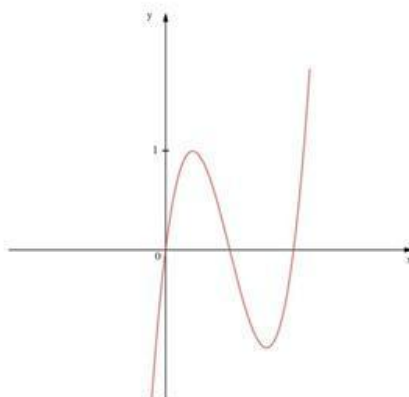


Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$. Biết rằng $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây, hàm số $g(x) = f(f(x) - x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				2				$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1 .

B. 0 .

C. 1 .

D. 2 .

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5 x \geq 2$ là

A. $(25; +\infty)$.

B. $(0; 25]$.

C. $(25; +\infty)$.

D. $[32; +\infty)$.

Câu 4: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \cos x$ bằng

A. -1 .

B. 0 .

C. 2 .

D. 1 .

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 36x$ trên đoạn $[2; 20]$ bằng

- A. $48\sqrt{3}$. B. $-50\sqrt{3}$. C. -81 . D. $-48\sqrt{3}$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $\log x$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $(0; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 7: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = x^{-2}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $(0; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 9: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $\mathbb{R}$?

- A. e^x . B. $(0,5)^x$. C. 2^x . D. π^x .

Câu 10: Cho khối chóp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, B'C'$ và $C'D'$, điểm Q thuộc cạnh CC' sao cho $CQ = 2QC'$. Thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng

- A. $\frac{1}{4}V$. B. $\frac{17}{12}V$. C. $\frac{5}{72}V$. D. $\frac{7}{72}V$.

Câu 11: Xét các số thực dương a, b tùy ý thỏa mãn $\log_4 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_4 b = 7$. Giá trị a, b bằng

- A. 2. B. 2^{18} . C. 8. D. 2^8 .

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 6. B. 2. C. 16. D. 8.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} < 25$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-\infty; 3]$. C. $(-\infty; 2]$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-

Hàm số $y = f(1-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(-2; -1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+2) \geq \log_4 9$ là:

- A. $(-\infty; 1]$. B. $(-\infty; -1]$. C. $[-1; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.

Câu 16: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 16. B. 4. C. 3. D. 12.

Câu 17: Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh từ một nhóm học sinh có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ để xếp thành một hàng ngang, xác suất để hàng đó có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ bằng

- A. $\frac{1}{56}$. B. $\frac{14}{33}$. C. $\frac{1}{132}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 18: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

- A. $(-1; 1)$. B. $(-1; 3)$. C. $(3; -1)$. D. $(1; -1)$.

Câu 19: Bất phương trình $x\sqrt{x+1} \leq (2x-3) \cdot 2^{\frac{-x^2+16x^2-48x+36}{x^2}}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 8. B. 10. C. 9. D. Vô số.

Câu 20: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $x = 2$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 \leq 0$ là

- A. $(4; 8)$. B. $(2; 3)$. C. $[2; 3]$. D. $[4; 8]$.

Câu 22: Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là

- A. $y' = x \cdot 2^{x-1}$. B. $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$. C. $y' = \frac{2^{x+1}}{x+1}$. D. $y' = 2^x \cdot \ln 2$.

Câu 23: Gọi a là giá trị nhỏ nhất của $f(n) = \frac{(\log_5 2)(\log_5 3)(\log_5 4) \dots (\log_5 n)}{3^n}$, với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Có bao nhiêu số n để $f(n) = a$?

- A. 4. B. Vô số. C. 2. D. 1.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x^2 - 4x$ với mọi x là số thực. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(0; 4)$.

D. $(-2; 1)$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-1; 1)$.

Câu 26: Cho phương trình $\log_2^2 x + 2m \log_2 x + 2m - 2 = 0$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \leq 64x_2 \leq 4096x_1$?

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. Vô số.

Câu 27: Cho hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ lần lượt có đồ thị (C_1) và (C_2) . Gọi $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ là hai điểm lần lượt thuộc (C_1) và (C_2) sao cho tam giác IAB vuông cân tại I , trong đó $I(-1; -1)$. Giá trị của

$P = \frac{x_A + y_A}{x_B + y_B}$ bằng

A. 1

B. -2.

C. 3

D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			2		$-\infty$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 1 = 0$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 29: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

A. $3\log_2 a$.

B. $3 + \log_2 a$.

C. $\frac{1}{3} + \log_2 a$.

D. $\frac{1}{3} \log_2 a$.

Câu 30: Cho khối trụ có chiều cao $h = 5$ và bán kính $r = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 24π .

B. 45π .

C. 30π .

D. 15π .

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	1	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	-4	-5	5	4	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để trên đoạn $[-1; 2]$ phương trình $3f(x^2 - 2x - 1) = m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

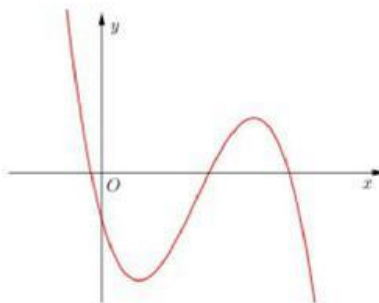
A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Câu 32: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đồ thị là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

D. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

Câu 33: Diện tích mặt cầu có bán kính $r = 2$ bằng

A. 4π .

B. 8π .

C. $\frac{32\pi}{3}$.

D. 16π .

Câu 34: Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 5$ và bán kính đáy bằng $r = 3$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 15π .

B. 33π .

C. 30π .

D. 45π .

Câu 35: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

A. $y = -2$.

B. $x = 2$.

C. $x = -1$.

D. $y = 1$.

Câu 36: Cho hình trụ có bán kính bằng $\sqrt{5}$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

- A. 10π . B. $\frac{20\pi}{3}$. C. 20π . D. $\frac{10\pi}{3}$.

Câu 37: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng 2. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng đáy bằng bao nhiêu?

- A. 45° B. 30° C. 90° D. 60°

Câu 38: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, góc giữa SC với mặt phẳng đáy bằng 60° , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

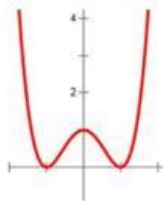
Câu 39: Hình cầu có bao nhiêu mặt đối xứng?

- A. 4. B. 3. C. 1. D. Vô số.

Câu 40: Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\cos x + m}{2 - \cos x}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$ bằng 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|m| > 2$. B. $|m| = 1$. C. $1 < |m| \leq 2$. D. $|m| < 1$.

Câu 41: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình vẽ bên?



- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = x^3 - 3x + 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 42: Nghiệm của phương trình $\log_3 x = 2$ là

- A. $x = 6$. B. $x = 5$. C. $x = 8$. D. $x = 9$.

Câu 43: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $y = 1$. D. $y = -2$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{15}}{10}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 45: Hình hộp có bao nhiêu mặt?

A. 12.

B. 3.

C. 6.

D. 2.

Câu 46: Cắt hình nón có chiều cao $2\sqrt{3}$ bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh và tâm của đáy ta được thiết diện là tam giác đều, diện tích của thiết diện bằng

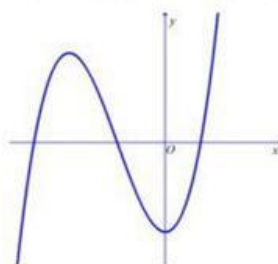
A. 12.

B. $8\sqrt{3}$.

C. $4\sqrt{3}$.

D. 24.

Câu 47: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

D. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

Câu 48: Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh thành một hàng ngang?

A. 25.

B. 1

C. 120.

D. 5.

Câu 49: Thể tích của khối lập phương cạnh 2 bằng

A. 8.

B. 4.

C. 9.

D. 6.

Câu 50: Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 27$ là

A. $x = 4$.

B. $x = 3$.

C. $x = 1$.

D. $x = 5$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1-B	2-C	3-A	4-D	5-D	6-B	7-B	8-A	9-B	10-D
11-D	12-D	13-D	14-B	15-D	16-B	17-B	18-B	19-A	20-C
21-C	22-D	23-C	24-B	25-B	26-B	27-A	28-C	29-A	30-B
31-A	32-A	33-D	34-A	35-D	36-C	37-A	38-B	39-D	40-D
41-A	42-D	43-A	44-A	45-C	46-C	47-A	48-C	49-A	50-C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn B.

Câu 2: Chọn C.

Nhìn vào bảng biến thiên ta dễ thấy cực tiểu của hàm số là 1.

Câu 3: Chọn A.

Ta có $\log_5 x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 5^2 \Leftrightarrow x \geq 25$.

Tập nghiệm của bất phương trình trên là $S = [25; +\infty)$.

Câu 4: Chọn D.

Ta có $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \max_{\mathbb{R}} f(x) = 1$.

Câu 5: Chọn D.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 36$. Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{3} \in [2; 20] \\ x = -2\sqrt{3} \notin [2; 20] \end{cases}$.

Mà $f(2) = -64, f(2\sqrt{3}) = -48\sqrt{3}, f(20) = 7280$.

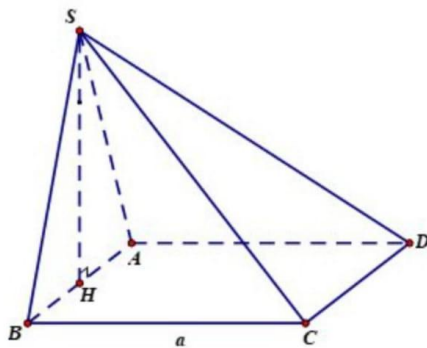
Vậy $\min_{x \in [2; 20]} f(x) = f(2\sqrt{3}) = -48\sqrt{3}$.

Câu 6: Chọn B.

Điều kiện: $x > 0$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = (0; +\infty)$.

Câu 7: Chọn B.



Gọi H là trung điểm của AB . Do tam giác SAB là tam giác đều nên: $SH \perp AB$.

Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ và $(SAB) \cap (ABCD) = AB$ nên: $SH \perp (ABCD)$.

$$SH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ (đường cao tam giác đều } SAB).$$

$$\text{Thể tích của khối chóp } S.ABCD \text{ là: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 8: Chọn A.

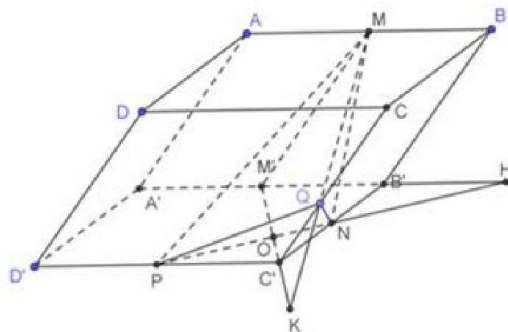
Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $x \neq 0$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 9: Chọn B.

$y = (0,5)^x$ nghịch biến $\mathbb{R}$ vì $a = 0,5 < 1$.

Câu 10: Chọn D.



Gọi M' là trung điểm của $A'B'$

Khi đó: $V_{MPQN} = V_{MQNH}$

Ta có: $KC' = \frac{1}{2}C'M'.C'O = \frac{1}{2}OM'$

Đặt: $OM' = x \Rightarrow C'O = \frac{1}{2}x; C'K = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x + x\right) = \frac{3}{4}x \Rightarrow KO = \frac{7}{4}M'O$

$$S_{KPN} = \frac{7}{4}S_{PMM'} = \frac{7}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{A'B'C'D'} = \frac{7}{8}S_{A'B'C'D'}$$

Ta có: $V_{MPKH} = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{3}V = \frac{7}{24}V; V_{QPKA} = \frac{7}{72}V \Rightarrow V_{MPQS} = \frac{\frac{7}{24} - \frac{7}{72}}{2}V = \frac{7}{72}V$

Câu 11: Chọn D.

Ta có $\begin{cases} \log_4 a + 2\log_4 b = 5 \\ 2\log_4 a + \log_4 b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_4 a = 3 \\ \log_4 b = 1 \end{cases}$.

Khi đó $a = 4^3 = 2^6$ và $b = 4.2^2$, suy ra $a.b = 2^8$.

Câu 12: Chọn D.

Ta có $u_2 = u_1.q = 8$.

Câu 13: Chọn D.

Ta có $5^{x-1} < 5^2 \Leftrightarrow x-1 < 2 \Leftrightarrow x < 3$.

Câu 14: Chọn B.

Ta có $y' = -f'(1-x) \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x=0 \\ 1-x=1 \\ 1-x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=0 \\ x=-1 \end{cases}$.

Ta có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-

Căn cứ vào bảng biến thiên ta có hàm số $y = f(1-x)$ đồng biến trên $(-2; -1)$.

Câu 15: Chọn D.

Ta có $\log_2(x+2) \geq \log_4 9 \Leftrightarrow \log_2(x+2) \geq \log_2 3 \Leftrightarrow x+2 \geq 3 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Câu 16: Chọn B.

Thể tích khối chóp đã cho: $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.6.2 = 4$.

Câu 17: Chọn B.

Chọn 8 học sinh từ 12 học sinh và sắp xếp các học sinh ấy thành một hàng ngang nên số phần tử của khối gian mẫu là $n(\Omega) = A_{12}^8 = 19958400$.

Gọi A là biến cố chọn được 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ để xếp thành một hàng ngang.

Ta chọn ra 5 học sinh nam từ 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ từ 5 học sinh nữ sau đó xếp thứ tự cho 8 bạn được chọn nên $n(A) = C_7^5 \cdot C_5^3 \cdot 8! = 84672000$.

Xác suất để hàng ngang đó có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ bằng

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{14}{33}.$$

Câu 18: Chọn B.

Tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 3.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

$$y'' = 6x$$

$y''(-1) = -6 < 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$ và giá trị cực tiểu của hàm số là $y(-1) = 3$.

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là $(-1; 3)$.

Câu 19: Chọn A.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \geq -1 \\ x \neq 0 \end{cases}.$$

Ta chỉ xét với các giá trị nguyên của x .

Với $x = \pm 1$ thay vào bất phương trình không thỏa mãn.

Với $x \geq 2$, bất phương trình tương đương với:

$$2x\sqrt{x+1} \leq (4x-6) \cdot 2^{\frac{16x^2-48x+36}{x^2}-x} \Leftrightarrow \sqrt{x+1} \cdot 2^{(\sqrt{x+1})^2} \leq \frac{4x-6}{x} \cdot 2^{\left(\frac{4x-6}{x}\right)^2} (*)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^{t^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ ta có: $f'(t) = 2^{t^2} + 2t^2 \cdot 2^{t^2} \cdot \ln 2 > 0, \forall t > 0$.

Vậy hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$, khi đó:

$$(*) \Leftrightarrow f(\sqrt{x+1}) \leq f\left(\frac{4x-6}{x}\right) \Leftrightarrow \sqrt{x+1} \leq \frac{4x-6}{x}$$

$$\Leftrightarrow x^2(x+1) \leq 16x^2 - 48x + 36 \Leftrightarrow x^3 - 15x^2 + 48x - 36 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x^2-12x+12) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 6-2\sqrt{5} (\approx 1,101) \\ 3 \leq x \leq 6+2\sqrt{5} (\approx 10,898) \end{cases}.$$

Vậy bất phương trình có 8 nghiệm nguyên.

Câu 20: Chọn C.

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 21: Chọn C.

Ta đặt $t = 2^x; t > 0$. Thay vào bất phương trình đã cho ta thu được: $t^2 - 12t + 32 \leq 0 \Leftrightarrow 4 \leq t \leq 8$.

Suy ra $4 \leq 2^x \leq 8 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3$. Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[2; 3]$.

Câu 22: Chọn D.

Hàm số $y = 2^x$ có đạo hàm là $y' = 2^x \cdot \ln 2$.

Câu 23: Chọn C.

Ta có $\forall x \in \mathbb{N}, n \geq 2$ ta có: $f(n) > 0$.

$$\text{Mặt khác: } f(n+1) = \frac{(\log_5 2)(\log_5 3)(\log_5 4) \dots (\log_5 n)(\log_5 (n+1))}{3^{n+1}} = f(n) \frac{\log_5 (n+1)}{3}.$$

$$f(n-1) = \frac{(\log_5 2)(\log_5 3)(\log_5 4) \dots (\log_5 (n-1))}{3^{n-1}} = f(n) \frac{3}{\log_5 n}.$$

$$\text{Vì } a \text{ là giá trị nhỏ nhất nên: } \begin{cases} f(n+1) \geq a \\ f(n-1) \geq a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(n) \frac{\log_5 (n+1)}{3} \geq a \\ f(n) \frac{3}{\log_5 n} \geq a \end{cases}.$$

Đề $f(n) = a$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} f(n) \frac{\log_5 (n+1)}{3} \geq f(n) \\ f(n) \frac{3}{\log_5 n} \geq f(n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\log_5 (n+1)}{3} \geq 1 \\ \frac{3}{\log_5 n} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 (n+1) \geq 3 \\ 3 \geq \log_5 n \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 5^3 - 1 \leq n \leq 5^3.$$

Vậy có 2 số n nguyên thỏa mãn.

Câu 24: Chọn B.

$$\text{Ta có: } x^2 - 4x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq 0 \end{cases}.$$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 25: Chọn B.

Quan sát bảng biến thiên. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 26: Chọn B.

Điều kiện: $x > 0$

Đặt $t = \log_2 x$. Phương trình trở thành: $t^2 + 2mt + 2m - 2 = 0 (*)$.

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2

$$\Rightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 2 > 0 \Leftrightarrow \forall m \in \mathbb{R}. \text{ Khi đó: } t_1 + t_2 = -2m, t_1 t_2 = 2m - 2.$$

$$\text{Ta có: } \log_2 x_1 = t_1, \log_2 x_2 = t_2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2^{t_1} \\ x_2 = 2^{t_2} \end{cases}.$$

Từ điều kiện

$$x_1 \leq 64x_2 \leq 4096x_1,$$

$$\Leftrightarrow 2^{t_1} \leq 2^6 \cdot 2^{t_2} \leq 2^{12} \cdot 2^{t_1} \Leftrightarrow 2^{t_1} \leq 2^{6+t_2} \leq 2^{12+t_1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t_1 - t_2 \leq 6 \\ t_1 - t_2 \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow |t_1 - t_2| \leq 6$$

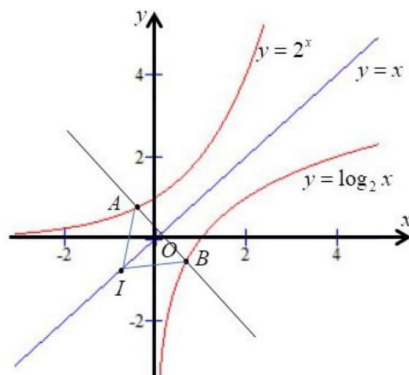
$$\Leftrightarrow (t_1 + t_2)^2 - 4t_1 t_2 \leq 36 \Leftrightarrow (-2m)^2 - 4(2m - 2) \leq 36$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 7 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2\sqrt{2} \leq m \leq 1 + 2\sqrt{2}$$

$$\text{Có 5 giá trị nguyên của } m \in [1 - 2\sqrt{2}; 1 + 2\sqrt{2}].$$

Câu 27: Chọn A.



Ta có đồ thị hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ có đồ thị đối xứng với nhau qua đường thẳng $d: y = x$ và $I \in d$.

Gọi M là trung điểm của AB , suy ra:
$$\begin{cases} x_A + x_B = 2x_M \\ y_A + y_B = 2y_M \end{cases} \Rightarrow P = \frac{x_A + x_B}{y_A + y_B} = \frac{x_M}{y_M}.$$

Theo giả thiết tam giác IAB vuông cân tại I nên trung điểm M của AB thuộc đường thẳng d , suy ra $y_M = x_M$. Vậy $P = \frac{x_M}{y_M} = 1$.

Câu 28: Chọn C.

Ta có: $3f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{3}$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			2		$+\infty$	
	$-\infty$		-2			

Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}$.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có 3 nghiệm thực.

Câu 29: Chọn A.

Theo công thức ta có: $\log_2 a^3 = 3 \log_2 a$.

Câu 30: Chọn B.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi$.

Câu 31: Chọn A.

Xét hàm số $y = g(x) = 3f(x^2 - 2x - 1)$ trên đoạn $[-1; 2]$.

Ta có $y' = g'(x) = 3(2x - 2) \cdot f'(x^2 - 2x - 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 = 0 \\ x^2 - 2x - 1 = -2 \\ x^2 - 2x - 1 = -1 \\ x^2 - 2x - 1 = 1 \\ x^2 - 2x - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \\ x = 1 + \sqrt{3} \notin [-1; 2] \\ x = 1 - \sqrt{3} \\ x = -1 \\ x = 3 \notin [-1; 2] \end{cases}$$

Ta có $x = -1 \Rightarrow g(-1) = 3 \cdot f(2) = 12$

$x = 1 - \sqrt{3} \Rightarrow g(1 - \sqrt{3}) = 3 \cdot f(1) = 15$

$x = 0 \Rightarrow g(0) = 3 \cdot f(-1) = -15$

$x = 1 \Rightarrow g(1) = 3 \cdot f(-2) = -12$

$x = 2 \Rightarrow g(2) = 3 \cdot f(-1) = -15$

Ta có bảng biến thiên:

x	-1	$1-\sqrt{3}$		0		1		2	
y'	0	+	0	-	0	+	0	-	0
y									

Trên đoạn $[-1; 2]$ số nghiệm của phương trình $3f(x^2 - 2x - 1) = m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 3f(x^2 - 2x - 1)$ với đường thẳng $y = m$. Vậy để phương trình có đúng hai nghiệm thực phân biệt trên đoạn

$[-1; 2]$ thì $\begin{cases} m = -12 \\ 12 \leq m < 15 \end{cases}$. Vậy các giá trị nguyên của m là: $-12, 12, 13, 14$. Có bốn giá trị nguyên của m nên ta chọn đáp án A.

Câu 32: Chọn A

Ta có: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$

$$\text{Hàm số có 2 cực trị dương nên } \begin{cases} \Delta'_y > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 9ac > 0 \\ -\frac{2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; d)$ nên $d < 0$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 33: Chọn D.

Ta có, diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 2^2 = 16\pi$.

Câu 34: Chọn A.

Ta có, diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi$.

Câu 35: Chọn D.

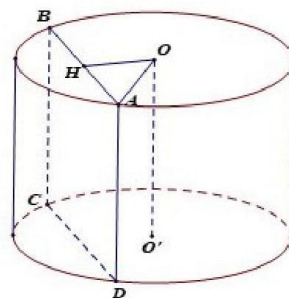
Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 1$$

Vậy đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 36: Chọn C.



Gọi thiết diện thu được là hình vuông $ABCD$

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow OH \perp AB$

Mặt khác $AD \perp OH$

$$\Rightarrow OH \perp (ABCD)$$

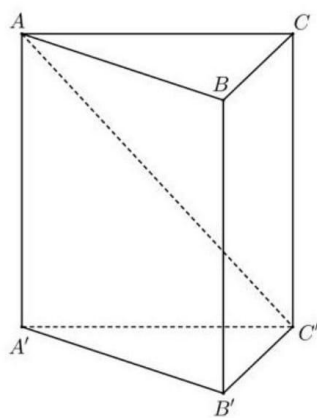
$$\text{Ta có } OO' \perp (ABCD) \Rightarrow d(OO'; (ABCD)) = d(O, (ABCD)) = OH = 1$$

$$HA = \sqrt{OA^2 - OH^2} = 2 \Rightarrow AB = 4 \Rightarrow AD = 4$$

Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

$$V = \pi \cdot OA' \cdot AD = \pi \cdot (\sqrt{5})^2 \cdot 4 = 20\pi.$$

Câu 37: Chọn A.

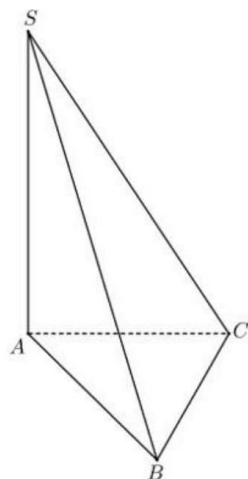


Hình chiếu vuông góc của A xuống mặt phẳng $(A'B'C')$ là $A' \Rightarrow \widehat{(A'C, (A'B'C'))} = \widehat{AC'A'}$

$$\Delta AA'C' \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow \widehat{AC'A'} = 45^\circ$$

Vậy góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng đáy bằng 45° .

Câu 38: Chọn B.



SA vuông góc với mặt phẳng đáy $\Rightarrow SA \perp AB; SA \perp AC$ và A là hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng đáy (ABC)

$$* \Delta SAB \text{ vuông tại } A \Rightarrow SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$$

$$* \Delta SAC \text{ vuông tại } A \text{ có } \widehat{SCA} = \left(\widehat{SC, (ABC)} \right) = 60^\circ \text{ nên } AC = \frac{SA}{\tan 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a$$

$$* \text{Diện tích } \Delta ABC \text{ vuông tại } A \text{ là } \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^2}{2}$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}.$$

Câu 39: Chọn D.

Mọi mặt phẳng đi qua tâm của hình cầu đều là mặt đối xứng của hình cầu. Vậy hình cầu có vô số mặt đối xứng.

Câu 40: Chọn D.

$$\text{Đặt } t = \cos x, x \in \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2} \right] \Rightarrow t \in [0; 1].$$

$$\text{Xét hàm số } y = \frac{t+m}{2-t} \text{ trên đoạn } [0; 1]$$

$$\text{Ta có: } y' = \frac{2+m}{(2-t)^2}.$$

Nếu $2+m > 0 \Leftrightarrow m > -2$ thì $y' > 0$, hàm số đồng biến trên $[0; 1]$, suy ra:

$$\max_{\left[0; \frac{1}{2}\right]} f(t) = f(1) \Leftrightarrow f(1) = 1 \Leftrightarrow \frac{1+m}{1} = 1 \Leftrightarrow m = 0.$$

Nếu $2+m < 0 \Leftrightarrow m < -2$ thì $y' < 0$, hàm số nghịch biến trên $[0;1]$, suy ra:

$$\max_{\left[0; \frac{1}{2}\right]} f(t) = f(0) \Leftrightarrow f(0) = 1 \Leftrightarrow \frac{m}{2} = 1 \Leftrightarrow m = 2 \text{ (không thỏa mãn).}$$

Vậy $m = 0 \Rightarrow |m| < 1$.

Câu 41: Chọn A.

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị của hàm bậc bốn và có hệ số $a > 0$ nên chọn A.

Câu 42: Chọn D.

Ta có: $\log_3 x = 2 \Leftrightarrow x = 9$. Chọn D.

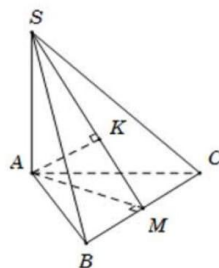
Câu 43: Chọn A.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-2}{x+1} = -\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng: $x = -1$.

Câu 44: Chọn A.



Gọi M là trung điểm của BC . Suy ra $AM \perp BC$ và $AM = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Gọi K là hình chiếu của A trên SM . Suy ra $AK \perp SM$ (1).

Ta có: $\begin{cases} AM \perp BC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AK$ (2).

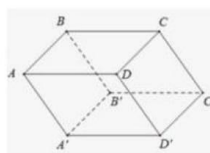
Từ (1) và (2) suy ra $AK \perp (SBC) \Rightarrow d(A; (SBC)) = AK$.

Do I là trung điểm của AC nên $d(I, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC)) = \frac{AK}{2}$.

Trong $\triangle SAM$ có $AK = \frac{SA \cdot AM}{\sqrt{SA^2 + AM^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

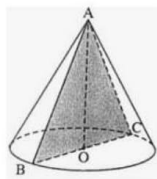
Vậy $d(I, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 45: Chọn C.



Một hình hộp có 4 mặt bên và 2 mặt đáy nên có tất cả 6 mặt.

Câu 46: Chọn C.



Gọi thiết diện qua trục là tam giác đều ABC , khi đó $AO = \frac{BC\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow BC = 4$

Khi đó diện tích thiết diện là $S_{td} = \frac{1}{2} AO \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 4 = 4\sqrt{3}$.

Câu 47: Chọn A.

Ta thấy đồ thị có hai điểm cực trị nên không thể là đồ thị hàm số trùng phương, loại đáp án B và D.

Dựa vào đồ thị ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên loại phương án C.

Câu 48: Chọn C.

Mỗi cách xếp 5 học sinh thành một hàng ngang là một hoán vị của 5 học sinh đó.

Do đó số cách sắp xếp là $5! = 120$.

Câu 49: Chọn A.

Thể tích của khối lập phương cạnh bằng 2 là $V = 2^3 = 8$ (đvtt).

Câu 50: Chọn C.

Ta có: $3^{x+2} = 27 \Leftrightarrow 3^{x+2} = 3^3 \Leftrightarrow x+2 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 1$.

_____ **HẾT** _____