ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6
Исследование характеристик звеньев САУ. Часть 2

Цель занятия

Занятие посвящено исследованию временных и частотных характеристик типовых звеньев систем автоматического управления (САУ): инерционного звена 2-го порядка (консервативного, колебательного и апериодического 2-го порядка), а также интегро-дифференцирующего звена первого порядка.

Исследование проводится при помощи программы схемотехнического анализа *Micro-Cap*, что позволяет осваивать основные приемы использования этой программы и ее возможности.

Задачи лабораторной работы

293298368. Получить временные характеристики указанных звеньев: переходную характеристику и импульсную характеристику.

293298369. Получить частотные характеристики указанных звеньев: логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ), логарифмическую фазо-частотную характеристику (ЛФЧХ) и амплитудно-фазовую характеристику (АФЧХ).

293298370. Определить основные параметры логарифмических амплитудно-частотных характеристик: частоты сопряжения, величину наклона линейного участка ЛАЧХ, максимальный фазовый сдвиг ЛФЧХ и показать их связь с параметрами передаточной характеристики в операторной форме.

293298371. Построить асимптотические ЛАЧХ для рассмотренных звеньев САУ.

Введение

Для построения звеньев, имеющих передаточные функции в операторной форме, в *Micro-Cap* используется специальные типы источника – источники Лапласа (*Laplace Sources*). При построении исследуемых схем используется источник напряжения, управляемый напряжением – *LFVofV*. Передаточная функция этого источника записывается в виде *F(s)*, например, *1/(1+.001*s+1E-8*s*s)*. Запись передаточных функций в виде *F(s)* – это альтернативная (принятая в США) форма записи выражений в операторной форме, в которой вместо условного обозначения оператора Лапласа используется не p, а s.

Кроме того, специально для проведения лабораторных работ в *MicroCap* выполнен набор функциональных блоков САУ, в которых передаточные функции уже заданы. Для их использования достаточно

указать параметры этих звеньев (коэффициент передачи K, постоянную времени TT или TAU, коэффициент затухания EE и т.п.). Этот набор функциональных блоков добавлен в версию *Micro-Cap,* которую можно скачать с кафедрального сайта.

При выполнении работы необходимо задать модель каждого из исследуемых звеньев двумя способами: источником *LFVofV* и соответствующим функциональным блоком.

Для исследования характеристик схем на вход подключается два функциональных источника NFV: генератор дельта-функции (задается параметром VALUE=Impulse(1E3)) и генератор ступенчатой функции (задается параметром VALUE=STP(1M)). Для обоих источников FREQ=1 (для возможности исследования поведения звена в частотной области).

Переключение источников осуществляется переключателем *S*. Это компонент *Animated SPDT Switch*, находящийся в разделе *Animation.* Переключение выполняется щелчком мыши по переключателю *S*.

Рабочее задание

1. Исследование консервативного звена

1.1. Загрузить с сайта схему исследования консервативного звена (рис. 6.1). В директиве .Define NN указать номер варианта (на рис. 6.1 приведен пример для 30-го варианта).

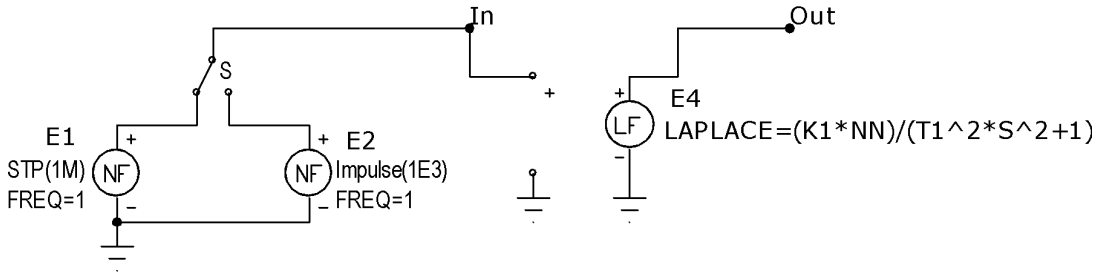


Рисунок 6.1 – Схема исследования консервативного звена

1.2. Переключателем *S* подключить источник *E1* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить переходную характеристику исследуемого звена (реакцию на единичную функцию). Время расчета 5 с. Максимальный шаг расчета 1 мс. На одном графике вывести зависимость напряжения от времени в узле *In*, на втором – в узле *Out*.

В заголовке графика указать группу и номер варианта. Для этого щелкнуть мышью по полю графика, в открывшемся окне выбрать вкладку *Plot* и исправить запись в поле *Title* (рис. 6.2).

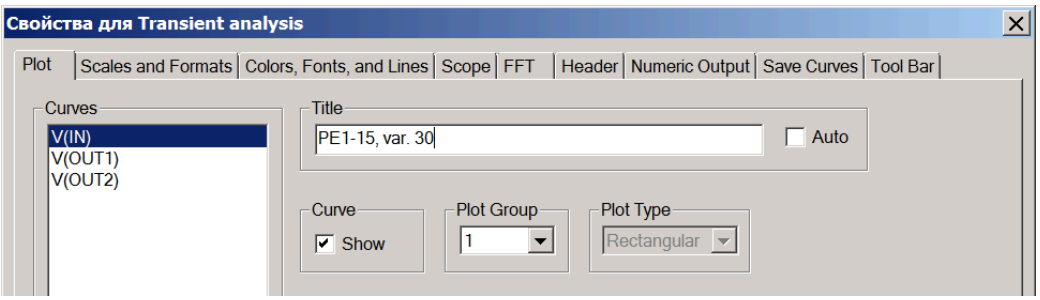


Рисунок 6.2 – Задание в заголовке графика номера группы и варианта

1.3. Переключателем *S* подключить источник *E2* к входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить импульсную характеристику (функцию веса) исследуемого звена (реакцию на дельта-функцию). На одном графике вывести зависимость напряжения от времени в узле *In*, на втором – в узле *Out*.

1.4. В режиме анализа *AC* получить логарифмическую амплитудно-частотную (ЛФЧХ) и логарифмическую фазо-частотную (ЛФЧХ) характеристики исследуемого звена. Частотный диапазон 0.1 мГц–10 кГц, число точек 10001, шаг по оси частот логарифмический. Масштаб по оси *Y* для ЛАЧХ от 0 до 120 дБ, шаг сетки 20 дБ. Масштаб по оси Y для ЛФЧХ от -180° до 180°, шаг сетки 90°. Построения проводятся для циклической частоты ω, поэтому в поле *X Expression* задано выражение *2*PI*F.* Соответствующим образом корректируются границы диапазона в графе *X range.*

В заголовке графика указать группу и номер варианта (так же, как в п. 1.1).

Рассчитать наклон графика ЛАЧХ (размерность – дБ на декаду).

1.5. Построить касательные (асимптоты) для наклонного и плоского участка ЛАЧХ до точки их пересечения. Касательные строятся средствами рисования Micro-Cap.

Определить круговую частоту ω_1 в точке пересечения асимптот (частоту сопряжения). Частоту определять в курсорном режиме (*F8*). Сравнить полученное значение частоты с теоретическим значением круговой частоты сопряжения $\omega_1=1/T1$.

По ЛАЧХ определить величину фазового сдвига φ_1 на частоте сопряжения ω_1.

1.6. В режиме анализа AC получить семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена при разных значениях коэффициента передачи *K1*: 1,10,100.

На полученном семействе графиков расставить метки (команда *Label Branches* меню *Scope*). При расстановке меток задать *X*=0.1.

Удалить метки командой *Delete All Objects* меню *Scope.*

Сделать вывод о характере влияния коэффициента передачи *K1* на ЛАЧХ и ЛФЧХ звена.

1.7. В режиме анализа AC получить семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена при разных значениях постоянной времени *T1*: 0.01,0.1,1.

На полученном семействе графиков расставить метки (команда *Label Branches* меню *Scope*). При расстановке меток на ЛАЧХ задать X=10. При расстановке меток на ЛФЧХ задать X=1.

Удалить метки командой *Delete All Objects* меню *Scope.* *Отключить степинг.*

Сделать вывод о характере влияния постоянной времени *T1* на ЛАЧХ и ЛФЧХ звена.

1.8. В режиме анализа AC получить АФЧХ исследуемого звена (годограф). Масштабы по осям: *X Range* — 15k,-15k,5k; *Y Range* — autoalways.

2. Исследование колебательного звена

2.1. Загрузить схему исследования колебательного звена (рис. 6.3). В директиве .Define NN указать номер варианта (на рис. 6.3 приведен пример для 30-го варианта).

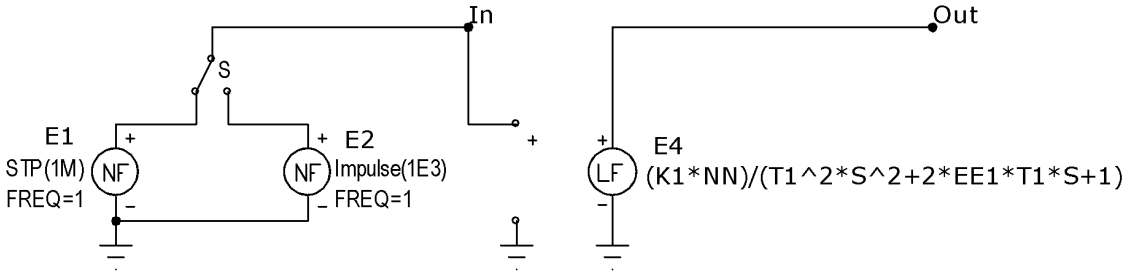


Рисунок 6.3 – Схема исследования колебательного звена

2.2. Переключателем *S* подключить источник *E1* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить переходную характеристику исследуемого звена. В заголовке графика указать группу и номер варианта.

2.3. Переключателем *S* подключить источник *E2* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить импульсную характеристику исследуемого звена.

2.4. В режиме анализа *AC* получить ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена как зависимость от круговой частоты $\omega=2\pi f$. В заголовке графика указать группу и номер варианта. Рассчитать наклон графика ЛАЧХ (размерность – дБ на декаду).

2.5. Построить касательные (асимптоты) для наклонного и плоского участка ЛАЧХ до точки их пересечения. Касательные строятся средствами рисования Micro-Cap.

Определить круговую частоту ω_1 и частоту f_1 в точке пересечения асимптот (частоту сопряжения). Частоту определять в курсорном режиме (*F8*). Сравнить полученное значение частоты с теоретическим значением частоты сопряжения $\omega_1=1/T1$ ($f_1=2\pi/T1$).

По ЛАЧХ определить величину фазового сдвига φ_1 на частоте сопряжения ω_1.

2.6. В режиме анализа AC получить семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена при разных значениях коэффициента передачи *K1*: 1,10,100.

На полученном семействе графиков расставить метки (команда *Label Branches* меню *Scope*). При расстановке меток задать *X*=0.1.

Удалить метки командой *Delete All Objects* меню *Scope*.

Сделать вывод о характере влияния коэффициента передачи *K1* на ЛАЧХ и ЛФЧХ звена.

2.7. В режиме анализа AC получить семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена при разных значениях постоянной времени $T1$: 0.01,0.1,1.

На полученном семействе графиков расставить метки (команда *Label Branches* меню *Scope*). При расстановке меток на ЛАЧХ задать X=100. При расстановке меток на ЛФЧХ задать X=10.

Удалить метки командой *Delete All Objects* меню *Scope.*

Сделать вывод о характере влияния постоянной времени $T1$ на ЛАЧХ и ЛФЧХ звена.

2.8. В режиме анализа AC получить семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена при разных значениях коэффициента затухания $EE1$: 0.1,0.2,0.5,1.

На полученном семействе графиков расставить метки (команда *Label Branches* меню *Scope*). При расстановке меток на ЛАЧХ задать X=10. При расстановке меток на ЛФЧХ задать X=5.

Сделать вывод о характере влияния коэффициента затухания $EE1$ на ЛАЧХ и ЛФЧХ звена.

Удалить метки командой *Delete All Objects* меню *Scope.* *Отключить степинг.*

2.9. В режиме анализа *AC* получить АФЧХ исследуемого звена (годограф). Масштабы по обеим осям (X и Y): *AutoAlways*.

3. Исследование апериодического звена 2-го порядка

3.1. Загрузить схему исследования апериодического звена 2-го порядка (рис. 6.4). В директиве .Define NN указать номер варианта (на рис. 6.4 приведен пример для 30-го варианта).

3.2. Переключателем S подключить источник *E1* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить переходную характеристику исследуемого звена. В заголовке графика указать группу и номер варианта.

3.3. Переключателем *S* подключить источник *E2* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить импульсную характеристику исследуемого звена.

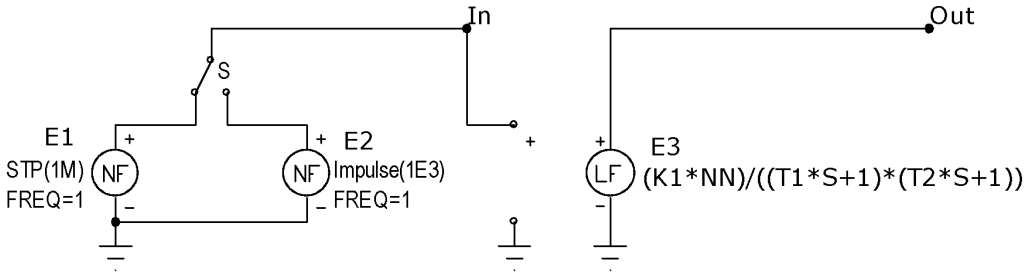


Рисунок 6.4 – Схема исследования апериодического звена 2-го порядка

3.4. В режиме анализа *AC* получить ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена в зависимости от круговой частоты $\omega=2\pi f$. В заголовке графика указать группу и номер варианта. Рассчитать наклон графика ЛАЧХ (размерность – дБ на декаду).

3.5. Построить касательные (асимптоты) для наклонного и плоского участка ЛАЧХ до точки их пересечения. Касательные строятся средствами рисования Micro-Cap.

Определить частоты ω_1 и ω_2 в точках пересечения асимптот (частоты сопряжения). Частоты определять в курсорном режиме (*F8*). Сравнить полученные значение частоты с теоретическим значением частоты сопряжения $\omega_1=1/T1$ и $\omega_2=1/T2$.

По ЛАЧХ определить величины фазового сдвига φ_1 и φ_2 на круговых частотах сопряжения ω_1 и ω_2 соответственно.

3.6. В режиме анализа AC получить семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена при разных значениях коэффициента передачи *K1*: 1,10,100.

На полученном семействе графиков расставить метки (команда *Label Branches* меню *Scope*). При расстановке меток задать *X*=0.1.

Сделать вывод о характере влияния коэффициента передачи *K1* на ЛАЧХ и ЛФЧХ звена.

Удалить метки командой *Delete All Objects* меню *Scope*.

3.7. В режиме анализа AC получить семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена при разных значениях постоянной времени *T1*: 0.001,0.01,0.1,1.

На полученном семействе графиков расставить метки. При расстановке меток на ЛАЧХ задать X=1000. При расстановке меток на ЛФЧХ задать X=10.

Сделать вывод о характере влияния постоянной времени *T1* на ЛАЧХ и ЛФЧХ звена.

Удалить метки командой *Delete All Objects* меню *Scope*.

3.8. В режиме анализа AC получить семейство ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена при разных значениях постоянной времени *T2*: 0.001,0.01,0.1,1.

На полученном семействе графиков расставить метки. При расстановке меток на ЛАЧХ задать X=1000. При расстановке меток на ЛФЧХ задать X=10.

Сделать вывод о характере влияния постоянной времени *T2* на ЛАЧХ и ЛФЧХ звена.

Удалить метки командой *Delete All Objects* меню *Scope.*
Отключить степинг.

3.9. В режиме анализа *AC* получить АФЧХ исследуемого звена (годограф). Масштабы по обеим осям (X и Y): *AutoAlways*.

4. Исследование интегро-дифференцирующего звена 1-го порядка

4.1. Загрузить схему исследования интегро-дифференцирующего звена 1-го порядка (рис. 6.5).

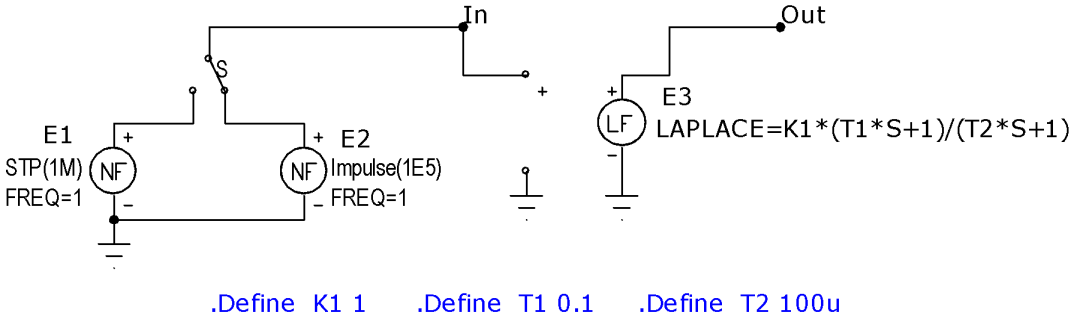


Рисунок 6.5 – Схема исследования интегро-дифференцирующего звена 1 порядка

4.2. Переключателем *S* подключить источник *E1* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить переходную характеристику исследуемого звена.

4.3. Переключателем *S* подключить источник *E2* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить импульсную характеристику исследуемого звена.

4.4. В режиме анализа *AC* получить ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена в зависимости от круговой частоты $\omega=2\pi f$. Рассчитать наклон графика ЛАЧХ (размерность – дБ на декаду).

4.5. Построить касательные (асимптоты) для наклонного и плоского участка ЛАЧХ до точки их пересечения. Касательные строятся средствами рисования программы Micro-Cap.

Определить круговые частоты ω_1 и ω_2 в точках пересечения асимптот (частоты сопряжения). Частоты определять в курсорном режиме (*F8*). Сравнить полученные значение частоты с теоретическими значениями круговых частот сопряжения $\omega_1=1/T1$ и $\omega_2=1/T2$.

4.6. В режиме анализа *AC* получить АФЧХ исследуемого звена (годограф). Масштабы по обеим осям (X и Y): *AutoAlways*.

4.7. Поменять местами значения постоянных времени (т.е. установить T1 100 мкс, а T2 — 0.1 с), коэффициент передачи звена K1 установить равным 100.

4.8. Переключателем *S* подключить источник *E1* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить переходную характеристику исследуемого звена.

4.9. Переключателем *S* подключить источник *E2* входу *In*. В режиме анализа *Transient* получить импульсную характеристику исследуемого звена.

4.10. В режиме анализа AC получить ЛАЧХ и ЛФЧХ исследуемого звена. Рассчитать наклон графика ЛАЧХ (размерность – дБ на декаду).

Построить касательные (асимптоты) для наклонных и плоских участков ЛАЧХ до точки их пересечения. Касательные строятся средствами рисования программы Micro-Cap.

Определить частоты ω_1 и ω_2 в точках пересечения асимптот (частоты сопряжения). Частоты определять в курсорном режиме (*F8*). Сравнить полученные значение частоты с с теоретическими значениями круговых частот сопряжения $\omega_1=1/T1$ и $\omega_2=1/T2$.

4.11. В режиме анализа AC получить АФЧХ исследуемого звена (годограф).

Контрольные вопросы

1. Записать общий вид передаточной характеристики инерционного звена второго порядка в операторной форме.
2. Привести пример схемотехнической реализации инерционного звена второго порядка на пассивных компонентах.
3. При каких условиях инерционное звено второго порядка называют консервативным звеном?
4. При каких условиях инерционное звено второго порядка называют колебательным звеном?

5. При каких условиях инерционное звено второго порядка называют апериодическим звеном второго порядка?
6. Записать общий вид передаточной характеристики консервативного звена в операторной форме.
7. Нарисовать общий вид переходной характеристики консервативного звена.
8. Чему равно максимальное значение выходного напряжения при построении переходной характеристики консервативного звена?
9. Нарисовать общий вид амплитудно-частотной характеристики консервативного звена.
10. Чему равен наклон участков ЛАЧХ консервативного звена?
11. Чему равна частота сопряжения ЛАЧХ консервативного звена?
12. Нарисовать общий вид фазо-частотной характеристики консервативного звена.
13. Чему равен поворот фазы в консервативном звене на частоте сопряжения?
14. Чему равны минимальный и максимальный повороты фазы в консервативном звене?
15. Записать общий вид передаточной характеристики колебательного звена в операторной форме.
16. Нарисовать общий вид переходной характеристики колебательного звена.
17. Как меняется общий вид переходной характеристики колебательного звена при изменении коэффициента демпфирования (коэффициента затухания) от нуля до единицы?
18. Нарисовать общий вид амплитудно-частотной характеристики колебательного звена.
19. Как меняется общий вид амплитудно-частотной характеристики колебательного звена при изменении коэффициента демпфирования (коэффициента затухания) от нуля до единицы?
20. Чему равен наклон участков ЛАЧХ колебательного звена?
21. Чему равна частота сопряжения участков ЛАЧХ колебательного звена?
22. Нарисовать общий вид фазо-частотной характеристики колебательного звена.
23. Как меняется общий вид фазо-частотной характеристики колебательного звена при изменении коэффициента демпфирования (коэффициента затухания) от нуля до единицы?
24. Чему равен поворот фазы в колебательном звене на частоте сопряжения?

25. Чему равны минимальный и максимальный повороты фазы в колебательном звене?
26. Записать общий вид передаточной характеристики апериодического звена второго порядка в операторной форме.
27. Нарисовать общий вид переходной характеристики апериодического звена второго порядка.
28. Нарисовать общий вид амплитудно-частотной характеристики апериодического звена второго порядка, если постоянные времени T1 и T2 не равны.
29. Нарисовать общий вид асимптотической ЛАЧХ апериодического звена второго порядка, если постоянные времени T1 и T2 не равны.
30. Чему равен наклон участков асимптотической ЛАЧХ апериодического звена второго порядка, если постоянные времени T1 и T2 не равны?
31. Чему равны частоты сопряжения участков асимптотической ЛАЧХ апериодического звена второго порядка, если постоянные времени T1 и T2 не равны?
32. Нарисовать общий вид амплитудно-частотной характеристики апериодического звена второго порядка, если постоянные времени T1=T2=T.
33. Нарисовать общий вид асимптотической ЛАЧХ апериодического звена второго порядка, если постоянные времени T1=T2=T.
34. Чему равен наклон участков асимптотической ЛАЧХ апериодического звена второго порядка, если постоянные времени T1=T2=T?
35. Нарисовать общий вид фазо-частотной характеристики апериодического звена второго порядка.
36. Чему равны минимальный и максимальный повороты фазы в апериодическом звене второго порядка?

Теоретическое введение

Элементарные звенья систем автоматического управления

Инерционное звено второго порядка – это звено, зависимость между выходным и входным сигналами которого описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$T^2 \frac{d^2 x_{вых}(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{dx_{вых}(t)}{dt} + x_{вых}(t) = k x_{вх}(t),$$

где $k,\ T$ – соответственно коэффициент усиления и постоянная времени звена; ξ — коэффициент демпфирования.

Операторное уравнение звена:

$$T^2 p^2 X_{вых}(p) + 2\xi T p X_{вых}(p) + X_{вых}(p) = k X_{вх}(p)$$

Передаточная функция звена:

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}. \qquad (6.1)$$

Примерами реализации инерционного звена второго порядка являются RLCконтур, состоящий из катушки индуктивности, резистора и конденсатора, или физический маятник.

Амплитудно- и фазо-частотная характеристики:

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{\left(1 - T^2\omega^2\right)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}}; \qquad \varphi(\omega) = -arctg\left(\frac{2\xi\omega T}{1 - T^2\omega^2}\right). \qquad (6.2)$$

В зависимости от значения коэффициента демпфирования ξ свойства инерционного звена второго порядка изменяются настолько существенно, что при различных значениях ξ это звено имеет различные названия: *консервативное*, *колебательное* или *апериодическое звено второго порядка*.

1) Консервативное звено: ξ=0, передаточная функция (6.1) принимает вид:

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 1}. \qquad (6.3)$$

При этом ее полюса чисто мнимые: $p_{1,2} = \frac{\pm\sqrt{-1}}{T}$.

Выражения переходной функции и функции веса консервативного звена:

$$h(t) = k\left(1 - \cos\left(\frac{t}{T}\right)\right); \qquad w(t) = \frac{k}{T}\sin\left(\frac{t}{T}\right).$$

2) Колебательное звено: 0<ξ<1, полюса передаточной функции (6.1) – комплексно-сопряженные числа. С учетом (2) логарифмическая амплитудно-частотная характеристика звена примет вид:

$$L(\omega) = 20\lg k - 20\lg\sqrt{\left(1 - \omega^2 T^2\right)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}.$$

Кусочно-асимптотическая ЛАЧХ звена состоит из двух участков. На низкочастотном участке до частоты сопряжения $\omega = \frac{1}{T}$ уравнение горизонтальной асимптоты:

$$L(\omega) = 20\lg k\ ,$$

а в диапазоне частот много больше частоты сопряжения уравнение высокочастотной асимптоты:

$$L(\omega) = 20\lg k - 40\lg(\omega T)$$

Последнее уравнение – это уравнение прямой с наклоном –40 дБ/дек.

В окрестности частоты сопряжения график ЛАЧХ колебательного звена при ξ<0,707 имеет амплитудный всплеск («горб»), величина которого тем больше, чем меньше коэффициент демпфирования ξ. У консервативного звена при ξ=0 амплитудный всплеск вырождается в разрыв непрерывности.

Выражения переходной функции и функции веса колебательного звена:

$$h(t) = k\left[1 + e^{-\frac{\xi}{T}t} \cdot \left(\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t - \psi\right)\right)\right];$$

$$w(t) = \frac{k}{T\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi}{T}t} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t\right);$$

где $\psi = -arctg\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)$.

3) Апериодическое звено второго порядка: ξ>1, полюса передаточной функции (6.1) – действительные числа, поэтому передаточную функцию звена можно представить в следующем виде:

$$W(p) = \frac{k}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}\ . \qquad (6.4)$$

Очевидно, что между коэффициентами передаточных функций (6.1) и (6.4) существуют следующие зависимости:

$$T_1 \cdot T_2 = T^2 \quad \text{и} \quad T_1 + T_2 = 2\xi T\ .$$

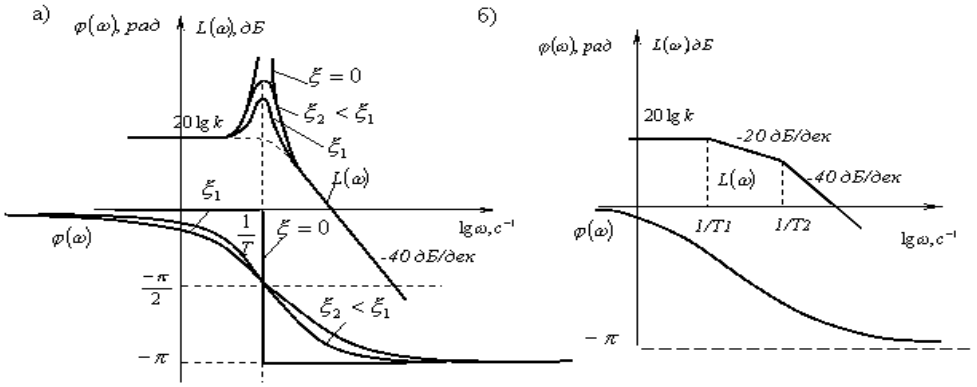


Рис. 2.18. Логарифмические амплитудно- и фазо-частотные характеристики: а - консервативного и колебательного звеньев; б - апериодического звена второго порядка

Рисунок 6.6 – Логарифмические амплитудно- и фазо-частотные характеристики: а – консервативного и колебательного звеньев; б – апериодического звена 2-го порядка

Уравнения логарифмических амплитудно- и фазо-частотной характеристик:

$$L(\omega) = 20\lg k - 20\lg\sqrt{1+\omega^2T^2} - 20\lg\sqrt{1+\omega^2T^2}\ ;$$

$$\varphi(\omega) = -arctg(\omega T) - arctg(\omega T)\ .$$

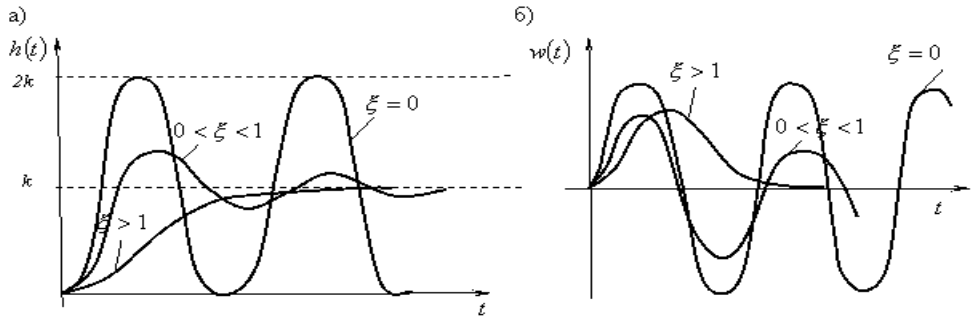


Рис. 2.19. Временные характеристики инерционного звена второго порядка: а - переходные функции; б - функции веса

Рисунок 6.7 – Временные характеристики инерционного звена 2-го порядка: а – переходные функции; б – функции веса

Выражения для временных характеристик апериодического звена второго порядка:

$$h(t) = k\left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2}e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2}e^{-\frac{t}{T_2}}\right);$$

$$w(t) = \frac{k}{T_1 - T_2}\left(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}\right).$$

Графики логарифмических амплитудно- и фазочастотной характеристик инерционного звена второго порядка для различных

значений коэффициента демпфирования приведены на рис. 6.6; графики временных характеристик — на рис. 6.7.

Интегро-дифференцирующее звено 1-го порядка – это звено, зависимость между выходным и входным сигналами которого описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$T_2 \frac{dx_{вых}(t)}{dt} + x_{вых}(t) = k\left(T_1 \frac{dx_{вх}(t)}{dt} + x_{вх}(t) \right).$$

Операторное уравнение звена:

$$T_2 p X_{вых}(p) + X_{вых}(p) = k\left(T_1 p X_{вх}(p) + X_{вх}(p)\right).$$

Передаточная функция звена

$$W(p) = k\frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}.$$

Частотные характеристики:

$$W(j\omega) = \frac{k\left(T_1 j\omega + 1\right)}{T_2 j\omega + 1}; \quad P(\omega) = \frac{k\left(T_1 T_2 \omega^2 + 1\right)}{T_2^2 \omega^2 + 1}; \quad Q(\omega) = \frac{k\omega\left(T_1 - T_2\right)}{T_2^2 \omega^2 + 1}. \qquad (6.5)$$

Выполнив несложные преобразования, можно представить АФХ звена в виде функции, связывающей вещественную $P(\omega)$ и мнимую $Q(\omega)$ частотные характеристики:

$$\left(P(\omega) - c\right)^2 + Q^2(\omega) = R^2, \qquad (6.6)$$

где $R = \frac{k\left|T_2 - T_1\right|}{2T_2}$; $c = \frac{k\left(T_2 + T\right)_1}{2T_2}$.

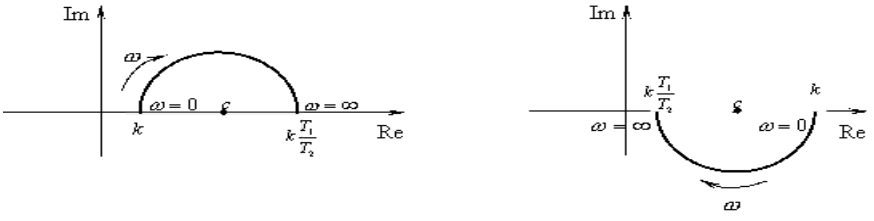


Рис. 2.23. АФХ интегро-дифференцирующего звена:
а - при $T_1 > T_2$; б - при $T_1 < T_2$.

Рисунок 6.8 – АФХ интегро-дифференцирующего звена: а – при $T_1 > T_2$; б – при $T_1 < T_2$

Согласно (6.5) – (6.6) годограф АФХ интегро-дифференцирующего звена имеет вид полуокружности с радиусом R, центр которой находится на действительной положительной полуоси в точке c. При этом годограф $W(j\omega)$ расположен в первом квадранте, если $T_1 > T_2$ (рис. 6.8, а), и в четвертом квадранте, если $T_1 < T_2$ (рис. 6.8, б).

Вид всех остальных характеристик интегро-дифференцирующего звена также определяется соотношением между постоянными времени T_1 и T_2:

$$A(\omega)=\left|\frac{k(T_1 j\omega+1)}{T_2 j\omega+1}\right|=\frac{\left|k(T_1 j\omega+1)\right|}{\left|T_2 j\omega+1\right|}=\frac{k\sqrt{1+T_1^2\omega^2}}{\sqrt{1+T_2^2\omega^2}};$$

$$\varphi(\omega)=arctg(\omega T_1)-arctg(\omega T_2);$$

$$L(\omega)=20\lg k-20\lg\sqrt{1+\omega^2 T_1^2}-20\lg\sqrt{1+\omega^2 T_2^2}.$$

Графики логарифмической амплитудно- и фазо-частотной характеристик приведены на рис. 6.9. Очевидно, что при $T_1 > T_2$ в среднечастотном диапазоне преобладают дифференцирующие свойства звена (наклон ЛАХ +20дБ/дек), а при $T_1 < T_2$ – интегрирующие свойства (наклон ЛАХ –20 дБ/дек).

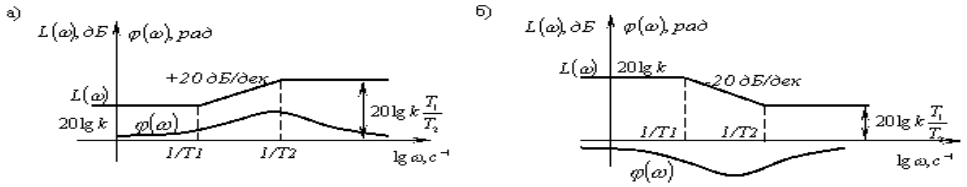


Рис. 2.24. Логарифмические амплитудно- и фазо-частотные характеристики интегро-дифференцирующего звена: а - при $T_1 > T_2$; б - при $T_1 < T_2$.

Рисунок 6.9 – Логарифмические амплитудно- и фазо-частотные характеристики интегро-дифференцирующего звена: а – при $T_1>T_2$; б – при $T_1<T_2$

Воспользуемся формулой разложения для получения выражение переходной функции интегро-дифференцирующего звена. Изображение по Лапласу переходной функции:

$$h(p)=\frac{k(T_1 p+1)}{T_2 p+1}\cdot\frac{1}{p}.$$

В соответствии с формулой разложения:

$$M(p)=k(T_1 p+1);\quad N(p)=(T_2 p+1)p;\quad p_1=0;\quad p_2=-\frac{1}{T_2};$$

$$N'(p)=2T_2 p+1;\quad M(p_1)=k;\quad M(p_2)=k\left(-\frac{T_1}{T_2}+1\right);$$

$$N'(p_1)=1 \quad \text{и} \quad N'(p_2)=-1.$$

Следовательно, переходная функция интегро-дифференцирующего звена (рис. 6.10) имеет вид:

$$h(t) = k + \frac{k\left(-\frac{T_1}{T_2}+1\right)}{(-1)} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} = k\left(1 - \frac{T_2 - T_1}{T_2} e^{-\frac{t}{T_2}}\right).$$

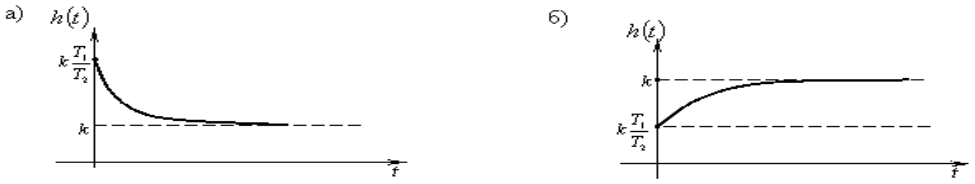


Рис. 2.25. Переходная функция интегро-дифференцирующего звена:
а - при $T_1 > T_2$; б - при $T_1 < T_2$.

Рисунок 6.10 – Переходная функция интегро-дифференцирующего звена: а – при $T_1>T_2$; б – при $T_1<T_2$

Пропорционально-интегральный регулятор (ПИ-регулятор) – это звено, зависимость между выходным и входным сигналами которого описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$T\frac{dx_{вых}(t)}{dt} = k\left(T\frac{dx_{вх}(t)}{dt} + x_{вх}(t)\right).$$

Операторное уравнение звена:

$$TpX_{вых}(p) = k\left(TpX_{вх}(p) + X_{вх}(p)\right).$$

Передаточная функция звена

$$W(p) = \frac{k(Tp+1)}{Tp} = k + \frac{k}{Tp}.$$

Следовательно, изображение по Лапласу сигнала на выходе звена представляет собой сумму двух составляющих, одна из которых пропорциональна входному сигналу, а вторая – пропорциональна интегралу от входного сигнала, что и определяет название данного звена:

$$X_{вых}(p) = k \cdot X_{вх}(p) + \frac{k}{Tp}X_{вх}(p).$$

Частотные характеристики ПИ-регулятора:

$$W(j\omega) = k + \frac{k}{j\omega T} = k - j\frac{k}{\omega T}; \quad P(\omega) = k; \quad Q(\omega) = -\frac{k}{T\omega}$$

$$A(\omega) = \frac{k}{T\omega}\sqrt{T^2\omega^2 + 1}; \qquad \varphi(\omega) = -arctg\left(\frac{1}{\omega T}\right) = -\frac{\pi}{2} + arctg(\omega T);$$

$$L(\omega) = 20\lg\left(\frac{k}{T}\right) - 20\lg\omega + 20\lg\sqrt{1+\omega^2T^2}$$

Графики логарифмических амплитудно- и фазо-частотной характеристик звена приведены на рис. 6.11.

Переходная функция звена (рис. 6.12):

$$h(t) = k \cdot 1(t) + \frac{k}{T} \cdot t$$

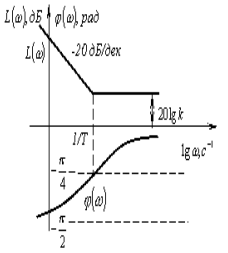


Рис. 2.26. ЛАХ и ФЧХ ПИ-регулятора

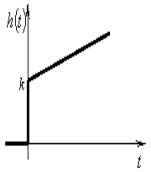


Рис. 2.27. Переходная функция ПИ-регулятора

Рисунок 6.11 – ЛАХ и ФЧХ ПИ-регулятора

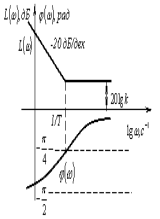


Рис. 2.26. ЛАХ и ФЧХ ПИ-регулятора

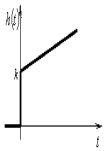


Рис. 2.27. Переходная функция ПИ-регулятора

Рисунок 6.12 – Переходная функция ПИ-регулятора