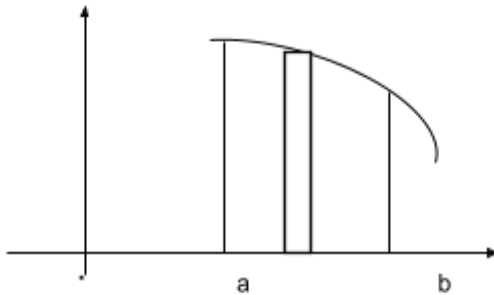


BAB VI PENERAPAN INTEGRAL

A. Luas Bidang

1. Luas bidang dataran dalam koordinat tegak/cartesius



Gambar 1

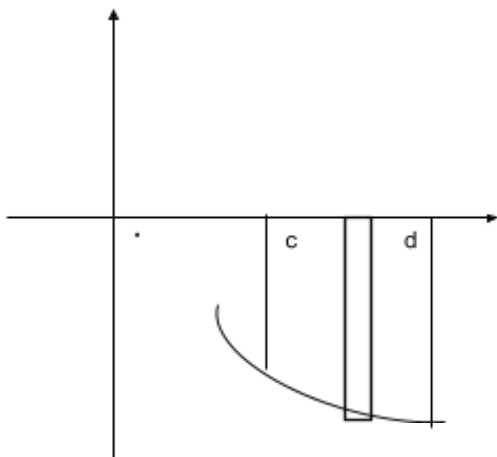
Gambar 1 : Diketahui garis lengkung $y = f(x)$ luas bidang yang dibatasi oleh $f(x)$; $x = a$ dan $x = b$

Sumbu x adalah L. diambil elemen luas yang tinggi y dan lebarnya Δx . Luas elemen tersebut $L : \Delta L = y \cdot \Delta x$, sehingga

$$L = \int_a^b f(x) dx = \int_a^b y dx$$

Luas bidang dibatasi oleh $x = f(y)$; $y = c$; $y = d$ sumbu y

$$L = \int_c^d g(y) dy = \int_c^d x dy$$



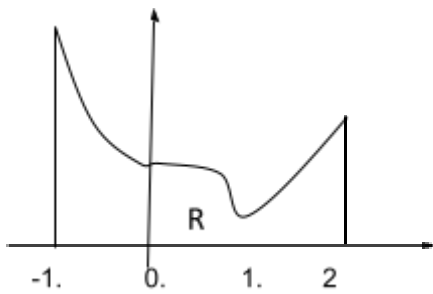
Gambar 2

Gambar 2 menjelaskan luas dibawah sumbu x :
Diketahui garis lengkung luas bidang yang dibatasi oleh ; , dibawah sumbu x , maka luas R

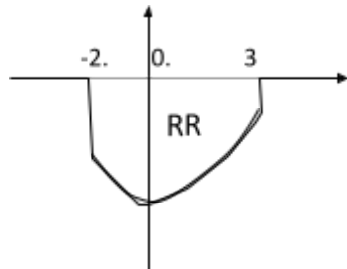
Penggunaan rumus ini dapat dilihat pada contoh 2

contoh 1. Tentukan luas daerah R dibawah kurva $y = x^4 - 2x^3 + 2$ antara $x = -1$ dan $x = 2$

Penyelesaian 1 : Perhatikan pada gambir 2 dibawah ini :



contoh 2. Tentukan luas daerah R yang dibatasi oleh $y = \frac{1}{3}x^2 - 4$, sumbu x , $x = -2$ dan $x = 3$. Perhatikan gambar 3 dibawah ini :



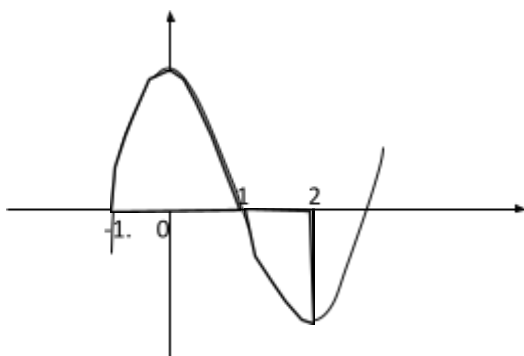
Gambar 3

Daerah R luas yang dicari adalah

$$L = - \int_{-2}^3 g(x) dx = - \int_{-2}^3 \left(\frac{x^2}{3} - 4 \right) dx = \frac{1}{9}x^3 - 4x \Big|_{-2}^3$$

$$L = - \left[\frac{1}{9}(3^3 - (-2)^3) - 4(3 - (-2)) \right] = - \left(\frac{35}{9} - 20 \right) = \frac{145}{9} \quad \blacksquare$$

contoh 3. Tentukan luas daerah R yang dibatasi $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$ ruas sumbu x , antara $x = -1$ dan $x = 2$ dan garis $x = 2$. (jwb : 23/4)



Gambar 4

contoh 4. Hitung luas daerah yang dibatasi kurva $y = 4x - x^2$; $x = 1$ dan $x = 3$ dan sumbu x (jwb : 22/3)



contoh 5. Tentukan luas daerah antara kurva $y = x^4$ dan $y = 2x - x^2$

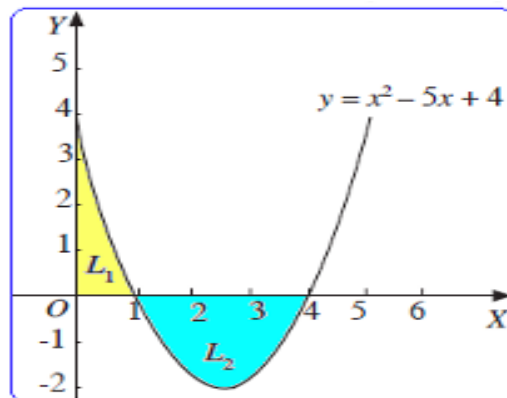
Penyelesaian 5 : dicari akar persamaan dari $y = x^4$ dan $y = 2x - x^2$ diperoleh

$$x^4 + x^2 - 2x = 0$$

$$x(x^3 + x - 2) = 0, \text{ diperoleh } x_1 = 0 \text{ dan } x_2 = 1$$

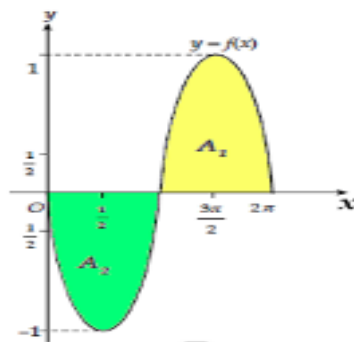
$$L = \int_0^1 (2x - x^2 - x^4) dx = 1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{3} \Big|_0^1 = 1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{7}{15}$$

contoh 6. Tentukan luas daerah yang di arsir pada gambar 5

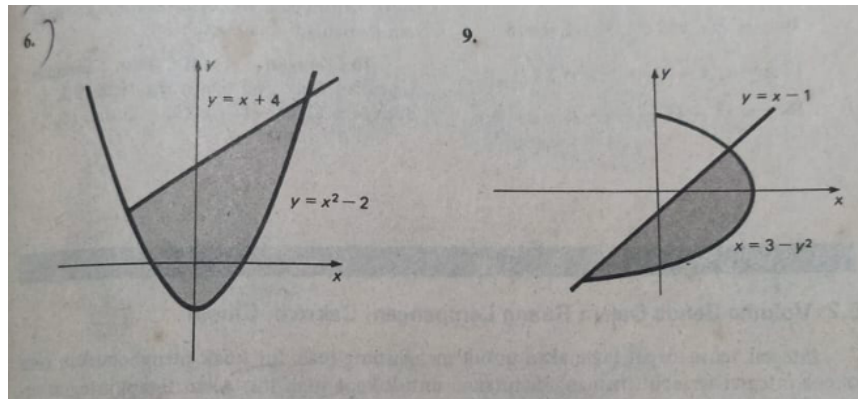


Gambar 5

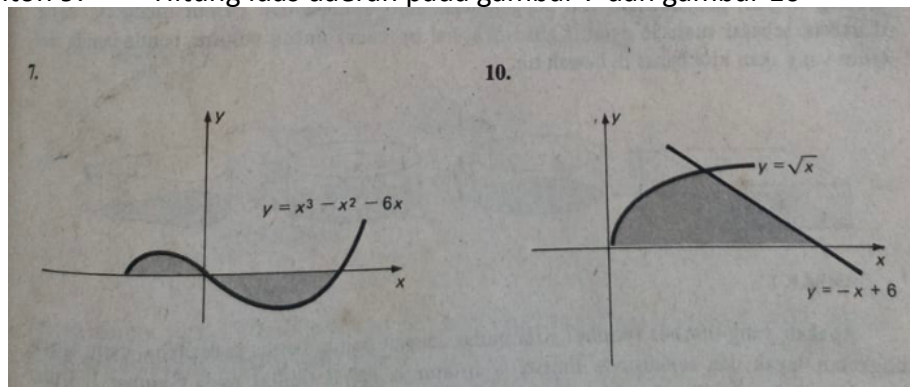
contoh 7. Tentukan luas daerah yang dibatasi oleh kurva $f(x) = -\sin \sin x ; 0 \leq x \leq 2\pi$



contoh 8. Hitung luas daerah pada gambar 6 dan gambar 9 dibawah ini :



contoh 9. Hitung luas daerah pada gambar 7 dan gambar 10



contoh 10. Hitung luas daerah yang dibatasi kurva $y = 4x - x^2$; $x = 1$ dan $x = 3$ dan sumbu x (jwb : 22/3)