

23.03.2022

Тема урока " Решение задач с помощью рациональных уравнений "

Цели урока:

- закрепление понятия дробного рационального уравнения;
- умение решать задачи с помощью дробных рациональных уравнений.

Ход урока

1.Закрепление изученного материала:

Напомним, что **рациональные уравнения** – это уравнения, у которых левая и правая части являются рациональными выражениями. Рациональное уравнение, в котором левая или правая части являются дробными выражениями, называют **дробным**.

Очень часто решение задач сводится к решению дробных рациональных уравнений. Решим несколько задач, которые сводятся к решению таких уравнений.

Задача 1. Числитель дроби на ³ меньше её знаменателя. Сумма дроби и обратной ей дроби в ^{7,25} раза больше исходной дроби. Найти исходную дробь.

Решение:

Обозначим за x – знаменатель дроби. Тогда $(x - 3)$ – числитель этой дроби.

Значит, исходная дробь имеет вид $\frac{x-3}{x}$. Так как по условию задачи сумма дроби $\frac{x-3}{x}$ и обратной ей дроби $\frac{x}{x-3}$ в ^{7,25} раза больше исходной дроби, то можем составить уравнение:

$$\frac{x-3}{x} + \frac{x}{x-3} = 7,25 \cdot \frac{x-3}{x}$$

$$\frac{x-3}{x} + \frac{x}{x-3} = \frac{29}{4} \cdot \frac{x-3}{x} \quad | \cdot 4x(x-3)$$

$$4(x-3)(x-3) + 4x^2 = 29(x-3)(x-3)$$

$$4x^2 - 24x + 36 + 4x^2 = 29x^2 - 174x + 261$$

$$21x^2 - 150x + 225 = 0$$

$$D = (-150)^2 - 4 \cdot 21 \cdot 225 = 22500 - 18900 = 3600, D > 0.$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-150) \pm \sqrt{3600}}{2 \cdot 21} = \frac{150 \pm 60}{42}$$

$$x_1 = \frac{210}{42} = 5; \quad x_2 = \frac{90}{42} = \frac{15}{7}$$

5 – знаменатель, 5 – 3 = 2 – числитель.

$\Rightarrow \frac{2}{5}$ – исходная дробь.

Ответ: $\frac{2}{5}$ – исходная дробь.

Задача 2. Велосипедисту надо проехать 15 км. Он выехал на 15 минут позже намеченного срока и, чтобы приехать вовремя, увеличил скорость на 2 км/ч. С какой скоростью ехал велосипедист?

Решение:

Пусть x (км/ч) – скорость велосипедиста. Тогда расстояние в ¹⁵ км велосипедист проедет за $\frac{15}{x}$ часов. Если бы велосипедист выехал вовремя, то его скорость была бы равна $(x - 2)$ км/ч. И тогда расстояние в ¹⁵ км он

проехал бы за $\frac{15}{x-2}$ часов. По условию задачи, велосипедист выехал на $\frac{15}{60}$ минут позже намеченного срока, или, что тоже самое, на $\frac{1}{4}$ часа позже. Составим уравнение:

$$\begin{aligned}\frac{15}{x-2} - \frac{15}{x} &= \frac{1}{4} \\ \frac{15}{x-2} - \frac{15}{x} &= \frac{1}{4} \quad | \cdot 4x(x-2) \\ 15 \cdot 4x - 15 \cdot 4 \cdot (x-2) &= x(x-2) \\ 60x - 60x + 120 &= x^2 - 2x \\ x^2 - 2x - 120 &= 0\end{aligned}$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-120) = 4 + 480 = 484. D > 0.$$

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{484}}{2 \cdot 1} \\ x_1 &= \frac{2 + 22}{2} = \frac{24}{2} = 12; \\ x_2 &= \frac{2 - 22}{2} = \frac{-20}{2} = -10\end{aligned}$$

Ответ: 12 км/ч.

Задача 3. Моторная лодка прошла вниз по реке 14 км, а затем 9 км против течения, затратив на весь путь 5 часов. Найти скорость течения реки, если скорость моторной лодки в стоячей воде равна 5 км/ч.

Решение:

Пусть x (км/ч) – скорость течения реки. Тогда расстояние в $(5+x)$ км/ч скорость моторной лодки по течению реки и $(5-x)$ км/ч скорость моторной лодки против течения. Известно, что моторная лодка прошла по течению реки 14 км, а значит, затратила на это расстояние $\frac{14}{5+x}$ часов. Затем против течения лодка прошла 9 км, затратив на это расстояние $\frac{9}{5-x}$ часов. По условию известно, что на весь путь моторная лодка затратила 5 часов. Составим уравнение:

$$\begin{aligned}\frac{14}{5+x} + \frac{9}{5-x} &= 5 \quad | \cdot (5+x)(5-x) \\ 14(5-x) + 9(5+x) &= 5(5+x)(5-x) \\ 70 - 14x + 45 + 9x &= 25 - 5x^2 \\ 5x^2 - 5x - 10 &= 0 \\ x^2 - x - 2 &= 0\end{aligned}$$

$$D_1 = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9. D > 0.$$

$$x_1 + x_2 = -1$$

$$x_1 \cdot x_2 = -2$$

$$x_1 = -1;$$

$$x_2 = 2$$

Ответ: 2 км/ч.

Задача 4. Вело эквилибрист, проектируя своё оборудование для выступления в цирке, рассчитал, что если длину окружности колеса его одноколёсного велосипеда увеличить на один метр, то на расстоянии 990 м оно сделает на 40 оборотов меньше. Найти длину окружности велосипедного колеса эквилибриста.

Решение:

Пусть x метров – длина окружности колеса. Тогда на расстоянии в 990 метров это колесо делает $\frac{990}{x}$ оборотов. И тогда на расстоянии 990 метров такое колесо сделает $\frac{990}{x+1}$ оборотов. По условию задачи известно, что после увеличения длины окружности колеса, оно делает на расстоянии 990 метров на 40 оборотов меньше. Составим уравнение:

$$\begin{aligned}\frac{990}{x} - \frac{990}{x+1} &= 40 \quad | \cdot x(x+1) \\ 990(x+1) - 990x &= 40x \cdot (x+1) \\ 990x + 990 - 990x &= 40x^2 + 40x \\ 40x^2 + 40x - 990 &= 0 \\ 4x^2 + 4x - 99 &= 0\end{aligned}$$

$$D_1 = 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-99) = 16 + 1584 = 1600. D > 0.$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{1584}}{2 \cdot 4}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-4 + 40}{8} = \frac{36}{8} = 4,5;$$

~~$$x_2 = \frac{-4 - 40}{8} = \frac{-44}{8} = -5,5$$~~

Ответ: 4,5 метров.

Итак, сегодня на уроке мы с вами познакомились с задачами, решение которых предполагает составление и решение дробных рациональных уравнений, и научились решать такие задачи.

2.Просмотр видеоурока:

<https://www.youtube.com/watch?v=gQSJlk5yCpg>

3.Выполнение заданий по образцу с учебника №629, №633 с 147(с пояснением, как в образцах)

Выполненную домашнюю работу присылайте учителю на электронную почту

ekaterinaefremova160283@gmail.com