

$$(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n$$

$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k, k \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad 0 \leq k \leq n$$

1.

В разложении степени бинома $(7^{0,2} + \sqrt[3]{11})^n$ сумма биномиальных коэффициентов равна 2^{31} . Найдите количество рациональных членов в разложении бинома.

Ответ: 2

2.

В разложении степени бинома $\left(\sqrt{\frac{x}{y}} + x^2 y\right)^n$ найдите член, содержащий $x^{17} y^7$.

Ответ: $45 x^{17} y^7$

3.

Найдите действительные значения x , при которых сумма четвёртого и седьмого членов в разложении степени бинома $\left(\sqrt[3]{3^x} + \frac{1}{\sqrt[3]{3^{1-x}}}\right)^9$ равна 1008.

Ответ: $x=1$

4.

В разложении степени бинома $\left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^n$ третий член равен $33 \sqrt[3]{2}$. Найдите сумму биномиальных коэффициентов в разложении бинома.

Ответ: 4096

5.

Биномиальный коэффициент второго члена в разложении степени бинома $\left(2^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2^{\frac{1}{5}}}\right)^n$ равен 120. Найдите количество рациональных членов разложения.

Ответ: 9

6.

В разложении степени бинома $\left(\sqrt[3]{4} - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^n$ биномиальный коэффициент третьего члена в шесть раз больше биномиального коэффициента предпоследнего члена. Покажите, что значение отношения $\frac{T_7}{T_8}$ является целым числом.

Ответ: -2

7.

Сумма биномиальных коэффициентов второго и предпоследнего членов в разложении степени бинома $\left(x^6 + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$ равна 40. Найдите член, который не содержит x .

Ответ: 190

8.

Биномиальный коэффициент третьего члена в разложении степени бинома $\left(\sqrt[3]{x^5} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$ равен 105. Найдите биномиальный коэффициент при x^{-3} .

Ответ: 455.

- В разложении степени бинома $(2^{1/2} + 4^{-1/4})^n$ биномиальный коэффициент третьего члена равен 28. Найдите член с наибольшим биномиальным коэффициентом.
9. **Ответ: 70**
- Найдите средний член в разложении степени бинома $(x + \frac{1}{x^{1/5}})^n$, если известно, что разность биномиальных коэффициентов третьего и второго членов равна 35.
10. **Ответ: $252 x^4$**
- В разложении степени бинома $(\sqrt{x} - \frac{1}{x^2})^n$ сумма биномиальных коэффициентов, стоящих на нечетных местах равна 512. Найдите член разложения, не содержащий x .
11. **Ответ: 45**
- Сумма биномиальных коэффициентов в разложении степени бинома $(x + \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^n$ равна 4096. Найдите средний член разложения.
12. **Ответ: $924 x^4$**
- Найдите количество рациональных членов в разложении степени бинома $(\sqrt{5} + \sqrt[3]{5})^{100}$.
13. **Ответ: 17**
- Найдите натуральное число n так, чтобы в разложении степени бинома $(\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^n$ отношение третьего слагаемого разложения ко второму равно $5\sqrt{6}$.
14. **Ответ: 11**
- Найдите количество рациональных членов в разложении степени бинома $(\sqrt{5} + \sqrt[3]{7})^{16}$.
15. **Ответ: 3**
- Разложение степени бинома $(a\sqrt{a} - \frac{1}{a^{3/4}})^n$ содержит 9 членов. Найдите средний член разложения.
16. **Ответ: $70 a^3$**
- В разложении степени бинома $(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt[3]{a}})^{25}$ найдите член, содержащий a^{10} .
17. **Ответ: $2300 a^{10}$**
- В разложении степени бинома $(x\sqrt{x} + \frac{1}{x})^{10}$ найдите член не содержащий x .
18. **Ответ: 210**
- Определите член, который не содержит b в разложении бинома $(\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt[4]{b}})^{12}$, $b > 0$.
19. **Ответ: $T_9 = \frac{55}{729}$**