

I тур

Задача 1

- 16. – нечітко вказано стратегію Аліни;
- 16. – арифметичні помилки, що могли вплинути на розв'язання;
- 16. – неточність в поясненні, що верхня межа значень меншого кореня Богдана менша за нуль;
- 26. – використано формулу коренів з помилкою, що призвело до втрати випадків;
- 36. – вказано стратегію для Аліни та розібрано лише один з випадків порядку вибору коефіцієнтів Богданом;
- 26. – Доведено з помилкою, що Аліна останнім кроком може зробити як загодно великий від'ємний корінь та вказано з помилками, чому у деяких випадках порядку вибору коефіцієнтів Богданом Аліна може перемогти;
- 26. – Не вказано чітко стратегію Аліни, розібрано лише один випадок порядку вибору коефіцієнтів Богданом та з помилками знайдено розв'язок шуканого рівняння на середній коефіцієнт Аліни.

Задача 2

ВАЖЛИВО: Якщо у вас ≤ 3 балів - ваш бал формувався з “додатніх критеріїв” (“плюс бали” за всі ваші просування).

Якщо ≥ 4 балів - то з від'ємних (7 мінус бали за всі ваші недоліки та неточності).

- +06. - виписані значення a_1, a_2, a_3, a_4 .
- +06. - міркування про прості дільники вигляду $8k + 1$, квадратичні лишки;
- +06. - перетворення, які ні до чого не призводять;
- +16. - вказана відповідь та/або рекурентна формула $a_{n+1} = 3a_n + 1$ та/або перевірено, що в такому разі $S(a_{n+1}) - S(a_n)$ буде квадратом;
Тобто якщо з переліку зроблено кілька речей, це все одно тільки +1 бал.
- +16. - для індукційного рівняння отримані рівняння АБО $y(y + 3^n) = 2x^2$, АБО $(2m + 1)^2 - 3^{2n} = 8x^2$.

Для цього критерію потрібно було отримати рівняння саме в такому вигляді та жодному іншому. Зокрема, рівняння

$$(a_{n+1} - a_n)(a_{n+1} + a_n + 1) = x^2 \text{ та навіть } (a_{n+1} - \frac{3^n-1}{2})(a_{n+1} + \frac{3^n-1}{2})$$

НЕ підпадають під цей критерій.

+1б. - невдала спроба винести степінь трійки з у у рівнянні

$$y(y + 3^n) = 2x^2 \text{ чи з } (2m + 1) \text{ у рівнянні } (2m + 1)^2 - 3^{2n} = 8x^2; \text{ або}$$

міркування про те, що $y = 2 \cdot 3^s \cdot t^2$ або $y = 3^s \cdot t^2$, де $(3, t) = 1$;

Під поняття "невдала спроба", зокрема, підпадає робота, де після

винесення степеня 3 з $2m + 1$ сказано, що $\frac{(2m+1)}{3^k} = \frac{3^{n-k+1}-1}{2}$

замість $\frac{2m+1}{3^k} = 3^{n-k+1}$.

+2б. - доведено, що $a_{n+1} - a_n : 3$;

-3б. - арифметична помилка під час нескінченного спуску, яка змінює всі подальші перетворення;

-2б. - не доведено, що $v_3(2m + 1) \geq 1$;

-1б. - під час спуску пророблені порівняння за mod 9, які не є коректними;

Але ці перетворення стають коректними за mod 3.

-1б. - не присутні відсилання до мінімальності m під час закінчення "нескінченного" спуску;

Цей критерій застосовувався в роботах, де рівняння

$$(2m + 1)^2 - 3^{2n} = 8\beta^2 \text{ було зведено спуском до}$$

$$(2m_n + 1)^2 - 1 = 8\beta_n^2, \text{ після чого без жодного пояснення сказано, що } \beta = 1.$$

-2б. - у рівнянні $y(y + 3^n) = 2x^2$ розібрано випадок лише непарного у;

Застосовувався в роботі, де випадок парного у пояснювався лише фразою "майже аналогічно".

-2б. - відсутність правильного закінчення нескінченного спуску;

Застосований у роботі, де рівняння $(k)^2 + 3^n k = 2x^2$ зведено до рівняння $(k')^2 + 3^{n-2} k = 2(x')^2$, але не сказано, що робити, коли $n - 2$ стане рівне 0 або навіть від'ємним.

-2б. - у випадку $v_3(a_{n+1} - a_n) = v_3(a_{n+1} + a_n + 1) = i$ відсутній розбір підвипадку $i = n$.

Задача 3

Нижче використано позначення $R = AD \cap MC$ та $S = BD \cap ME$ як у авторському розв'язанні.

- +0б.** – міркування про радикальні вісі без доведення;
- +0б.** – сформульовано, але не доведено факт, що $SCDER$ вписаний;
- +0б.** – доведено, що прямі LQ , KP , LM , KM утворюють паралелограм за недоведеного припущення, що $CLQD$ та $EKPD$ вписані;
- +1б.** – доведено вписаності чотирикутників $CLQD$ та $EKPD$;
- +1б.** – доведено, що прямі LQ , KP , LM , KM утворюють паралелограм та зведено задачу до факту, що DM ділить LK навпіл;
- +1б.** – задачу зведено до того, що $CLKE$ вписаний;
- +1б.** – доведено вписаність п'ятикутника $SCDER$;
- 5б.** – значні недоліки в доведенні;
- 7б.** – повне розв'язання.

Задача 4

- 0 б. – Вказана відповідь без пояснень.
- 0 б. – Вказано правильний приклад для доведення оцінки знизу, але оцінка знизу не доведена
- +1 б. – Доведення оцінки знизу
- + 6 б. – Доведення оцінки зверху
- + 1б. – Розглянуто інтерпретацію з відрізками, їхніми перетинами/вкладеннями, для якої сформульовані твердження схожі до авторського розв'язання, втім не наведено правильного алгоритму
- 2б. – Немає чіткого формулювання прикладу і алгоритму, а також недостатні обґрунтування правильності алгоритму

II тур

Задача 5

- 0б. – відсутні значні просування;
- 1б. – доведено рівність кутів $\angle GAD = \angle AED$;
- 1б. – задачу зведено до рівності кутів $\angle GDA = \angle ADB$;
- 1б. – записано співвідношення сторін, що допомагають в одному з розв'язків що використовує подібність трикутників.
- 5б. – у цілому правильне розв'язання, у якому не обґрунтовано належним чином подібність трикутників ADG та EAF ;
- 5б. – у цілому правильне розв'язання, у якому неправильно записано відношення відповідних сторін у подібних трикутниках;
- 6б. – використано, але чітко не сформульовано той факт, що $AFBC$ є рівнобедреною трапецією;
- 6б. – правильне розв'язання, у якому присутні незначні прогалини у поясненнях;
- 7б. – повне розв'язання.

Задача 6

- 0б. - вказано правильну відповідь
- 1б. – доведено існування кліки розміром 11
- 3б. - розв'язано пункт а)
- +1б. - присутнє розбиття графу на кліки розміром < 11 або ж обрано вершину, що з'єднана з 10 кліками розміру 10, та роздуми щодо розфарбовки ребер між кліками
- +1б. - розглянуто всі види трійок (включаючи 3 в різних кліках) та присутні спроби розфарбовки за допомогою лишків по модулю 11/12.
- +4б. - повне доведення пункту б)
- 1б. - неточності в доведенні

Задача 7

- 0б. – відсутні значні просування;
- +0б. - вказана перевірена відповідь;
- +1б. - Доведена лема 1 з авторського розв'язку;

+1б. - Чітко доведено та сформульовано для степенів входження числа p в a_i для довільного (не тільки для простого) модуля твердження аналогічне лемі 1. **Цей бал додається ВИКЛЮЧНО** коли доведена лема 1!;

+1б. - Доведення, що послідовність $v_p(a_i)$ не може стати константою з якогось моменту;

4б. - Показано що якщо $p \mid a_i$, то воно ділить усі a_n для достатньо великих n ;

5б. - Правильний розв'язок зі значними недоліками;

6б. - Доведено, що $a_i \mid a_n$ для всіх достатньо великих n ;

7б. - Повний розв'язок.

ВАЖЛИВО: В багатьох роботах були спроби поділити всі числа на НСД всіх чисел d , але це не можна робити в загальному випадку, бо ми не контролюємо цілість середнього арифметичного d підряд ідучих чисел після цієї операції.

Задача 8

0б. - задача відсутня або немає суттєвих просувань.

+0б. - вказано приклад для $|S| = 1$

+1б. - вказано правильний приклад для $|S| = 1$ ТА $|S| = 2$

З наступних трьох критеріїв можна отримати максимум 2 бали

- **+1б.** - твердження, що $2^a + 2^b = 2^c + 2^d \Rightarrow \{a, b\} = \{c, d\}$
- **+1б.** - рівність (1) або аналогічна з авторського розв'язку
 - Критерій НЕ застосовувався, якщо рівність була отримана для певної кіл-ті доданків (2,3,4), а не довільної.
 - Критерій НЕ сумується з попереднім, якщо формула (1) не виписана в явному вигляді
- **2б.** - рівність (1) з авторського розв'язку та міркування, схожі на лему 1 з авторського розв'язку, але з неправильно введеною функцією $e(a, b)$.

Була введена функція $2^{k(a+b)} = f(a + b) - f(a) - f(b)$, яка, насправді, НЕобов'язково набуває однакових значень для всіх a, b з однаковою сумою.

Може застосовуватись максимум один з наступних двох критеріїв:

- **-1б.** - дрібні недоліки у доведенні
- **-2б.** - суттєві недоліки у доведенні

76. - повний розв'язок

III тур

Задача 9

06. – відсутні просування;

36. – доведено, що для $k > 1012$ завжди знайдуться два числа a, b такі, що $ab+1$ повний квадрат;

- **+16** – правильна відповідь
- **+16** – наявна твердження про $x(x+2)+1 = a^2$
- **+16** – доведено що якщо $k > 1012$, то існує хоча б два числа з різницею в 2

46. – наведено приклад для $k=1012$ існує множина така, що $ab+1$ не є повним квадратом для будь-яких a, b

- **+16** – наведено правильний контрприклад (без доведення)
- **+16** – розглянуто правильно випадки коли ab дає остачу 1 або 2 по модулю 4
- **+26** – розглянуто правильно випадок коли ab дає остачу 0 по модулю 4

-16. – незначні недоліки (е.г. не повністю розглянуто всі можливі остачі ab при діленні на 8)

76. – повне розв'язання.