23.03.2022

Тема урока " Решение задач с помощью рациональных уравнений "

Цели урока:

- закрепление понятия дробного рационального уравнения;
- умение решать задачи с помощью дробных рациональных уравнений.

Ход урока

1.Закрепление изученного материала:

Напомним, что ***рациональные уравнения*** – это уравнения, у которых левая и правая части являются рациональными выражениями. Рациональное уравнение, в котором левая или правая части являются дробными выражениями, называют ***дробным***.

Очень часто решение задач сводится к решению дробных рациональных уравнений. Решим несколько задач, которые сводятся к решению таких уравнений.

Задача 1. Числитель дроби на 3 меньше её знаменателя. Сумма дроби и обратной ей дроби в $7{,}25$ раза больше исходной дроби. Найти исходную дробь.

Решение:

Обозначим за x – знаменатель дроби. Тогда $(x-3)$ – числитель этой дроби. Значит, исходная дробь имеет вид $\frac{x-3}{x}$. Так как по условию задачи сумма дроби $\frac{x-3}{x}$ и обратной ей дроби $\frac{x}{x-3}$ в $7{,}25$ раза больше исходной дроби, то можем составить уравнение:

$$\frac{x-3}{x}+\frac{x}{x-3}=7{,}25\cdot\frac{x-3}{x}$$

$$\frac{x-3}{x}+\frac{x}{x-3}=\frac{29}{4}\cdot\frac{x-3}{x}\quad\Big|\cdot 4x(x-3)$$

$$4(x-3)(x-3)+4x^2=29(x-3)(x-3)$$

$$4x^2-24x+36+4x^2=29x^2-174x+261$$

$$21x^2-150x+225=0$$

$$D=(-150)^2-4\cdot 21\cdot 225=22500-18900=3600.\ D>0.$$

$$x_{1,2}=\frac{-(-150)\pm\sqrt{3600}}{2\cdot 21}=\frac{150\pm 60}{42}$$

$$x_1=\frac{210}{42}=5;\ \cancel{x_2=\frac{90}{42}=\frac{15}{7}}$$

5 – знаменатель, $5-3=2$ – числитель.

$\Rightarrow \frac{2}{5}$ – исходная дробь.

Ответ: $\frac{2}{5}$ – исходная дробь.

Задача 2. Велосипедисту надо проехать 15 км. Он выехал на 15 минут позже намеченного срока и, чтобы приехать вовремя, увеличил скорость на 2 км/ч. С какой скоростью ехал велосипедист?

Решение:

Пусть x (км/ч) – скорость велосипедиста. Тогда расстояние в 15 км велосипедист проедет за $\frac{15}{x}$ часов. Если бы велосипедист выехал вовремя, то его скорость была бы равна $(x-2)$ км/ч. И тогда расстояние в 15 км он

проехал бы за $\frac{15}{x-2}$ часов. По условию задачи, велосипедист выехал на 15 минут позже намеченного срока, или, что тоже самое, на $\frac{15}{60}$ часа позже. Составим уравнение:

$$\frac{15}{x-2}-\frac{15}{x}=\frac{15}{60}$$

$$\frac{15}{x-2}-\frac{15}{x}=\frac{1}{4}\ \Big|\cdot 4x(x-2)$$

$$15\cdot 4x-15\cdot 4\cdot(x-2)=x(x-2)$$

$$60x-60x+120=x^2-2x$$

$$x^2-2x-120=0$$

$$D=(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-120)=4+480=484.\ D>0.$$

$$x_{1,2}=\frac{-(-2)\pm\sqrt{484}}{2\cdot 1}$$

$$x_1=\frac{2+22}{2}=\frac{24}{2}=12;$$

$$\cancel{x_2=\frac{2-22}{2}=\frac{-20}{2}=-10}$$

Ответ: 12 км/ч.

Задача 3. Моторная лодка прошла вниз по реке 14 км, а затем 9 км против течения, затратив на весь путь 5 часов. Найти скорость течения реки, если скорость моторной лодки в стоячей воде равна 5 км/ч.

Решение:

Пусть x (км/ч) – скорость течения реки. Тогда расстояние в $(5+x)$ км/ч скорость моторной лодки по течению реки и $(5-x)$ км/ч скорость моторной лодки против течения. Известно, что моторная лодка прошла по течению реки 14 км, а значит, затратила на это расстояние $\frac{14}{5+x}$ часов. Затем против течения лодка прошла 9 км, затратив на это расстояние $\frac{9}{5-x}$ часов. По условию известно, что на весь путь моторная лодка затратила 5 часов. Составим уравнение:

$$\frac{14}{5+x}+\frac{9}{5-x}=5\ \Big|\cdot(5+x)(5-x)$$

$$14(5-x)+9(5+x)=5(5+x)(5-x)$$

$$70-14x+45+9x=125-5x^2$$

$$5x^2-5x-10=0$$

$$x^2-x-2=0$$

$$D_1=(-1)^2-4\cdot 1\cdot(-2)=1+8=9.\ D>0.$$

$$x_1+x_2=-1$$

$$x_1\cdot x_2=-2$$

$$x_1+x_2=-p$$

$$x_1x_2=q$$

$$\cancel{x_1=-1;}$$

$$x_2=2$$

Ответ: 2 км/ч.

Задача 4. Вело эквилибрист, проектируя своё оборудование для выступления в цирке, рассчитал, что если длину окружности колеса его одноколёсного велосипеда увеличить на один метр, то на расстоянии 990 м оно сделает на 40 оборотов меньше. Найти длину окружности велосипедного колеса эквилибриста.

Решение:

Пусть x метров – длина окружности колеса. Тогда на расстоянии в 990 метров это колесо делает $\frac{990}{x}$ оборотов. И тогда на расстоянии 990 метров такое колесо сделает $\frac{990}{x+1}$ оборотов. По условию задачи известно, что после увеличения длины окружности колеса, оно делает на расстоянии 990 метров на 40 оборотов меньше. Составим уравнение:

$$\frac{990}{x} - \frac{990}{x+1} = 40 \quad \Big| \cdot x(x+1)$$

$$990(x+1) - 990x = 40x \cdot (x+1)$$

$$990x + 990 - 990x = 40x^2 + 40x$$

$$40x^2 + 40x - 990 = 0$$

$$4x^2 + 4x - 99 = 0$$

$$D_1 = 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-99) = 16 + 1584 = 1600. \quad D > 0.$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{1584}}{2 \cdot 4}$$

$$x_1 = \frac{-4+40}{8} = \frac{36}{8} = 4{,}5;$$

$$\cancel{x_2 = \frac{-4-40}{8} = \frac{-44}{8} = -5{,}5}$$

Ответ: 4,5 метров.

Итак, сегодня на уроке мы с вами познакомились с задачами, решение которых предполагает составление и решение дробных рациональных уравнений, и научились решать такие задачи.

2.Просмотр видеоурока:
https://www.youtube.com/watch?v=gQSJIk5yCpg

3.Выполнение заданий по образцу с учебника №629, №633 с 147(с пояснением, как в образцах)

Выполненную домашнюю работу присылайте учителю на электронную почту

ekaterinaefremova160283@gmail.com