Занятие №   Группа ХКМ 1/1   Дата: 01.03.2024

Тип занятия: комбинированное занятие

Тема занятия: «Преобразование выражений с корнями n-ой степени»

Цель занятия:

Деятельностная:

– формирование у учащихся умений выполнять преобразования иррациональных выражений.

Содержательная:

– закрепить представление о корне n-ой степени;

– расширить знания учеников за счет включения новых определений: степень с рациональным показателем;

– познакомиться с задачами на использование свойств корня n-ой степени при решении различных задач.

Оборудование занятия: доска, учебник.

План занятия:

1. Корень n–ой степени и его свойства (повторение).
2. Степень с рациональным показателем (повторение).
3. Задания с решением.
4. Задачи для самостоятельного решения

Ход занятия

1. Корень n–ой степени и его свойства

Определение:

Корнем n-ой степени (n – натуральное число, отличное от 1) из числа a называется такое число b, n-ая степень которого равна числу a.

$$\sqrt[n]{a} = b, \quad \text{где } a = b^n.$$

Определение:

Арифметическим корнем n-ой степени от отрицательного числа a называется неотрицательное число b, n-ая степень которого равна числу a.

Свойства:

Для положительных чисел a, b при $n \in N,\ k \in Z$ для корней n–ой, k –ой степени

1. $(\sqrt[n]{a})^n = a;$
2. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\ .\ \sqrt[n]{b}$;
3. $\sqrt[nk]{a^k} = \sqrt[n]{a};$
4. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}};$
5. $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k};$
6. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}.$

2. Степень с рациональным показателем

Определение:

Степенью числа $a > 0$ с рациональным показателем $\frac{m}{n}$ называется значение корня –ой степени из числа a^m.

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}.$$

<u>Свойства</u>:

Для любых чисел a, b, для любых целых чисел $m,\ n$

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; 2. $a^m : a^n = a^{m-n}$;
3. $(a^m)^n = a^{mn}$; 4. $(ab)^n = a^n \cdot b^n$;
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$; 6. если $m > n$, то $a^m > a^n$ при $a > 1$;

$a^m < a^n$ при $0 < a < 1$.

<u>Свойства</u>:

Для $a > 0, b > 0$ и любых рациональных чисел $r,\ s$

1. $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$; 2. $a^r : a^s = a^{r-s}$;
3. $(a^r)^s = a^{rs}$; 4. $(ab)^r = a^r \cdot b^r$;
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$; 6. если r - рациональное число и $0 < a < b$,

то $a^r > b^r$ при r> 0;

$a^r > b^r$ при r< 0

7. Для рациональных чисел $r,\ s$ из неравенства r $> s$, получаем $a^r > a^s$ при $a > 1$, $a^r < a^s$, при $0 < a < 1$.

3. Задания с решением

<u>Пример 1.</u> Представьте выражение в виде степени с рациональным показателем:

а) $\sqrt[3]{a^{-2}}$ б) $\sqrt[8]{4^5}$

Решение:

а) $\sqrt[3]{a^{-2}} = a^{-\frac{2}{3}}$

Ответ: $a^{-\frac{2}{3}}$

б) $\sqrt[8]{4^5} = 4^{\frac{8}{5}}$

Ответ: $4^{\frac{8}{5}}$

<u>Пример 2.</u> Представьте выражение в виде корня:

а) $7^{\frac{1}{4}}$ б) $a^{-\frac{7}{15}}$

Решение:

а) $7^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{7}$

Ответ: $\sqrt[4]{7}$

б) $a^{-\frac{7}{15}} = \sqrt[15]{a^{-7}}$

Ответ: $\sqrt[15]{a^{-7}}$

Пример 3. Найдите значение числового выражения:

а) $\sqrt[4]{40}\cdot 2^{\frac{1}{4}} : 5^{-\frac{3}{4}}$ б) $27^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} - 25^{0,5}$

Решение:

а) $\sqrt[4]{40}\cdot 2^{\frac{1}{4}} : 5^{-\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^3\cdot 5}\cdot 2^{\frac{1}{4}}\cdot 5^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}}\cdot 5^{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}} = 2\cdot 5 = 10$

Ответ: 10

б) $27^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} - 25^{0,5} = 9 + 16^{\frac{3}{4}} - 25^{\frac{1}{2}} = 9 + 27 - 5 = 31$

Ответ: 21

Пример 4. Упростите выражения $\frac{a^{1,2} - b^{2,1}}{a^{0,8} + a^{0,4}b^{0,7} + b^{1,4}}$

Решение:

$$\frac{a^{1,2} - b^{2,1}}{a^{0,8} + a^{0,4}b^{0,7} + b^{1,4}} = \frac{\left(a^{0,4}\right)^3 - (b^{0,7})^3}{\left(a^{0,4}\right)^2 + a^{0,4}b^{0,7} + (b^{0,7})^2} = a^{0,4} - b^{0,7}$$

Ответ: $a^{0,4} - b^{0,7}$

Пример 5. Сравните числа $\sqrt[5]{8}$ и $2^{\frac{2}{3}}$

Решение:

а) $\sqrt[5]{8}$ и $2^{\frac{2}{3}}$, запишем $\sqrt[5]{8}$ в виде степени с рациональным показателем: $\sqrt[5]{8} = 2^{\frac{3}{5}}$. Получаем $2^{\frac{2}{3}} > 2^{\frac{3}{5}}$, так как $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$

Ответ: $\sqrt[5]{8} < 2^{\frac{2}{3}}$

4. Задачи для самостоятельного решения

Задание 1. Представьте выражение в виде степени с рациональным показателем

$3\sqrt[5]{2^{-8}}$

Задание 2. Представьте выражение в виде корня $2^{\frac{5}{6}}$

Задание 3. Найдите значение числового выражения $8^{\frac{1}{2}} : (8^{\frac{1}{6}}\cdot 9^{\frac{3}{2}})$

Задание 4. Упростите выражения $\frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}}$

Задание 5. Сравните числа 2^{300} и 3^{200}

Задание на дом:

1. Повторить формулы сокращенного умножения, свойства квадратного корня.
2. Выполнить задания для самостоятельного решения.
3. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы : базовый и углубленный уровни : учебник / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва [и др.]. – 10-е изд., стер. – Москва : Просвещение, 2022. – 463

§5 с. 24-29, № 97, №99 (2)