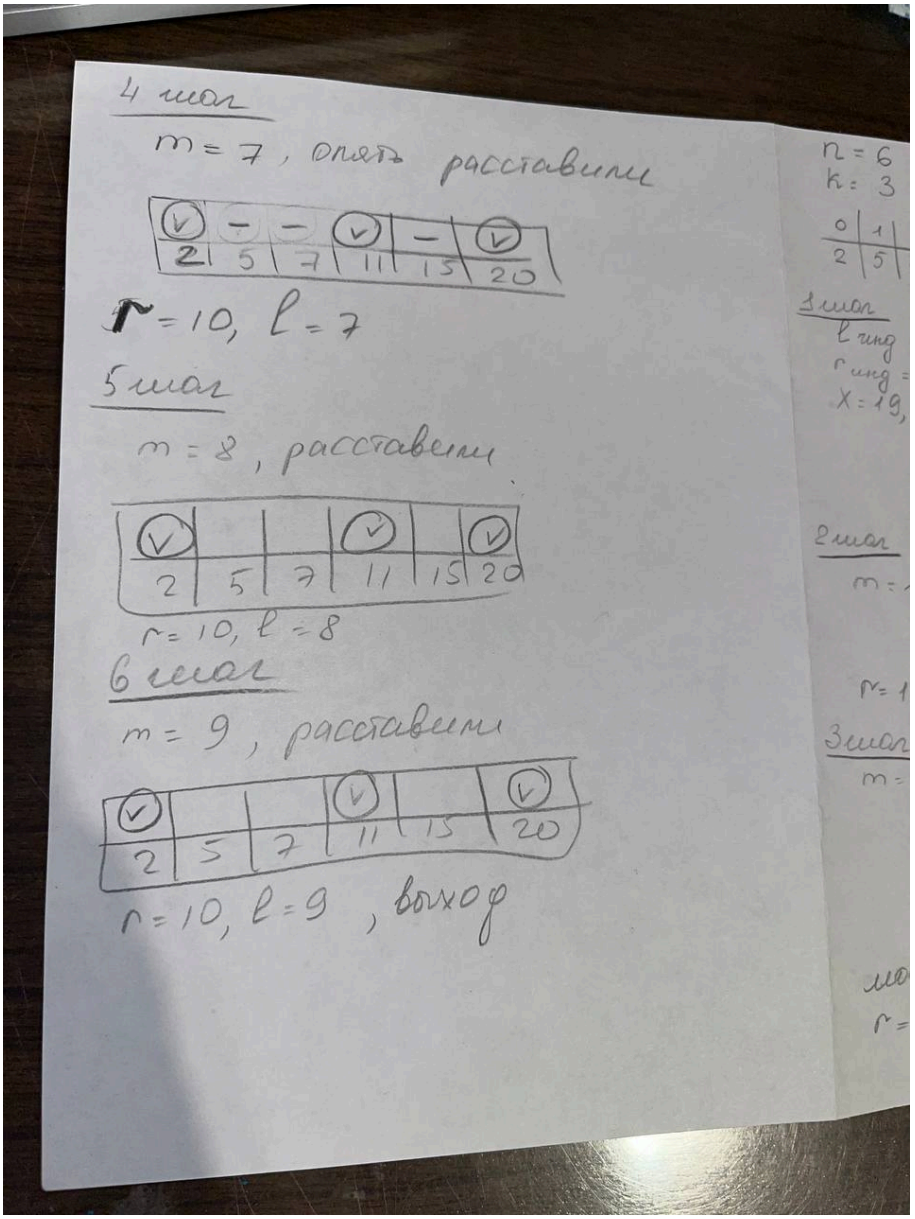
Код решения:

```
bool check(int x) {
    int cows = 1;
    int last_cow = coords[0];
    for (int c : coords) {
        if (c - last_cow >= x) {
            cows++;
            last_cow = c;
        }
    }
    return cows >= k;
}
```

```
int solve() {
    sort(coords.begin(), coords.end());
    int l = 0; // так как коров меньше, чем стойл, x = 0 нам всегда хватит
    // по условию есть хотя бы 2 коровы,
    // которых мы в лучшем случае отправим в противоположные стойла:
    int r = coords.back() - coords[0] + 1;
    while (r - l > 1) {
        int m = (l + r) / 2;
        if (check(m))
            l = m;
        else
            r = m;
    }
    return l;
}
```

разбор примера из условия





4 шаг

m = 7, опять расставили

✓	–	–	✓	–	✓
2	5	7	11	15	20

r = 10, l = 7

5 шаг

m = 8, расставили

✓			✓		✓
2	5	7	11	15	20

r = 10, l = 8

6 шаг

m = 9, расставили

✓			✓		✓
2	5	7	11	15	20

r = 10, l = 9, выход

n = 6
k = 3

0	1
2	5

3 шаг
l ung
r ung =
X = 19,

2 шаг
m =

r = 1

3 шаг
m =

мо
r =

==========

Задание 6

Есть два принтера, один печатает лист раз в x минут, другой раз в y минут. За сколько минут они напечатают N листов? N>0. Нельзя решать формулой.

==========

ОТВЕТ:

https://wiki.algocode.ru/index.php?title=Бинарный_поиск_по_ответу

Берем границы, например, 0 и Nx (потому что два принтера напечатают N листов не медленнее чем один принтер)

==========

Задание 7

Имеется отсортированный массив из n целых чисел, который был циклически сдвинут неизвестное число раз. Напишите код для поиска элемента в массиве.

Предполагается, что массив изначально был отсортирован по возрастанию.

Пример:

Ввод: найти 5 в {15, 16, 19, 20, 25, 1, 3, 4, 5, 7, 10, 14}.

Вывод: 8 (индекс числа 5 в массиве).

==========

ОТВЕТ:

https://tproger.ru/problems/searching-element-in-array/

Идея: Массив после сдвига состоит из двух отсортированных кусочков. Сначала бинпоиском можно найти “точку разрыва” (находим середину и смотрим, левому или правому массиву она принадлежит), а потом в нужном подмассиве ищем элемент.
В случае равных элементов придется проверять оба подмассива, поэтому логарифмическая сложность превратится в линейную.

Задание 16

Даны два целочисленных массива A и B размера m и n, соответственно. Необходимо найти пересечение этих массивов. Числа в пересечении могут располагаться в любом порядке.

Пример:

Input: A[] = {1,4,3,2,5, 8,9} , B[] = {6,3,2,7,5}

Output: {3,2,5}

Input : A[] = {3,4,6,7,10, 12, 5}, B[] = {7,11,15, 18}

Output: {7}

=========

ОТВЕТ

https://afteracademy.com/blog/find-the-intersection-of-two-unsorted-arrays

Рассмотреть надо первые два решения:

1. Brute force, перебираем все элементы за O(m*n)
2. Сортируем массив B и для каждого элемента из A делаем бинарный поиск за O(n*log(n) + m*log(n))
3. Сортируем оба массива и идем двумя указателями за O(n*log(n) + m*log(m))
4. Делаем хэш-таблицу из массива B и ищем в ней каждый элемент из A за O(n+m)

Approach	Time Complexity	Space Complexity
Using Nested Loops	O(m*n)	O(1)
Sorting and binary search	O(nlogn + mlogn)	O(1) (Heap Sort) O(n) (Merge Sort)
Sorting and two-pointer approach	O(mlogm + nlogn)	O(1) (Heap Sort) O(n) (Merge Sort)
Hash Table	O(n+m)	O(n)

original
Problem Description: Given two integer arrays A[] and B[] of size m and n, respectively. We need to find the intersection of these two arrays. The intersection of two arrays is a list of distinct numbers which are present in both the arrays. The numbers in the intersection can be in any order.
==========

Задание 17

У вас есть n монет и вы хотите выстроить их в форме лестницы, где на k-ом ряду будет ровно k монет. Найдите количество полных рядов, которые будут сформированы. n - неотрицательное число в пределах int32.

==========

ОТВЕТ

https://just4once.gitbooks.io/leetcode-notes/content/leetcode/binary-search/441-arranging-coins.html

Бинарный поиск по ответу, на основе того что x(x+1) / 2 <= n, а максимальное значение x = n

original

You have a total of n coins that you want to form in a staircase shape, where every k-th row must have exactly k coins.

*Givenn, find the total number of **full** staircase rows that can be formed.*

n is a non-negative integer and fits within the range of a 32-bit signed integer.

==========

Задание 18

Предложите алгоритм, который ищет значение (true/false) в матрице m*n

- Числа в каждом ряду отсортированы по возрастанию
- Первое число каждого ряда больше, чем последнее число предыдущего ряда

Пример

1	3	5	7
10	11	16	20
23	30	34	60

==========

ОТВЕТ

https://medium.com/theleanprogrammer/74-search-a-2d-matrix-5383443563a1

Плохое решение - делать бинпоиск по каждому ряду за O(m*log(n))

Хорошее решение - делать бинпоиск по всей матрице сразу за O(log(nm))

original

Write an efficient algorithm that searches for a value in a `m x n` matrix.
This matrix has the following properties:

- Integers in each row are sorted from left to right.
- The first integer of each row is greater than the last integer of the previous row.

Example 1:

1	3	5	7
10	11	16	20
23	30	34	60

```
Input: matrix = [[1,3,5,7],[10,11,16,20],[23,30,34,60]], target = 3
Output: true
```

==========

Задание 19

Дана матрица n*n, где столбцы и строки отсортированы по возрастанию. Необходимо найти k-й минимальный элемент матрицы.

Пример:

```
matrix = [
   [ 1,  5,  9],
   [10, 11, 13],
   [12, 13, 15]
],
k = 8,

return 13.
```

==========

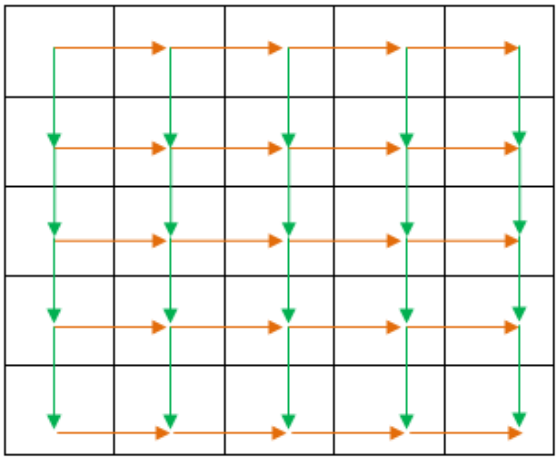
ОТВЕТ

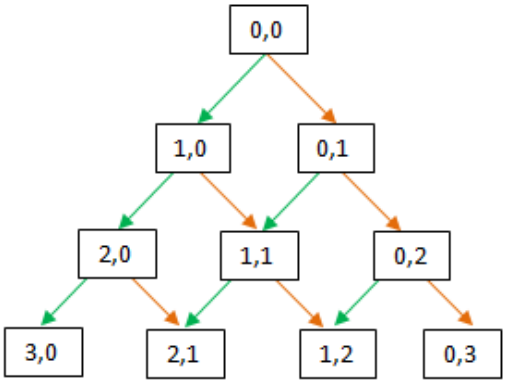
https://ayoubomari.medium.com/kth-smallest-element-in-sorted-matrix-b20400cf878e

Возможные решения:

1. Brute force за O(N^2*log(N*2)) - объединить в массив, посортировать, взять элемент k
2. Воспользуемся сортированностью строк и будем мерджить - если делать последовательно, то O(N^3), если “пирамидкой”, то O(N^2*log(N)), что хуже чем предыдущий метод
3. Если использовать очередь с приоритетами, то работает за O(k*log(k))

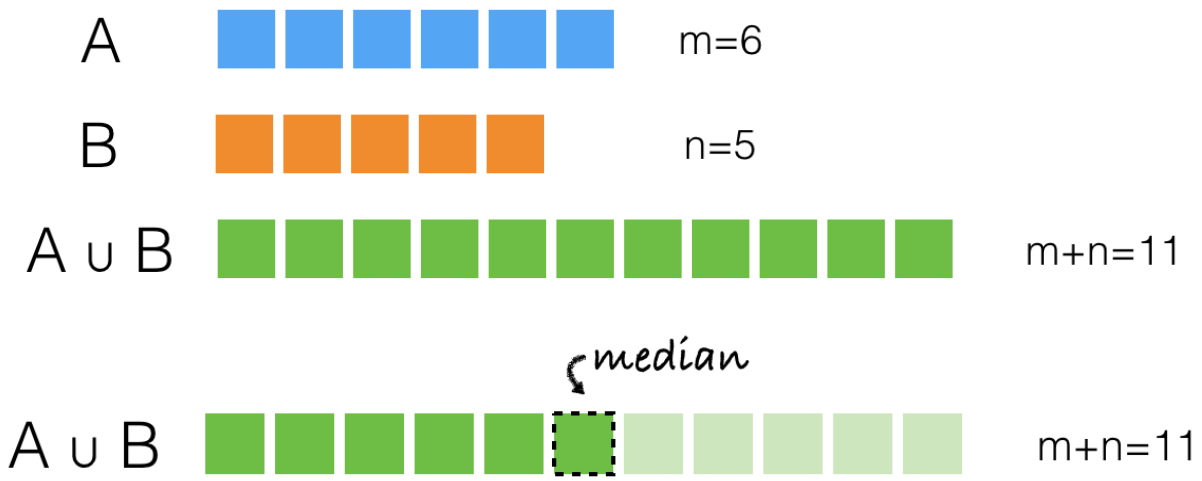
Почему можно использовать очередь с приоритетами -





==========

Задание 20
Даны два отсортированных массива. Требуется найти их медиану.



========
ОТВЕТ
https://medium.com/@hazemu/finding-the-median-of-2-sorted-arrays-in-logarithmic-time-1d3f2ecbeb46
(Оригинал на литкоде https://leetcode.com/problems/median-of-two-sorted-arrays/)

Идея: для поиска медианы надо знать только элементы до этой самой медианы (первую половину объединенного массива), а для этого можно определить бинпоиском размер вклада массива A в эту половину.
==========

Sources:

1. https://lenchen.medium.com/leetcode-561-array-partition-i-71541575b3ff
2. https://www.geeksforgeeks.org/maximum-perimeter-triangle-from-array/
3. https://afteracademy.com/blog/minimum-absolute-difference-in-an-array
4. https://fizzbuzzed.com/top-interview-questions-1/
5. https://afteracademy.com/blog/sort-a-linked-list-using-insertion-sort

1. В последовательности записаны целые числа от 1 до N в произвольном порядке, но одно из чисел пропущено (остальные встречаются ровно по одному разу). N заранее неизве стно. Определить пропущенное число.
   Решение - посчитать сумму S и количество K, пропущенное число - (K+1)(K+2)/2 - S

2. В последовательности записаны целые числа. Одно из чисел встречается ровно один раз, остальные — по два раза. Найти число, которое встречается один раз.
   Пройтись по всем числам и найти их XOR. *Можно подумать про аналогичные задачи, где X встречается 1-2 раза, а остальные числа 3 раза **(решение в троичной системе счисления)**, а также где X встречается 1-3*

раза, а остальные числа 4 раза. Ответы - задачи 3 и 4
https://habr.com/ru/post/243819/

3. Дан массив целых чисел. Требуется найти равновесный индекс, то есть такой индекс, что сумма всех элементов с меньшими индексами равняется сумме элементов с большими индексами, или вывести -1 если такое невозможно.
   Пример: -7, 1, 5, 2, -4, 3, 0. Ответ: 3, потому что -7+1+5 = -4+3 = -1
   Идеи решения
   a. **Перебирать все индексы и считать суммы слева и справа - квадрат**
   b. **Найти сумму всех элементов, а вторым проходом считать сумму элементов слева от текущего и сравнивать - линия**
   c. **Посчитать префиксную сумму слева и справа, а потом найти точку равенства - линия**
      https://www.geeksforgeeks.org/equilibrium-index-of-an-array/

4. Дан массив целых чисел, необходимо определить, существует ли в данном массиве подмассив с нулевой суммой элементов.
   Примеры:
   - [4, 2, -3, 1, 6] -> да, 2-3+1=0
   - [4, 2, 0, 1, 6] -> да, [0] является подмассивом с нулевой суммой элементов
   - [-3, 2, 3, 1, 6] -> нет

   Решения:
   - **Перебор всех подмассивов за квадрат**
   - **Подсчет префиксной суммы для всех элементов и складывание их в сет. Как только префиксная сумма повторяется, значит, есть подмассив нулевой длины.**
   - **https://www.geeksforgeeks.org/find-if-there-is-a-subarray-with-0-sum/**

5. Дана последовательность натуральных чисел. Необходимо найти максимально возможную сумму её непрерывной подпоследовательности, в которой количество чётных элементов кратно $k = 10$.
   Будем последовательно считывать числа из файла. В массив lefts будем записывать первые встречающиеся суммы с количеством чётных элементов, делящимся на 10 с остатком от нуля до девяти. В массив rights также будем записывать суммы с количеством чётных элементов, делящимся на 10 с остатком от нуля до девяти. Если будет встречено несколько сумм с одним и тем же остатком, в массив rights будет записана сумма, встретившаяся позже. Если после считывания всех чисел из файла значение в переменной count не кратно 10, тогда будем проверять разности элементов массивов rights и lefts с соответствующими индексами и выводить на экран наибольшую из таких разностей — это и будет искомой максимальной суммой.
   https://inf-ege.sdamgia.ru/problem?id=38961

6. В длинной очереди стоят люди. Для каждого из них, кроме последнего, записали его имя и имя того, кто стоит за ним. Полученные записи перемешали и записали в файл. Требуется за один просмотр файла определить имена

первого и последнего человека. Известно, что эти имена различны (иначе задача неразрешима), но, в общем, имена могут повторяться. Имя каждого человека состоит из шестнадцати 8-битных символов.

7. В последовательности записаны целые числа, больше половины из которых равны одному и тому же числу X. За один просмотр последовательности найти это число.

8. В последовательности записаны целые неотрицательные числа, меньшие M, причём известно, что каждое число встречается не более одного раза. Найти наименьшее число, которое в этой последовательности не встречается.

9. В последовательности записано M+1 целое неотрицательное число, все числа меньше M. Найти какое-нибудь число, которое встречается хотя бы дважды.

Решения последних четырех задач - https://habr.com/ru/post/243819/

1. Дан массив целых чисел, необходимо найти k-й максимальный элемент в массиве.
   Пример: arr = [7, 4, 5, 3, 9, 1]; k = 2 -> res = 7
   1. **вар. 1. Строим max-heap и удаляем (k-1) первых элементов. k-й наибольший будет в корне.**
   2. **Вар. 2. Строим min-heap на k элементов, а все остальные элементы добавляем в кучу, заменяя корень (если элемент больше корня). Так в куче останется k самых больших элементов и k-й будет в корне.**
   3. https://www.techiedelight.com/find-kth-largest-element-array/
2. На вход программе последовательно подаются целые числа. Необходимо найти медиану введенных на данный момент чисел. Дубликатов нет.
   Пример: 5, 15, 1, 3 -> Вывод: 5, 10, 5, 4
   1. **Сортировка вставками - квадрат**
   2. **Две кучи - max-heap для элементов слева от медианы и min-heap для элементов справа от медианы. Когда общее число элементов четно, берем среднее двух корней, когда нечетно - берем корень большей кучи**

   https://www.geeksforgeeks.org/median-of-stream-of-integers-running-integers/
3. Даны k отсортированных по возрастанию связных списков, необходимо объединить их в один отсортированный по возрастанию список.
   Пример:
   1->5->7
   2->3->6->9
   4->8->10
   Вывод: 1->2->3->4->5->6->7->8->9->10
   1. **Если k=2, то сравниваем два корня и объединяем за O(m+n), где m и n - длины списков**
   2. **Для k>=3 можно объединить все списки в один друг за другом, а потом сделать merge sort за O(NlogN), где N - суммарное число элементов**

3. **Строим min-heap из первых элементов списков. Затем извлекаем корень из кучи и добавляем в нее элемент из того списка, из которого был извлеченный элемент, до тех пор, пока не кончатся элементы. O(Nlogk) по времени и O(k) по памяти**
4. **Разделяй и властвуй - объединяем два списка в 1, еще два списка в 1, потом эти объединенные списки в 1 и так далее. Слияние двух списков - O(N), количество слияний - O(logk) -> O(Nlogk) по времени и O(1) дополнительной памяти**

https://www.techiedelight.com/efficiently-merge-k-sorted-linked-lists/

1. Дан набор из n отрезков на прямой, заданных координатами начал и концов $[l_i, r_i]$. Требуется найти любую точку на прямой, покрытую наибольшим количеством отрезков.
   Имеет смысл рассматривать только “интересные” точки - те, в которых начинается или заканчивается отрезок - и считать количество отрезков, их покрывающих. Простой перебор - n^2, использование сортировки - nlogn, надо обратить внимание на точки, где и начинаются, и заканчиваются отрезки - должны быть учтены и те и те.
   https://ru.algorithmica.org/cs/decomposition/scanline/
2. Дан набор из n отрезков на прямой, заданных координатами начал и концов $[l_i, r_i]$. Требуется найти суммарную длину их объединения.
   Аналогично предыдущей задаче, считаем длину отрезка между интересными точками, прерывая объединение если число отрезков, покрывающих точку, стало равным нулю.
3. Даны q точек. Надо для каждой точки определить, скольким отрезкам (из задач выше) принадлежит данная точка.
   Считаем все точки и почитаем их фиктивным отрезком (не добавляющимся в сумму отрезков). Потом сделаем сортировку все отрезков и получим решение за O((n+q)log(n+q))