Управление образования города Нижний Тагил
Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ ГИМНАЗИЯ

Итоговая выпускная работа в форме проекта

«ПРОГРАММА «GEOGEBRA», КАК СРЕДСТВО ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ СТЕРЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ»

Исполнитель:

Седых Анна Андреевна,
ученица 10В класса

Руководитель:

Сабурова Татьяна Викторовна,
учитель математики

2022

СОДЕРЖАНИЕ

Паспорт проекта	
I этап – Организационно-установочный	
1.1 Определение потребности (актуальность)	
1.2 Выбор темы и формулировка задач	
1.3 Определение конкретных задач и их формулировка	
1.4 Определение основных барьеров (препятствий)	
II этап – Технологический	
2.1 Функционал программы	
2.2 Методы построения сечений	
2.3 Атлас шаблонов	
III этап – Рефлексивно-оценочный	
IV этап – Контрольно-презентационный	
Список литературы и источников	
Приложение	

ПАСПОРТ ПРОЕКТА

Название проекта	Программа «GeoGebra», как средство обучения решению стереометрических задач
Предметная область	Математика
Автор проекта	Седых Анна Андреевна
Руководитель проекта	Сабурова Татьяна Викторовна
Тип проекта	Практико-ориентированный
Заказчик проекта	Сабурова Татьяна Викторовна, учитель математики
Целевая аудитория	Учащиеся 10-11 классов, учителя математики
Цель проекта	Создать электронный атлас шаблонов, который можно будет использовать на уроках геометрии в 10 классе и при подготовке к олимпиадам по математике
Задачи проекта	1. Изучить теорию по построениям сечений многогранников 2. Изучить функциональные особенности программы «GeoGebra» 3. Описать построение объемных тел, на основе которых будут строиться сечения 4. Создать электронный атлас шаблонов
Аннотация (актуальность, т.е. почему это важно и т.д.)	Данный проект будет полезен ученикам и учителям старшего звена на уроках математики и при подготовке к олимпиадам и экзаменам. Атлас шаблонов наглядно показывает самые распространенные фигуры и методы построения сечений. Проект объединяет теоретическую базу, примеры построения и задачи для самостоятельного

	решения, а также план построения и создания собственной задачи.
Необходимые ресурсы и оборудование	Интернет, компьютер с установленной программой «GeoGebra» и возможностью выхода в Интернет, справочные материалы
Этапы работы	1. Сбор необходимой теории 2. Установка программы и ознакомление с функциональными особенностями 3. Составление шаблонов 4. Окончательная корректировка 5. Презентация, текст защиты
Продукт проекта	Электронный атлас шаблонов на основе программы «GeoGebra»

I ЭТАП – ОРГАНИЗАЦИОННО-УСТАНОВОЧНЫЙ

1.1 Определение потребности (актуальность)

Технологии все больше и больше входят в нашу жизнь, прогресс не стоит на месте, появляются новые программы для упрощения и ускорения работы с объемными фигурами. Это важно, ведь не у многих развито пространственное мышление, которое позволяет вращать объемные тела в голове и удерживать дополнительные построения, в том числе и сечения.

Сечения – рассечение тела плоскостью или несколькими плоскостями, след, оставленный ей. Они являются важной частью геометрии и часто используются в экзаменационных задачах и олимпиадах, а также в инженерной графике и черчении, для изображения пересечения тела с секущей плоскостью. Построить грамотное сечение на листе бумаги с первой попытки может стать достаточно сложной задачей, потому что при определенном расположении фигуры, оно превращается в отрезок. Чтобы научиться располагать фигуры так, чтобы сечение не сливалось, можно использовать программы для построения в 3D, одной из таких программ является «GeoGebra».

1.2 Выбор темы

Я выбрала для своего проекта именно формат использования программы и создание атласа. Этому послужило несколько причин:

- Программные построения имеют большую точность, начав проверять свои чертежи, я поняла на сколько это удобно, потому что находила у себя ошибки, а правильный и наглядный чертеж – половина решения
- Атлас – сборник, задачи в котором можно решить разными путями, тем самым тренируя те или иные методы построения
- Использование интерактивной компьютерной техники повышает интерес школьников. Большему количеству учащихся захочется выйти строить чертеж не на доске, а на экране монитора
- Приложение бесплатное и поддерживается на самых базовых компьютерах, не имеет проблем с установкой

- «GeoGebra» - не только программа, но и сообщество людей, интересующихся исследовательскими задачами по геометрии

1.3 Определение цели:

Создание электронного атласа шаблонов, который можно будет использовать на уроке геометрии в 10 классе, путем решения задач в классе, используя компьютерную технику.

Определение конкретных задач и их формулировка:

- Сбор необходимой теории по построениям сечений
- Установка программы и ознакомление с функциональными особенностями
- Составление шаблонов на основе учебных материалов 10 класса
- Окончательная корректировка и проверка возможности доступа к построенным чертежам
- Защита проекта

1.4 Выявление основных барьеров

- Отсутствие подобных атласов для возможности рассмотрения примеров работ

II ЭТАП – ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ

2.1 Функциональные особенности

В запасе функций программы есть сами построения и их поворот во все стороны, для рассмотрения каждой из граней. Поворот чертежа – удобная функция, которая позволяет видеть его полностью или конкретную часть**.** «GeoGebra» может строить графики и выполнять расчеты, связанные как с алгеброй, так и со стереометрическими построениями, вычислять вероятности и строить графики. Так же программа сделана так, что допустить ошибку в построении будет сложно, например, она не обозначит точку пересечения у скрещивающихся прямых, даже если они расположены близко и кажутся пересекающимися. Построения выполняются в более точном отношении, что делает чертеж максимально наглядным и понятным. Все элементы строятся мгновенно, что уменьшает время, затраченное на чертеж, но это не сказывается на самом построении, и позволяет уделить расчетам больше внимания. Программу можно установить даже на не самый мощный компьютер. Чтобы начать строить не обязательно создавать аккаунт, можно преступить к построениям сразу после установки.

2.2 Методы построения сечений

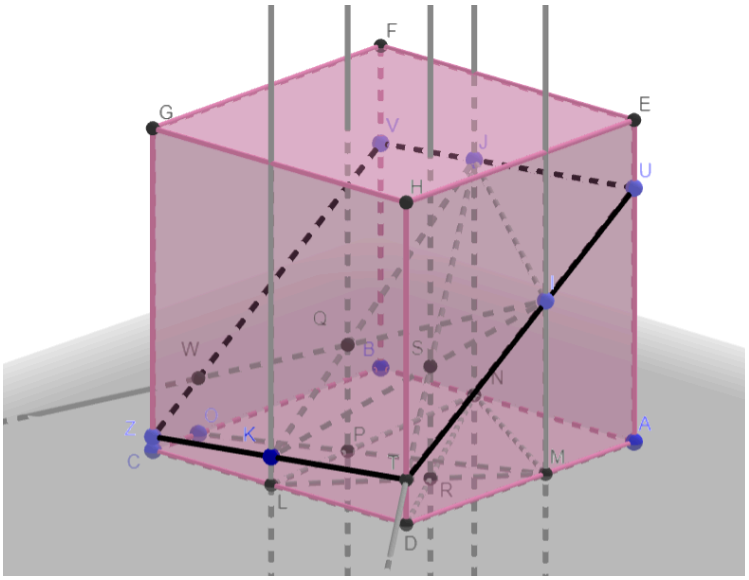
Сечения встречаются в школьном курсе геометрии, а после выходят на экзамены, как вспомогательный элемент в решении задачи или как ее часть. Именно поэтому важно уметь строить их грамотно (на самом деле они строятся несложно, все решает практика, ее недостаток может привести к сложностям позднее). Для их построения существует три основных метода: метод следов, метод вспомогательных сечений и комбинированный метод. Любое построение опирается на аксиомы и теоремы стереометрии – это еще одно, что важно не забывать. Для построения сечения (плоскости) необходимо иметь три неколлинеарные точки, они могут быть расположены как в вершинах и на ребрах, так и в гранях тела.

Метод следов

Следом плоскости называют прямую, которая является пересечением двух плоскостей, секущей плоскости и плоскости грани. Для того, чтобы её построить необходимо иметь 2 точки, принадлежащие обеим граням. Метод основан на аксиомах стереометрии (линия пересечения двух плоскостей - прямая, принадлежащая обеим плоскостям, через 2 точки можно построить прямую).

Метод внутреннего проектирования

Данный метод, как и предыдущий, основан на аксиомах стереометрии. Он менее распространен, ведь с первого взгляда чертеж кажется перегруженным. Но в некоторых случаях является наилучшим вариантом, он имеет достаточное количество дополнительных построений, но они однотипны и просты в выполнении. В его основе лежит теорема, которая говорит о том, что проекцией точки пересечения прямых является точка пересечения проекций этих прямых. Данной теоремой можно воспользоваться, ведь необходимо построить плоскость. Один их способов ее построения - 2 пересекающиеся прямые.



Представленный чертеж выполнен методом внутреннего проектирования. сечение было построено по точкам J, I, K. Совершенные действия при построении: ортогональное проектирование точек на плоскость нижнего

основания куба, построение отрезка JK, в искомой плоскости, и NL, соответственно спроектированными точками, далее точку пересечения P ортогонально проектируем на прямую JK, соединяем полученную точку Q с I и продлеваем до пресечения с гранью CBFG. Аналогично повторяем с точками I и K. Полученные точки в гранях последовательно соединяем и получаем искомое сечение. Используемые теоремы и аксиомы: аксиома плоскости, что через 3 любые точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость, притом единственную, теорема о расположении прямых в пространстве и теорема о способах задания плоскости.

Комбинированный метод

Данный метод объединяет оба метода, описанных выше. Он совмещает в себе построения внутри фигуры и за ее пределами. Часть точек строится методом внутреннего проектирования, а далее используется след плоскости. Его часто используют для уменьшения количества дополнительных построений и для тел сложной формы.

2.3 Атлас шаблонов

Атлас шаблонов представляет собой сборник чертежей разной сложности, с помощью которого можно тренироваться в построении сечений. Шаблоны сделаны так, чтобы на них можно было сразу делать построения. В них присутствуют все представленные выше способы построения сечений.

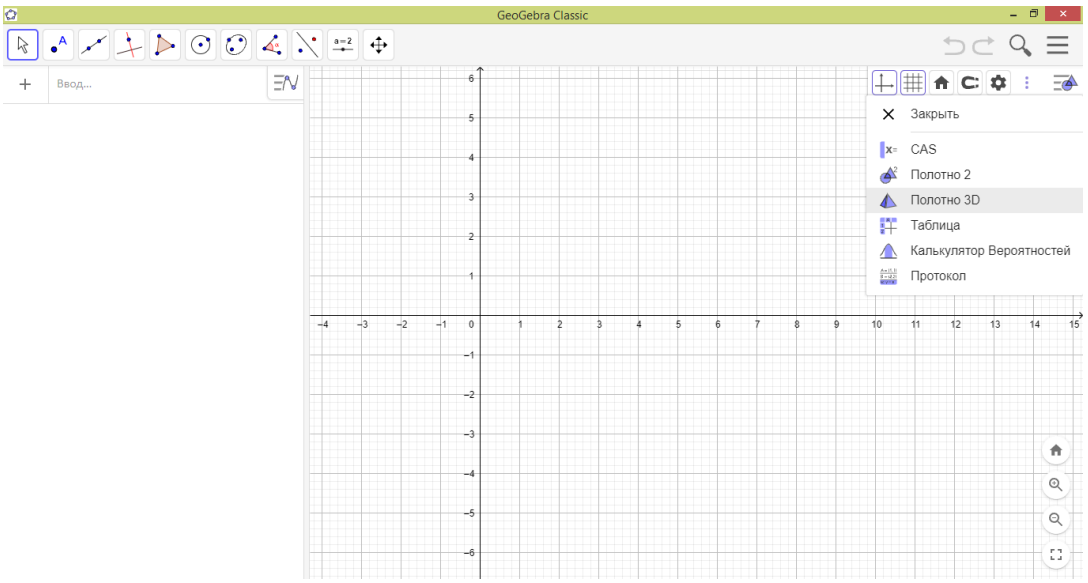
Он позволяет ускорить работу на уроке и дома, потому что некоторые линии на бумаге кажутся находящимися в одной плоскости, но на самом деле являются скрещивающимися. Программа не терпит построения на глаз, а требует четких действий, которые можно объяснить устно или письменно, что не даст допустить ошибок.

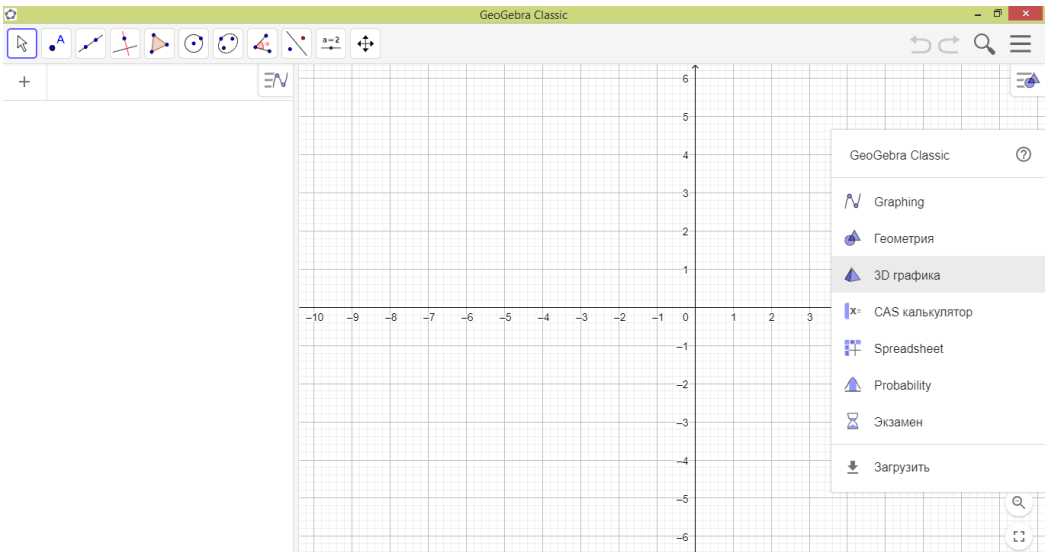
Кубы, правильные тетраэдры и пирамиды с произвольным четырехугольным основанием – самые популярные объекты для построения сечений и одни из самых простых для тренировки методов построения. Каждая

из фигур имеет свои сложности, чтобы исключить ошибки необходимо ознакомиться с теорией по каждой из фигур, например, противоположные грани куба лежат в параллельных плоскостях, поэтому при объяснении сечений нужно ссылаться на свойства параллельных плоскостей.

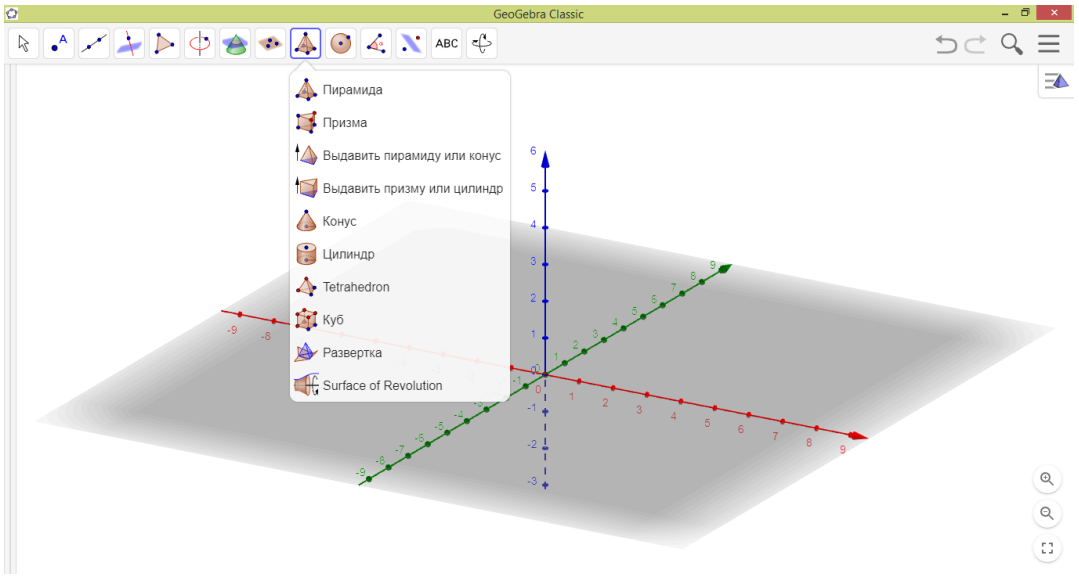
Построение шаблона сечения куба:

1. Открыть программу «GeoGebra» и создать 3D полотно или выбрать пункт «3D графика»



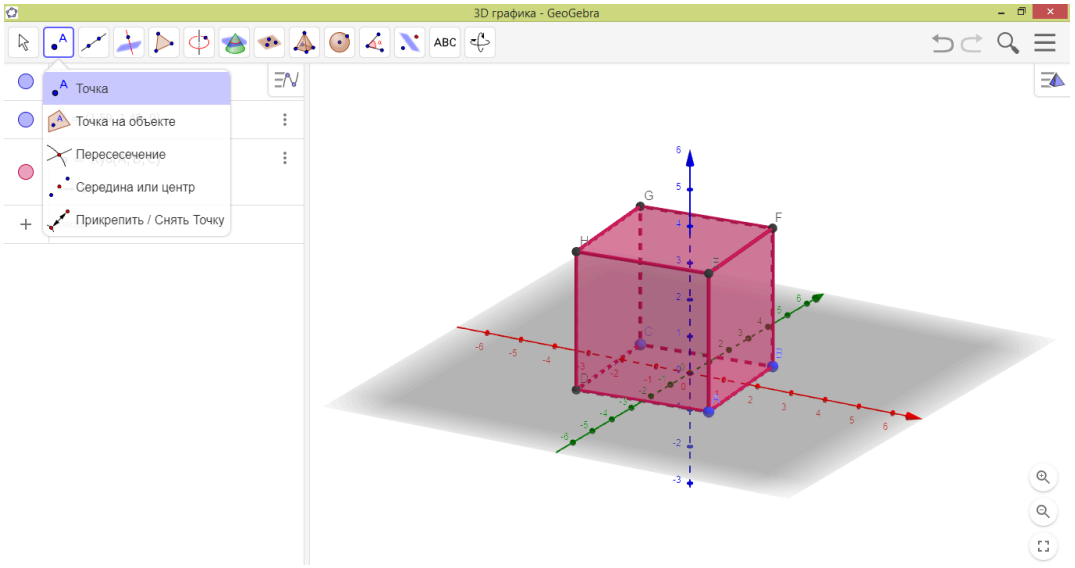


2. На появившемся меню функций выбрать «Построение объемных тел», в перечне выбрать куб.



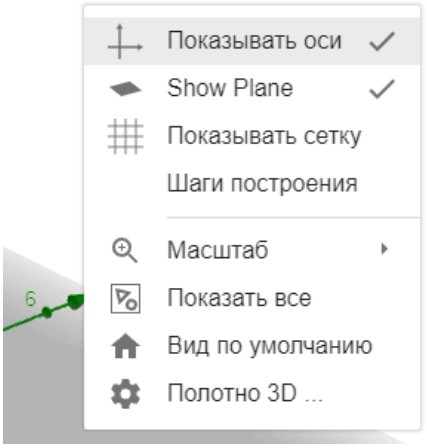
3. Поставить точки на плоскости, заданной программой. На схематичном изображении куба синим цветом обозначены точки, от которых он будет построен влево.

4. Чтобы построить точки, по которым будет строиться сечение, нужно использовать инструмент «Точка».



После этого можно поставить точки на грани и ребра куба.

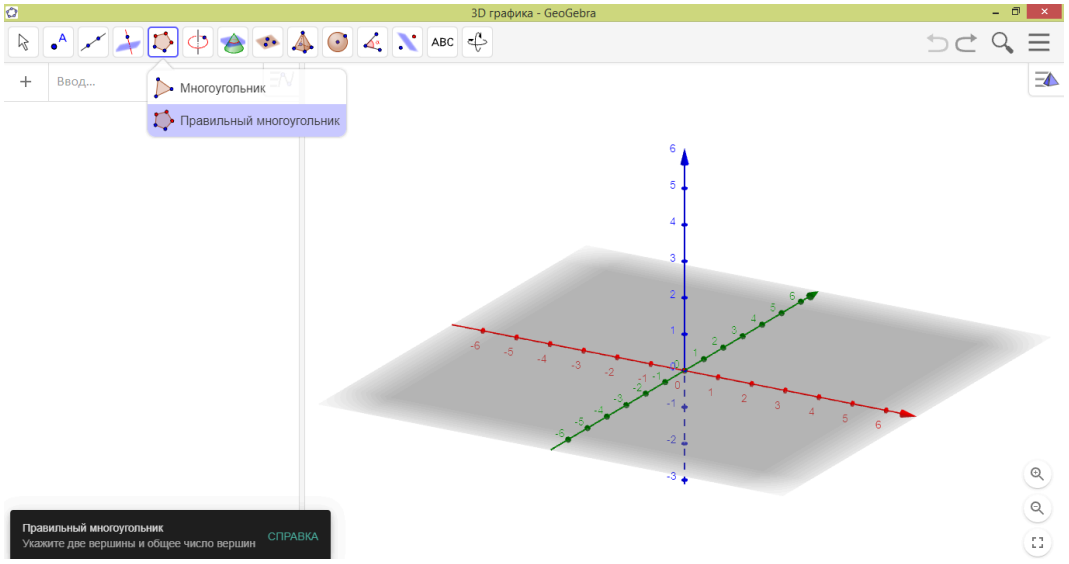
5.* Чтобы убрать оси: щелчок правой кнопкой мыши в любой части чертежа убрать «✓» на «Показывать оси»



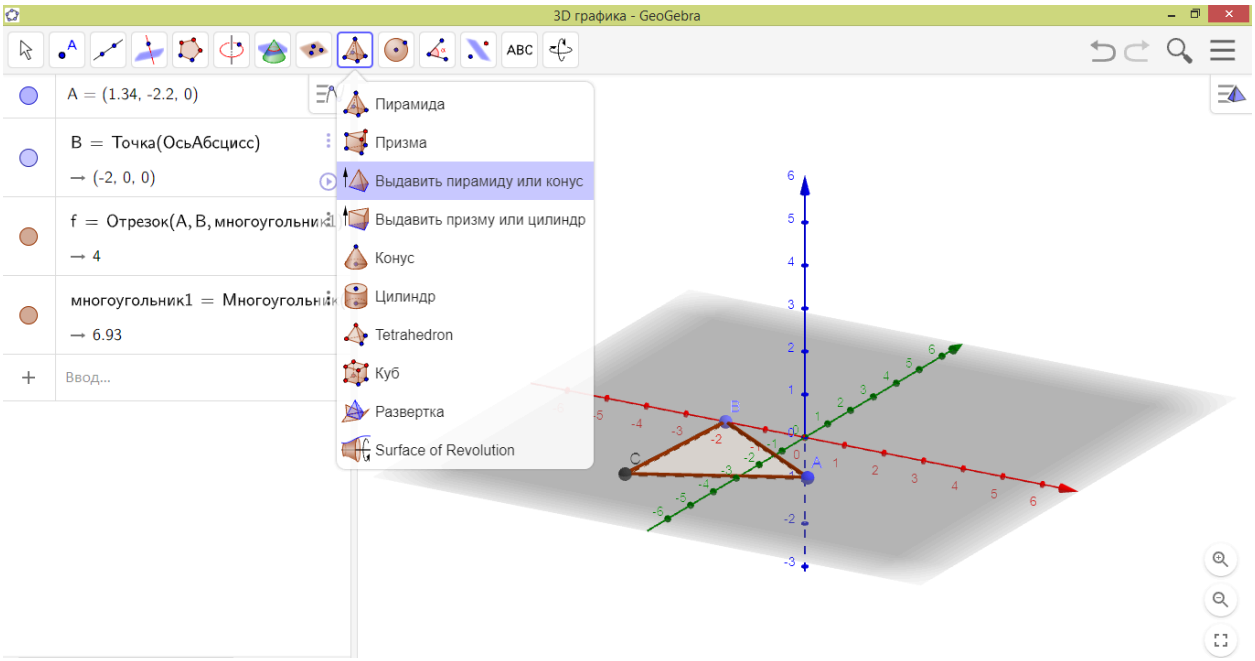
Построение шаблона сечения правильного тетраэдра:

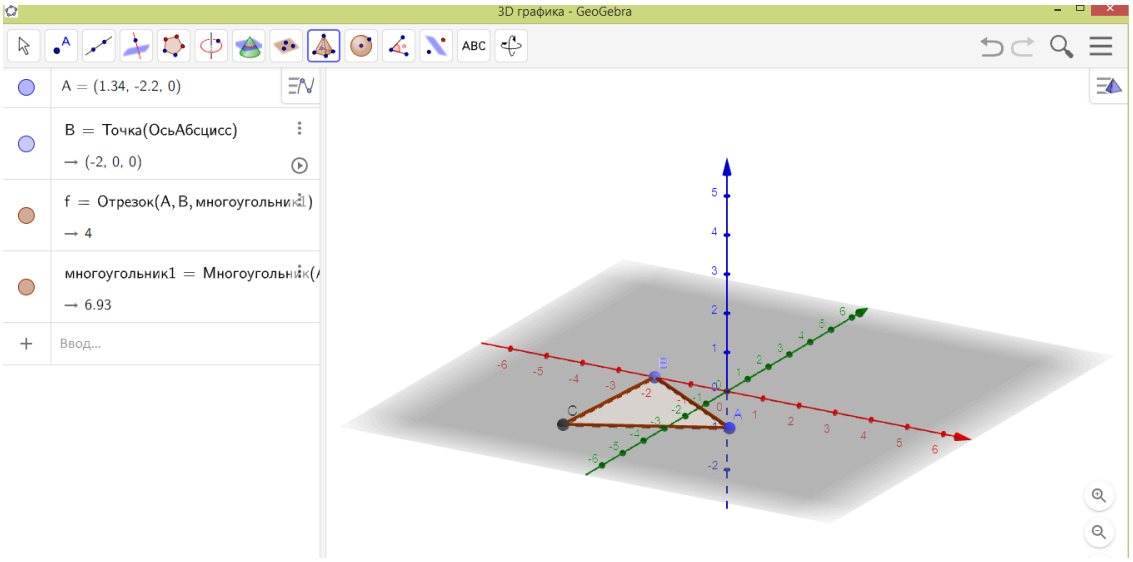
1. см. 1 построения куба

2. «Многоугольники» ⟶ «Правильный многоугольник», указываем количество вершин(3)

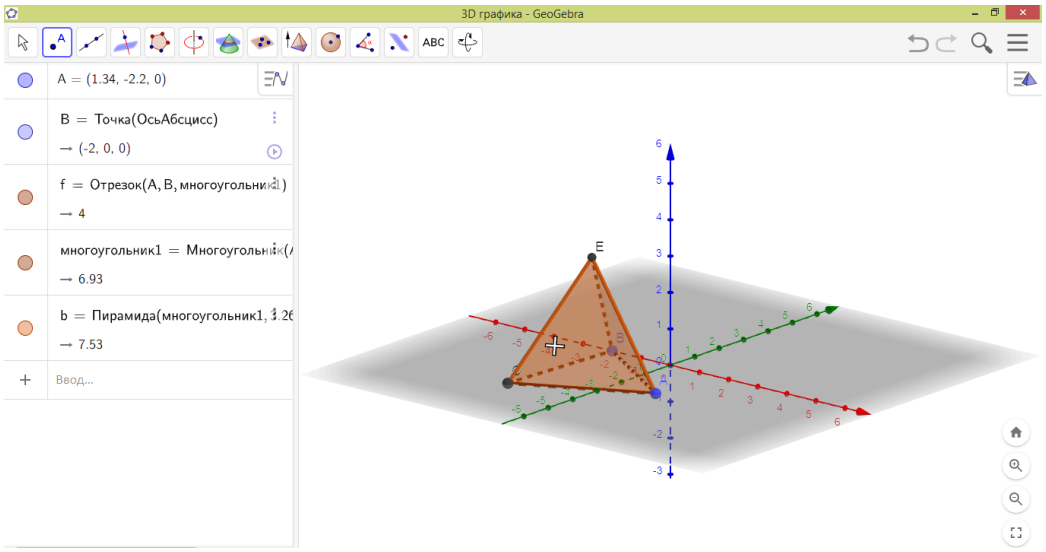


3. «Построение объемных тел» ⟶ «Выдавить пирамиду или конус», высоту пирамиды можно посчитать по формуле: $\frac{a*\sqrt{6}}{3}$, где a – сторона треугольника (ее можно посмотреть в левой части экрана, где можно отредактировать положение точек)





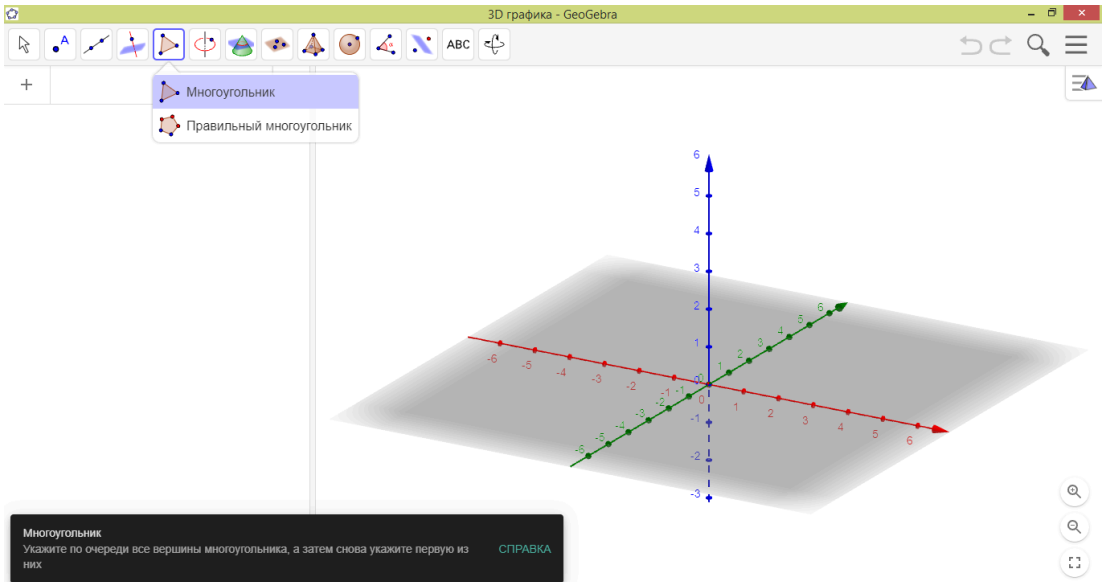
4. Ставим точки (см. 4 построение куба)



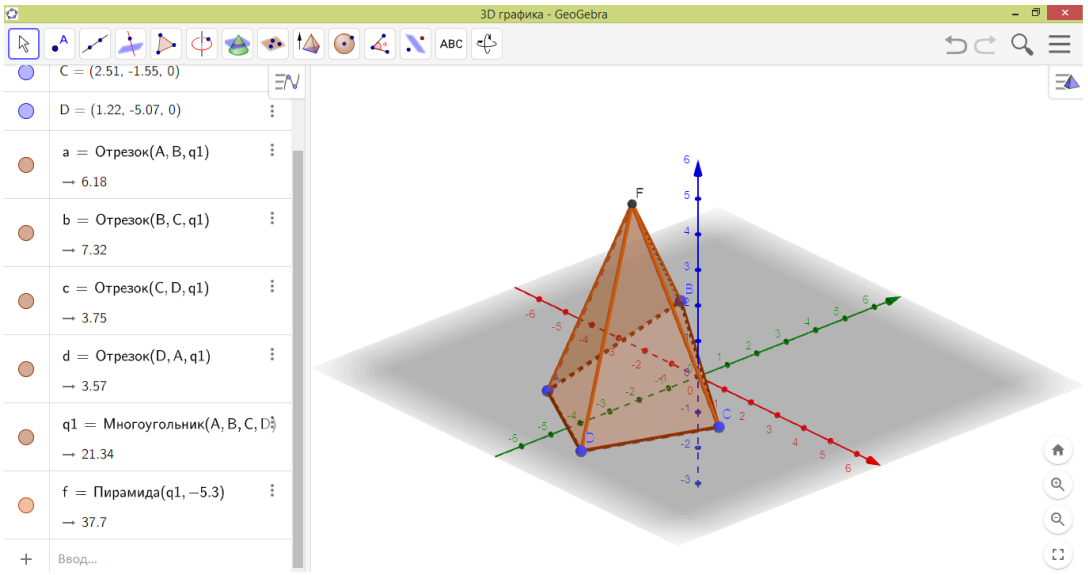
Построение шаблона сечения пирамиды с произвольным четырехугольным основанием:

1. см. 1 построения куба

2. «Многоугольники» ⟶ «Многоугольник»



3. см. 3 построение правильного тетраэдра



4. см 4 построение куба

Решение сечений:

KUB-1

1. задача: приложение 1 (построить сечение плоскостью EFG)

2. EF-прямая (точки лежат в одной плоскости, метод следов)

3. ребро C1D1 также лежит в плоскости верхнего основания, продлим его до пересечения с EF, получим точку J.

4. J принадлежит ребру, а оно лежит в двух плоскостях и является их пересечением, значит J принадлежит CDC1D1 и A1B1C1D1 (Комбинированный метод). Соединим J с G, которая лежит на ребре CD. JG пересекает DD1 в точке K.

5. EF пересекает продолжение ребра C1B1 в точке I.

6. Основания куба лежат в параллельных плоскостях, по свойству о пересечении таких плоскостей третьей прямые пересечения параллельны. Проведем через G прямую параллельную EF. Обозначим точку пересечения с BC, как H.

7. H и I лежат п плоскости одной боковой грани, BB1C1C, соединим. HI пересекает BB1 в точке L.

8. EFKGHL – искомое сечение. (приложение 2)

KUB-5

1. задача: приложение 3 (построить сечение плоскостью IJK)

2.△IJK лежит в плоскости искомого сечения, продлим JI и JK до пересечения в плоскостью нижнего основания. Обозначим точки соответственно L и N.

3. LN принадлежит плоскости нижнего основания, J лежит в плоскости верхнего, по свойству параллельных плоскостей проведем прямую через точку J, параллельную LN (Комбинированный метод). Точки пересечения с гранями HE и GF обозначим O и P соответственно.

4. O и I лежат в одной грани, продлеваем отрезок OI до пересечения с ребром EA, обозначим точку пересечения Q.

5. Q и K лежат в одной плоскости, соединяем.

6. K и P лежат в грани GFBC, поэтому их можно соединить.

7. OQKP – искомое сечение. (приложение 4)

TETR-1

1. задача: приложение 5(построить сечение плоскостью DFG)

2. Тоски G и F лежат в одной плоскости, грань ECB, соединяем.

3. D и G лежат в грани EAC, соединяем. Продлим DG до пересечения с AC, обозначим полученную точку H.

4. AC – ребро, лежит в плоскости нижнего основания и боковой грани EAC, H принадлежит AC, принадлежит и ABC, соединяем с F, которая так же принадлежит основанию ABC.

5. HF пересекает AB в точке I.

6. DGFI – искомое сечение. (приложение 6)

TETR-5

1. задача: приложение 7 (построить сечение плоскостью DFG)

2. △DFG лежит в плоскости сечения. Продлим FD и GD до пересечения с плоскостью основания, обозначим получившиеся точки H и I.

3. Проведем прямую HI до пересечения с BC, получим точку J.

4. Проведем прямую JD до пересечения с EC, получим точку L.

5. Проведем прямую LG до пересечения с AE, получим точку M.

6. Проведем прямую MF до пересечения с AB, получим точку K.

7. KJLM – искомое сечение. (приложение 8)

PIR-1

1. задача: приложение 9 (построить сечение плоскостью FHE)

2. H и F лежат в одной грани, соединим и продлим до пересечения с AB, обозначим полученную точку I.

3. I и E лежат в плоскости нижнего основания, соединим. IE пересекает ребро BC, точка пересечения – J. Продлим отрезок до пересечения с AB, обозначим точку K.

4. Построим отрезок KF, он пресекает GB, точка пересечения – L.

5. FHJEL– искомое сечение (приложение 10)

PIR-5

1. задача: приложение 11(построить сечение плоскостью FGH)

2. Проведем GH и GF до пересечения с плоскостью основания ABCD. Обозначим полученные точки I и J.

3. IJ пересекает DA и AB в точках K и L. K и F лежат в одной плоскости, соединим и продлим до пересечения с ED, точку пересечения обозначим P.

4. K и F лежат в одной плоскости, соединим и продлим до пересечения с ED, точку пересечения обозначим P.

5. P и G лежат в одной плоскости, поэтому соединяем и продлеваем до пресечения с ребром CE, обозначим точку O.

6. L и H лежат в грани BAE, соединим и продлим до пересечения с ребром EB, точку обозначим N.

7. N и O соединяем.

5. KLNOP – искомое сечение (приложение 12)

III ЭТАП — РЕФЛЕКСИВНО-ОЦЕНОЧНЫЙ

Подводя итоги проделанной работы, можно отменить, что созданный атлас шаблонов будет полезен не один год, а также объяснит школьникам основные методы построения сечений. Он увеличит интерес школьников к такому предмету как геометрия, а также познакомит их с новой программой.

Через популяризацию математической программы, хочется показать, что математика – многогранная наука и что она не заканчивается только на решении уравнений и экзаменах. Данный аспект не являлся одной из целей, но стал дополнительным бонусом в ходе работы, что заставило делать проект более качественно и подробно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИСТОЧНИКОВ

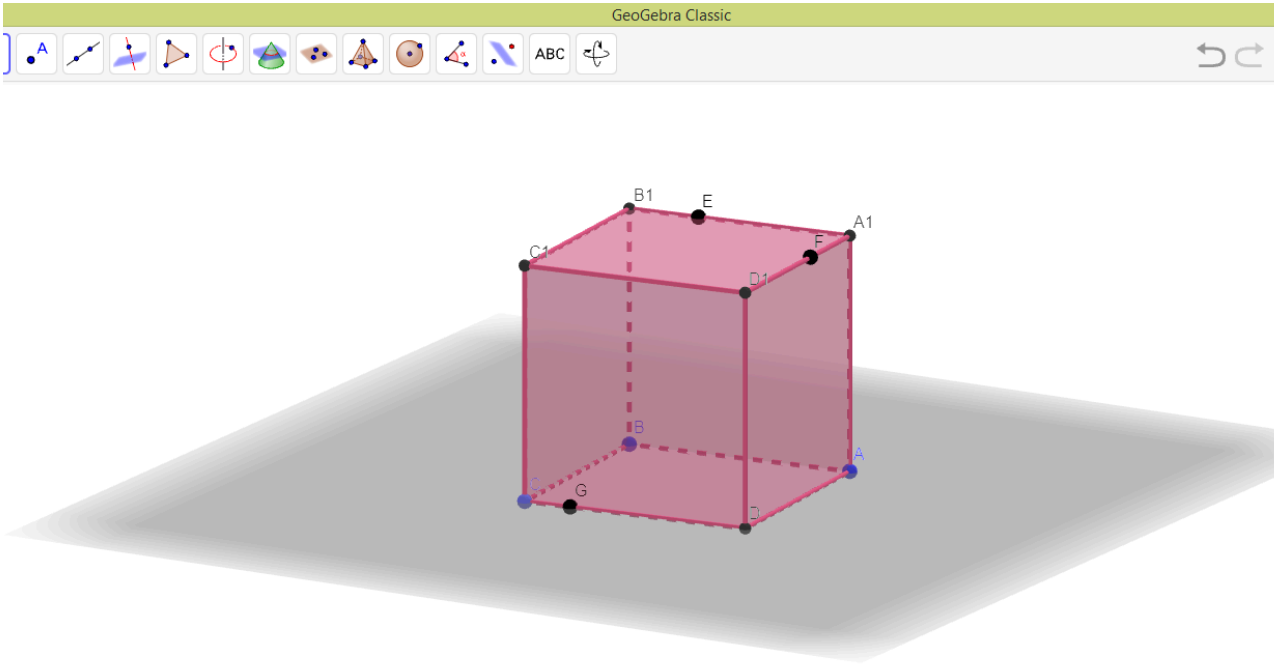
1. Геометрия. 10 кл. Углубленный уровень: учебник / Е. В. Потаскуев, Л. И. Звавич – Дрофа, 2019. – 233 с.

2. Геометрия. 10 кл. Углубленный уровень: задачник / Е. В. Потаскуев, Л. И. Звавич – Дрофа, 2019. – 255 с.

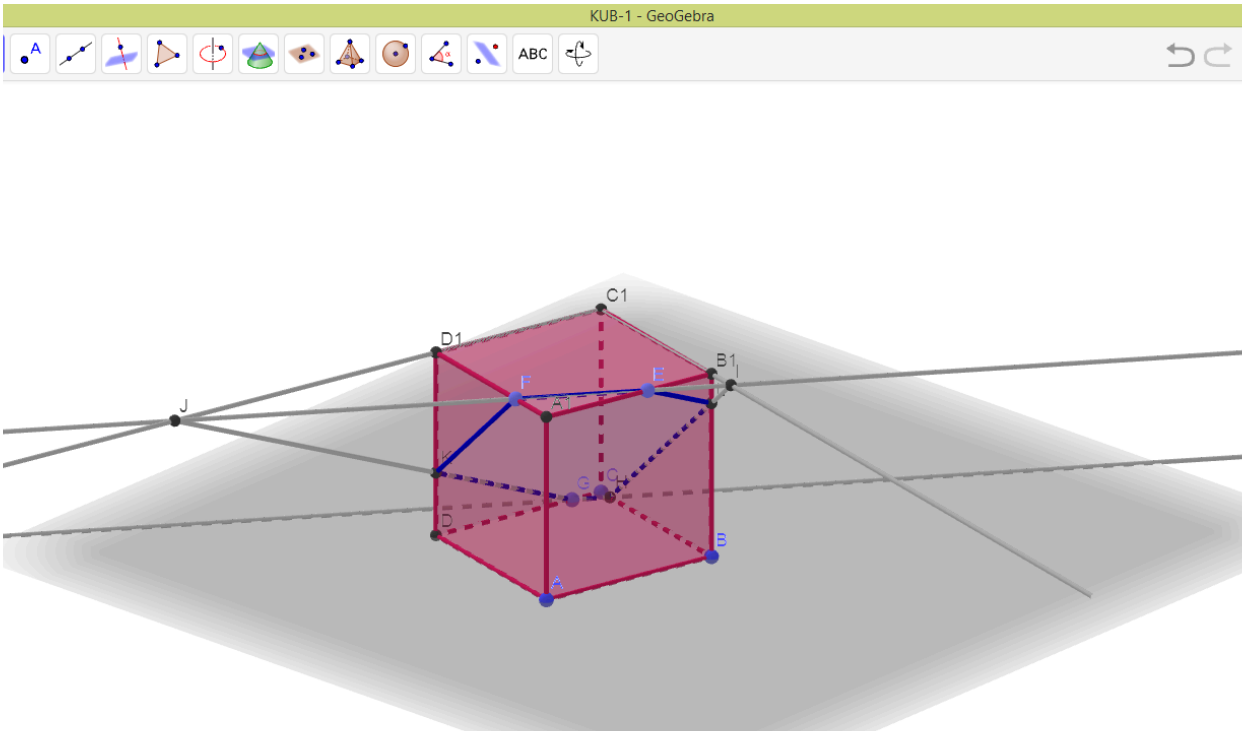
3. Практикум по элементарной математике: Геометрия: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов и учителей / В. А. Гусев, В. Н. Литвиненко, А. Г. Мордкович – Просвещение, 1992. – 352 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

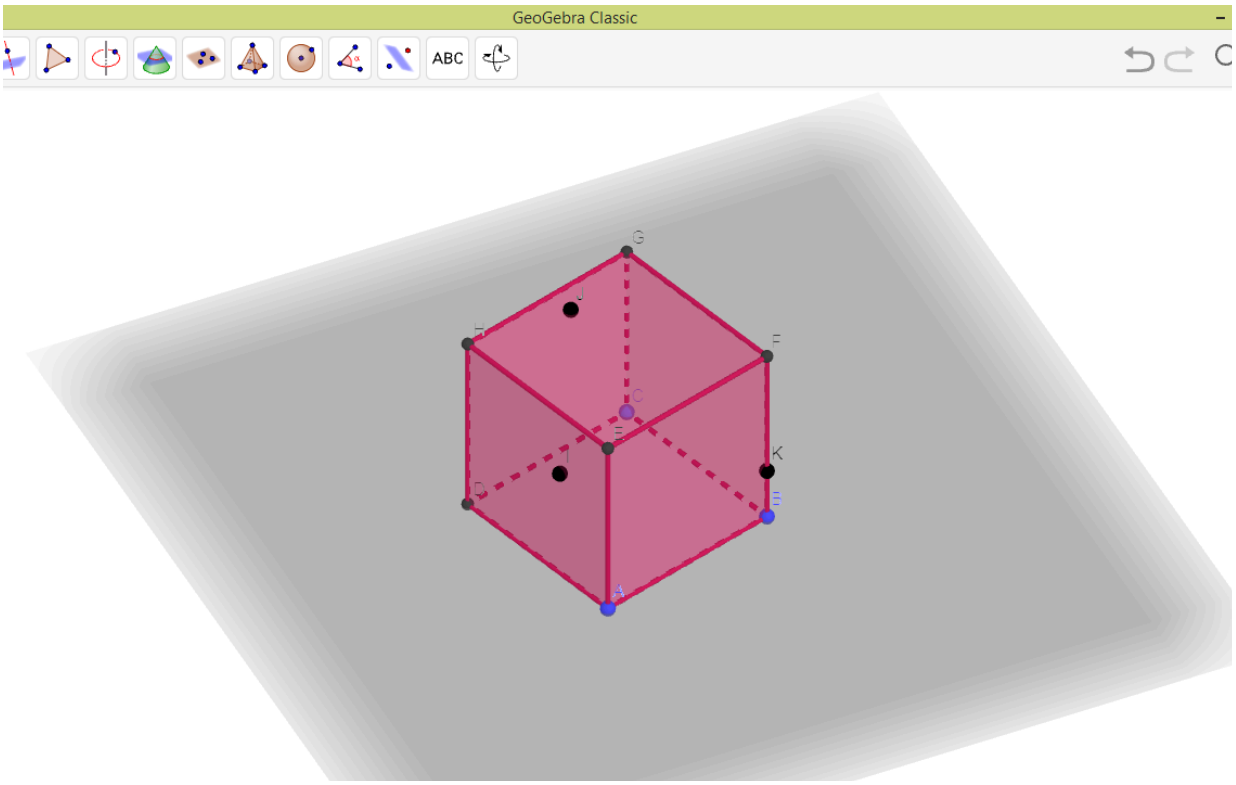
Приложение 1



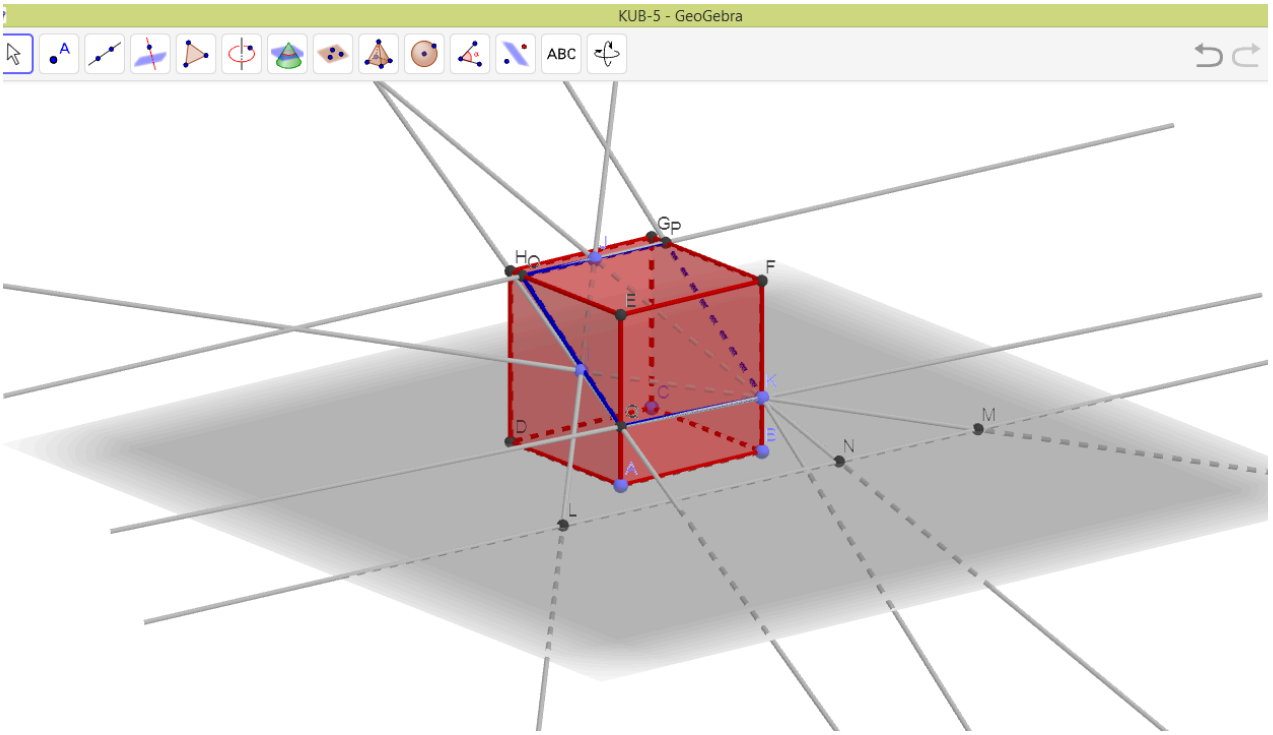
Приложение 2



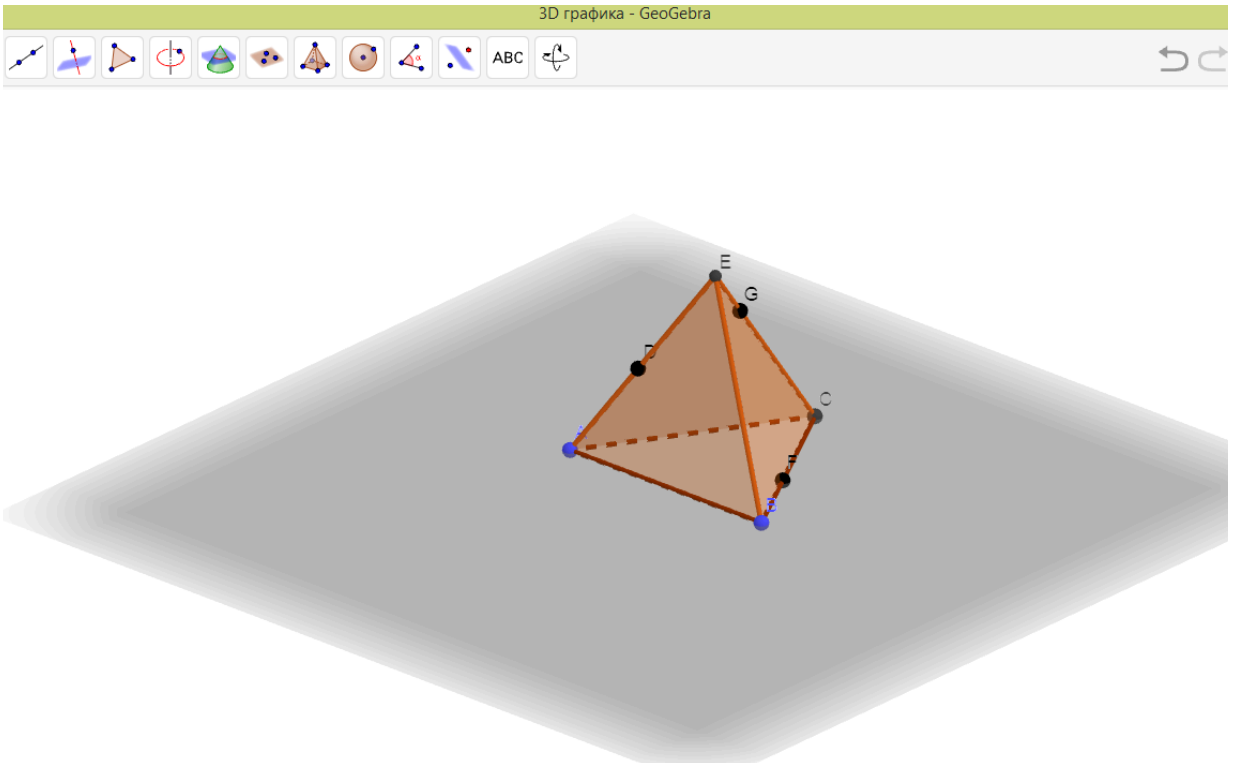
Приложение 3



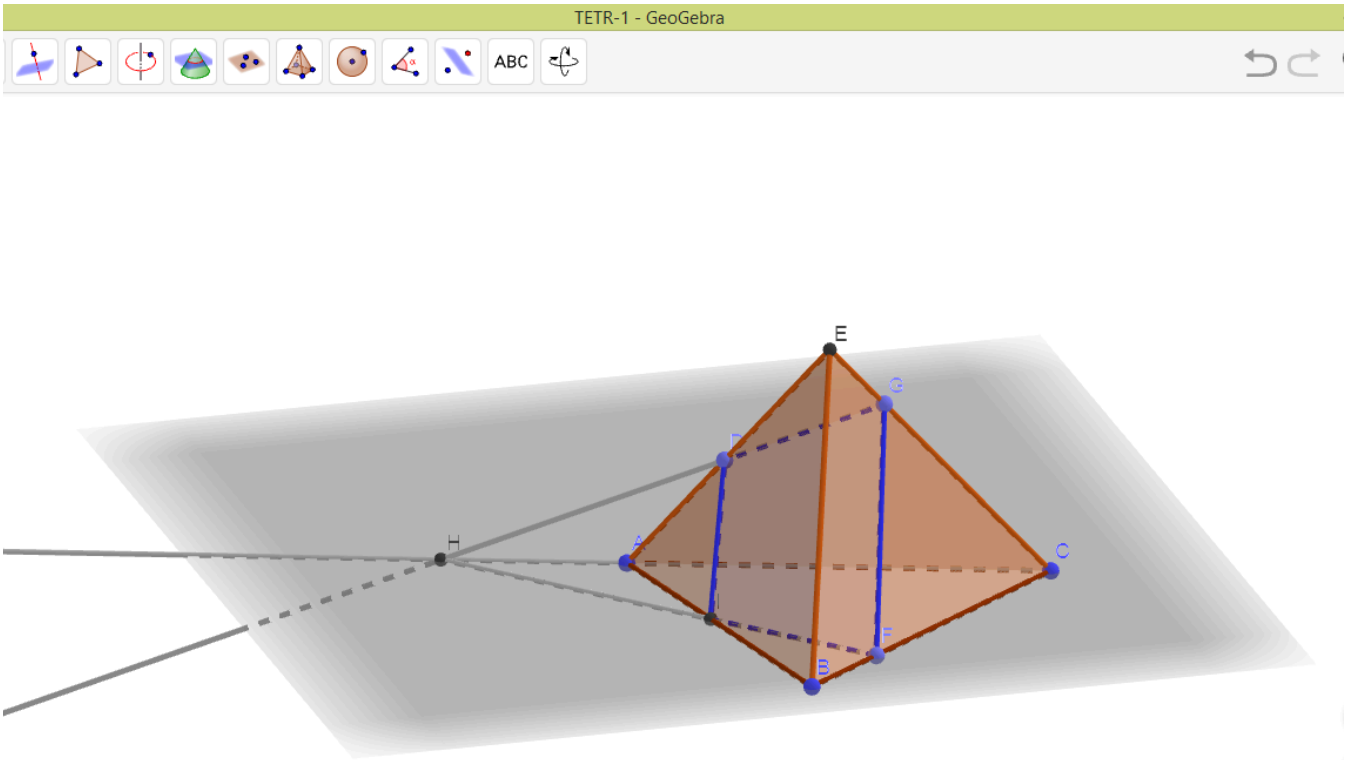
Приложение 4



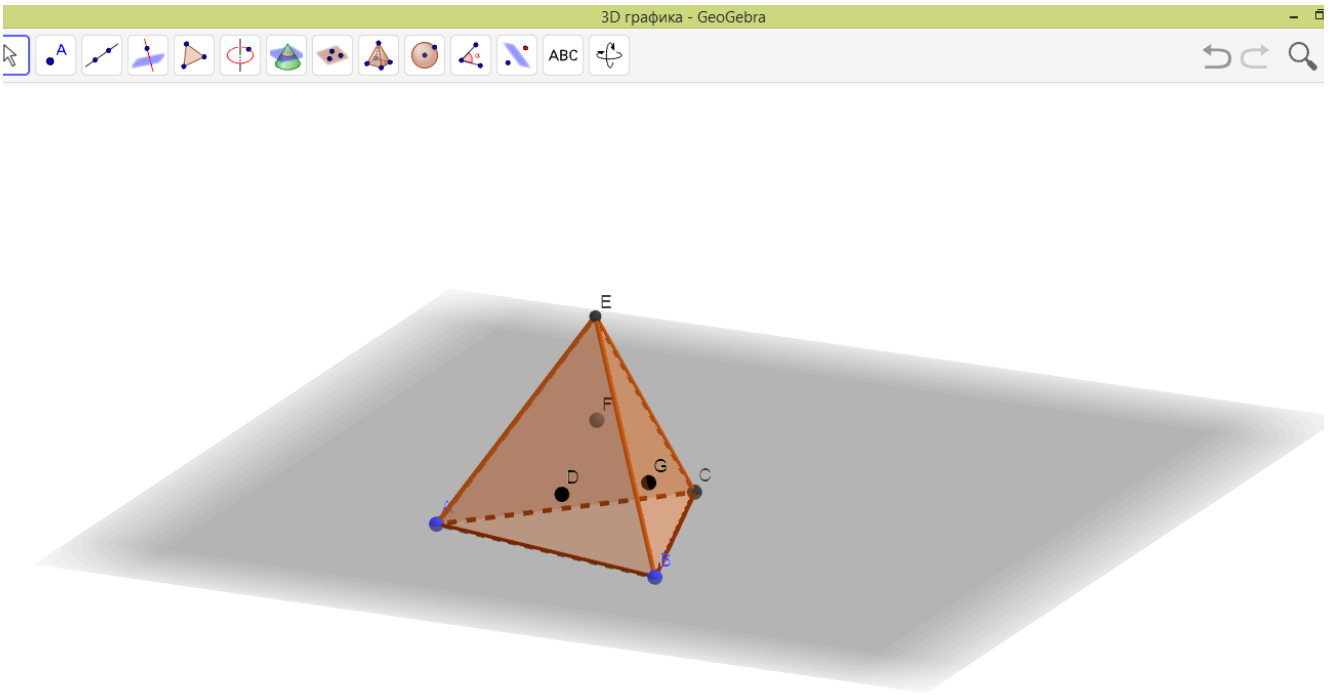
Приложение 5



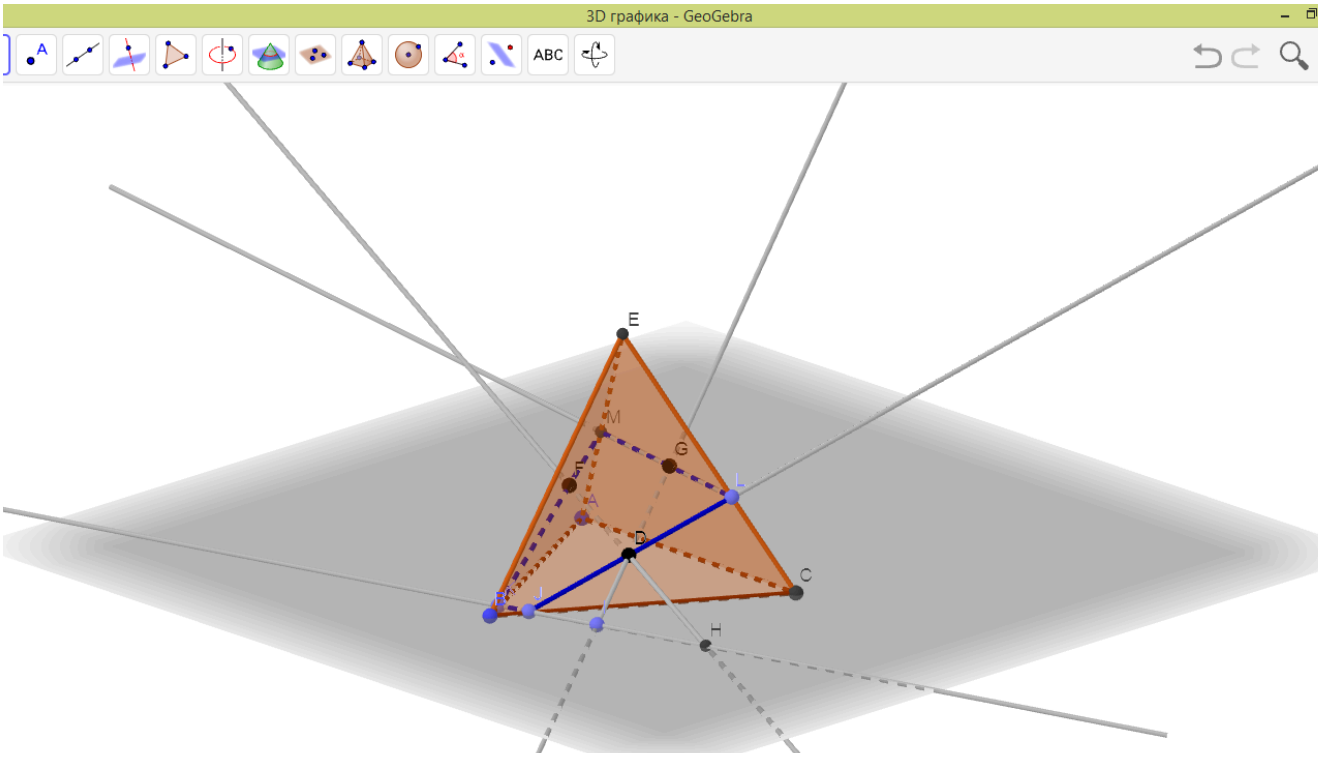
Приложение 6



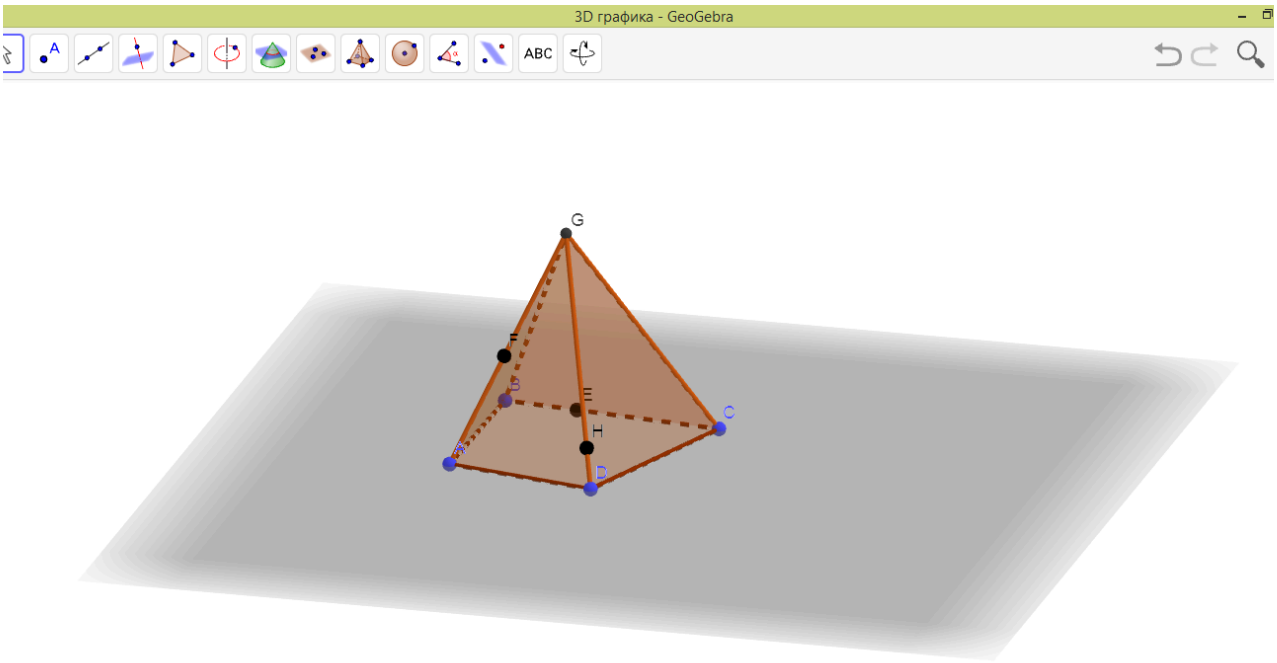
Приложение 7



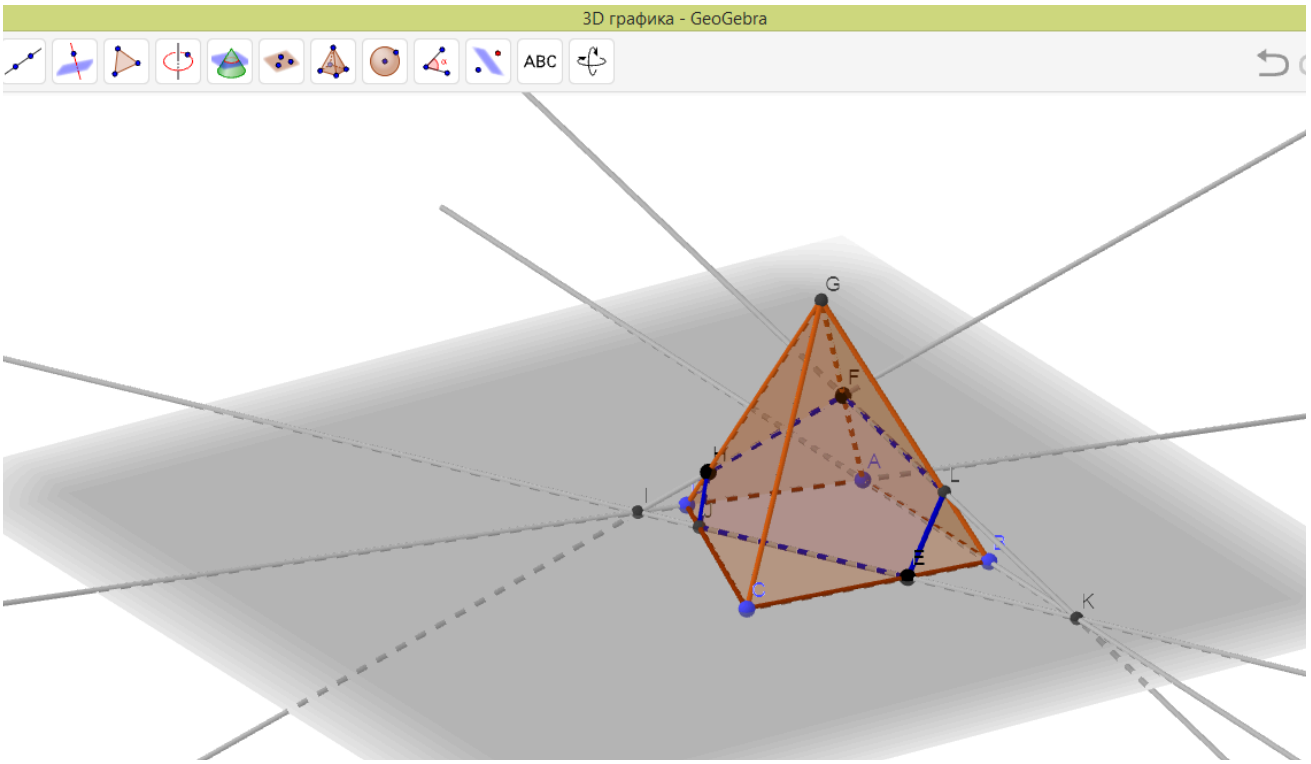
Приложение 8



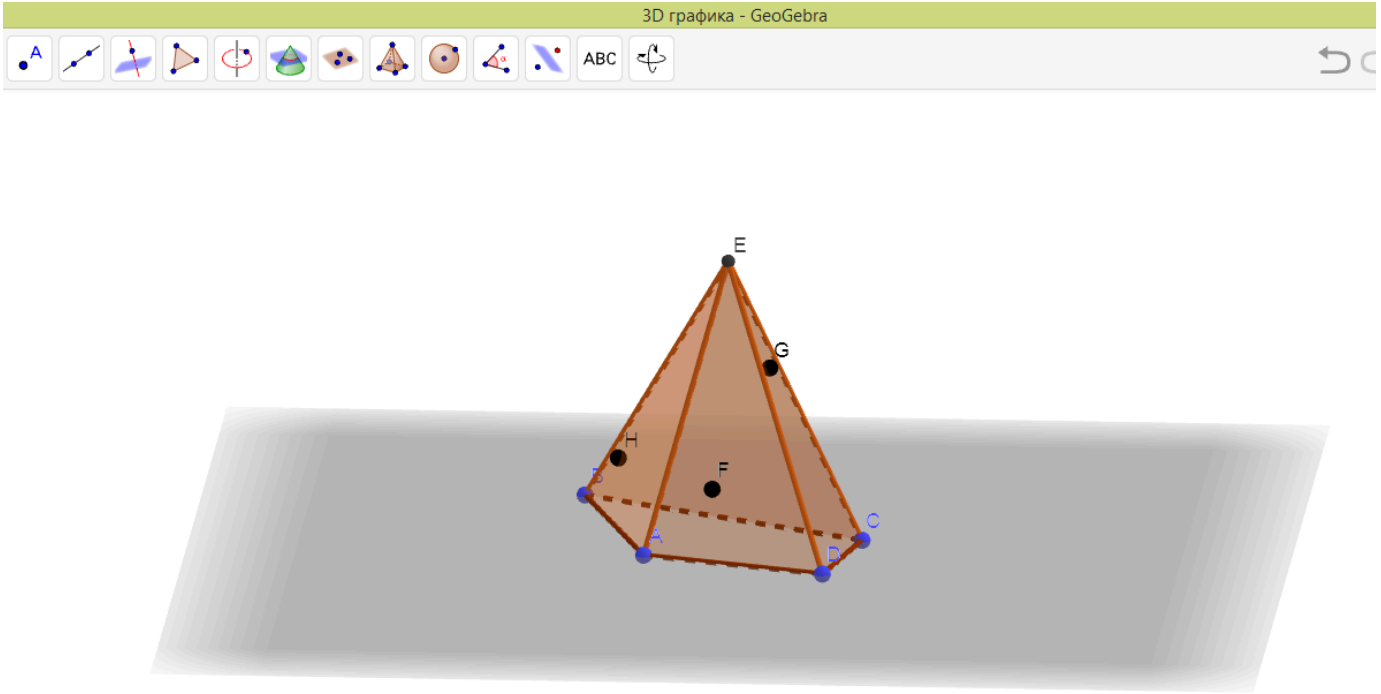
Приложение 9



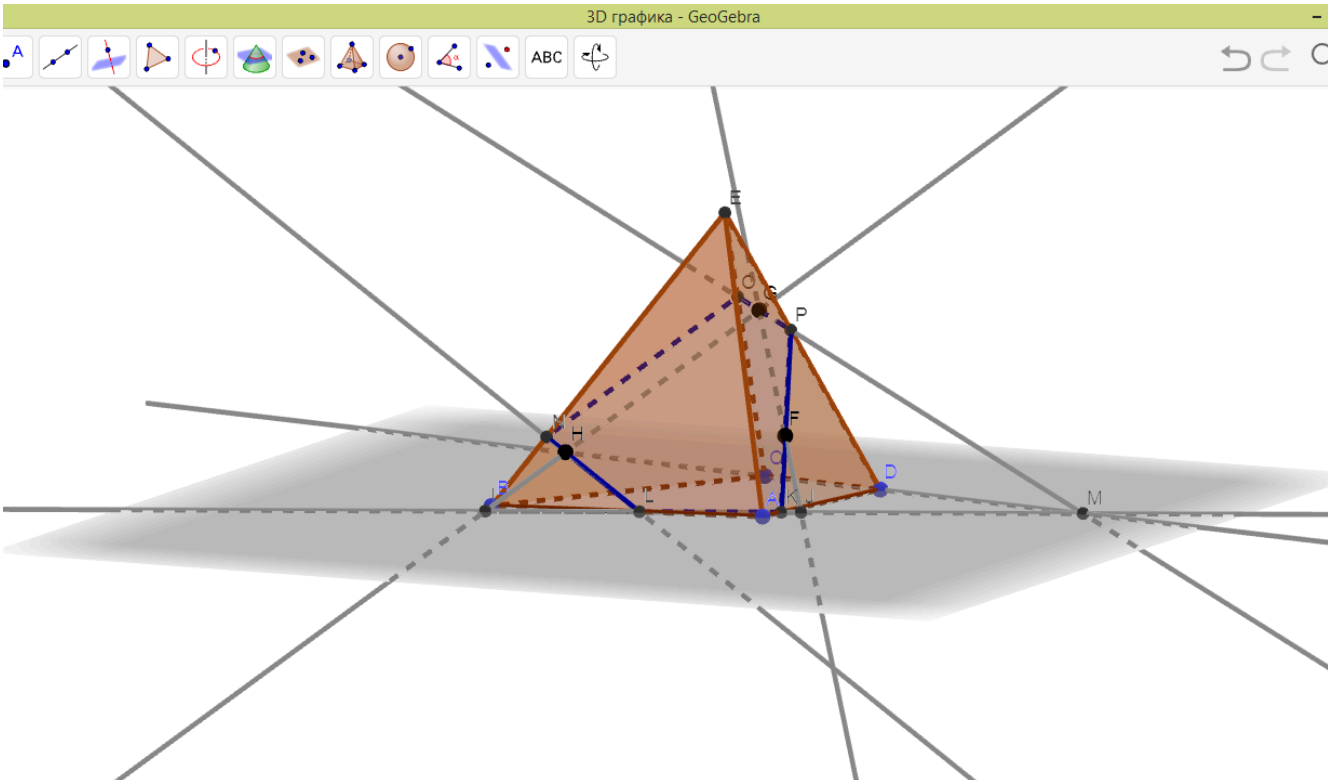
Приложение 10



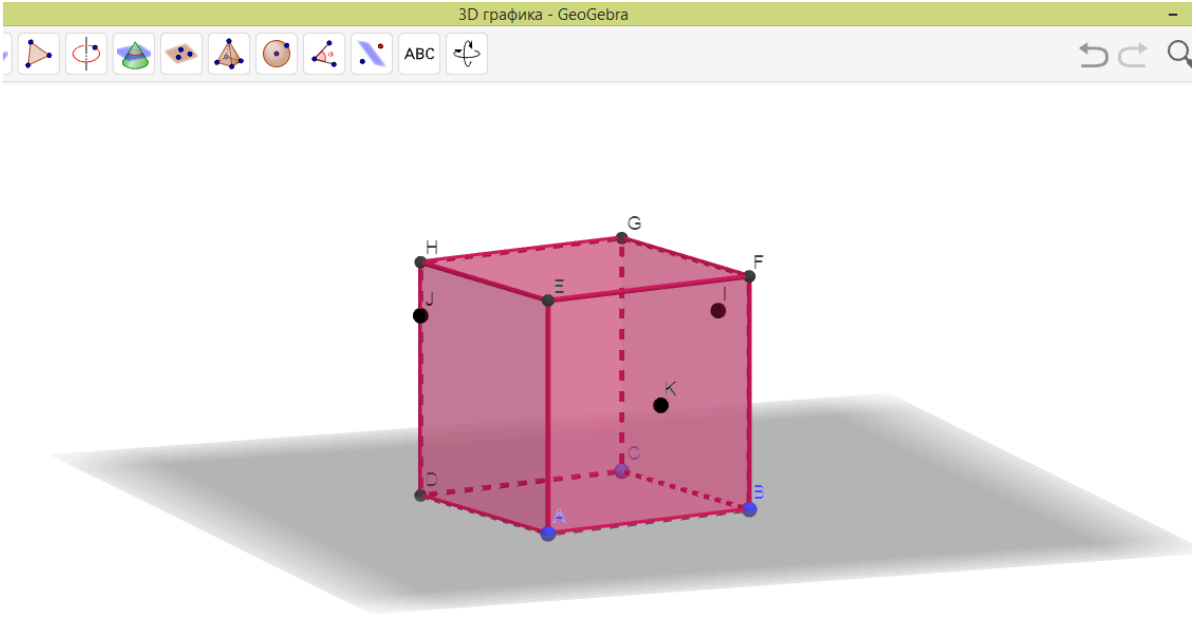
Приложение 11



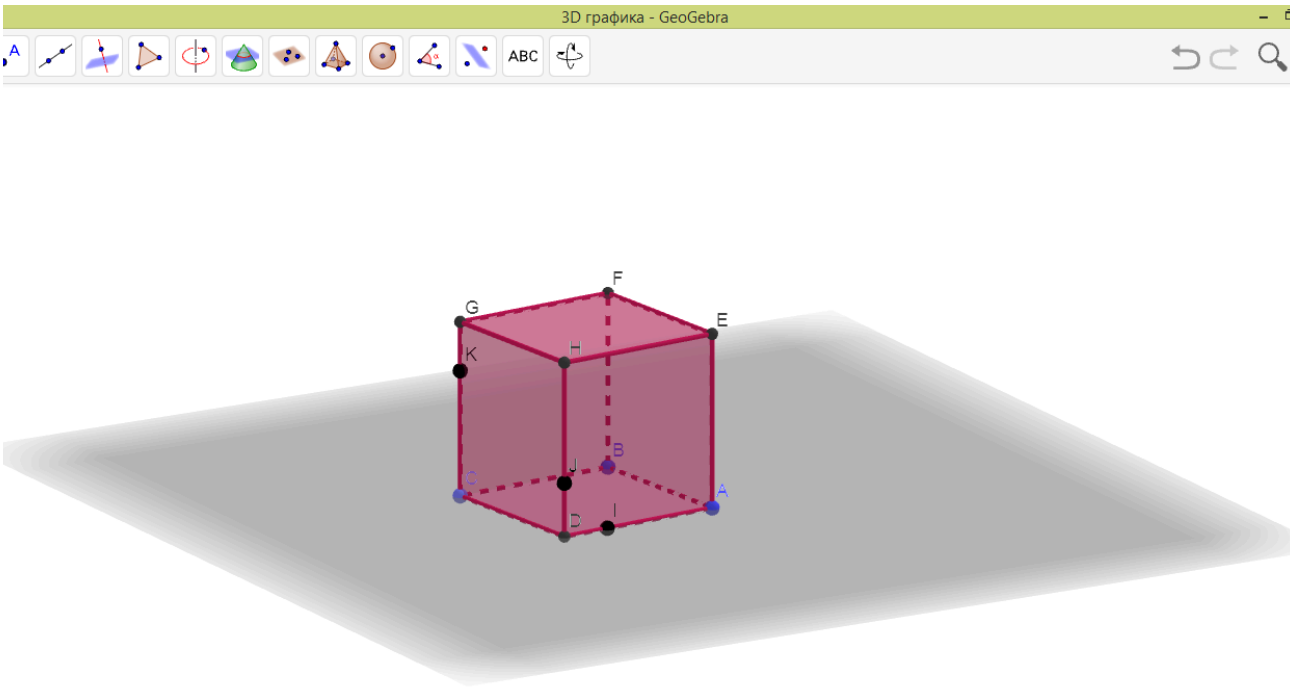
Приложение 12



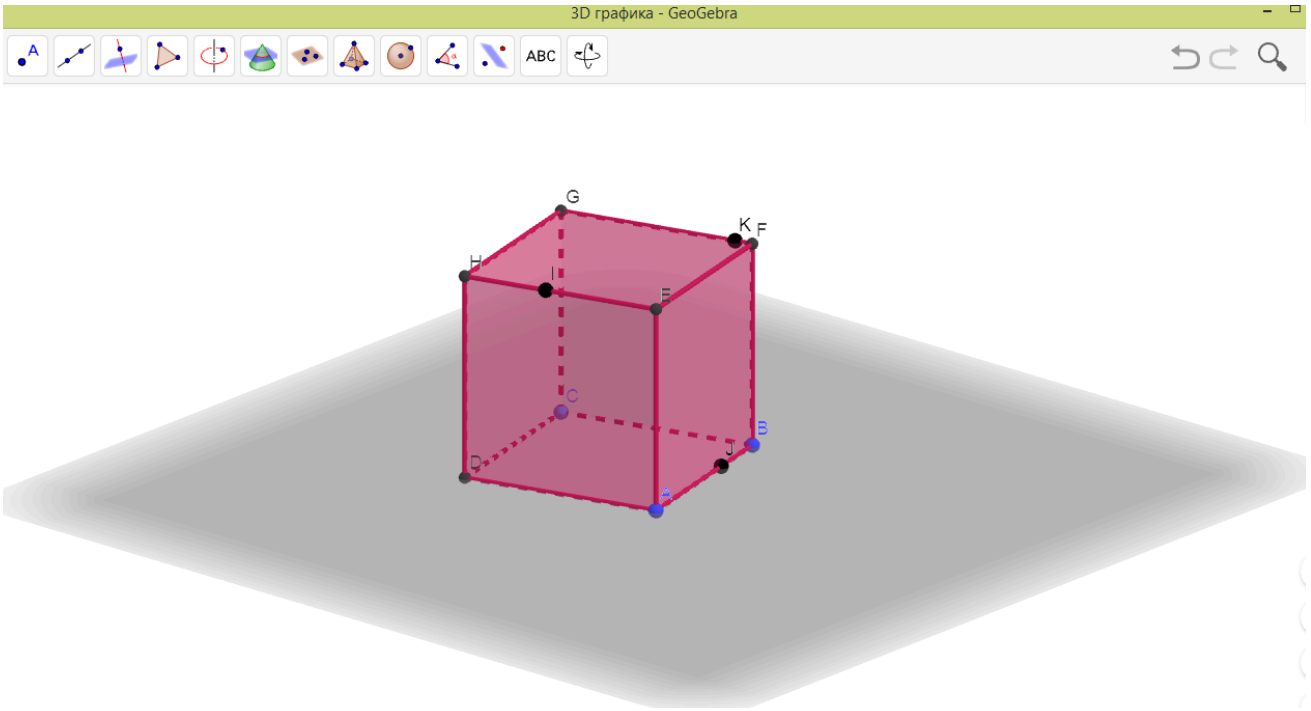
Приложение 13



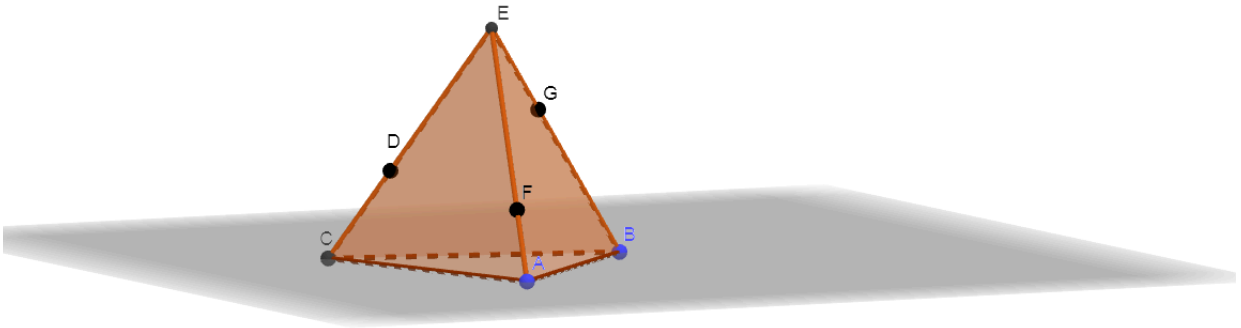
Приложение 14



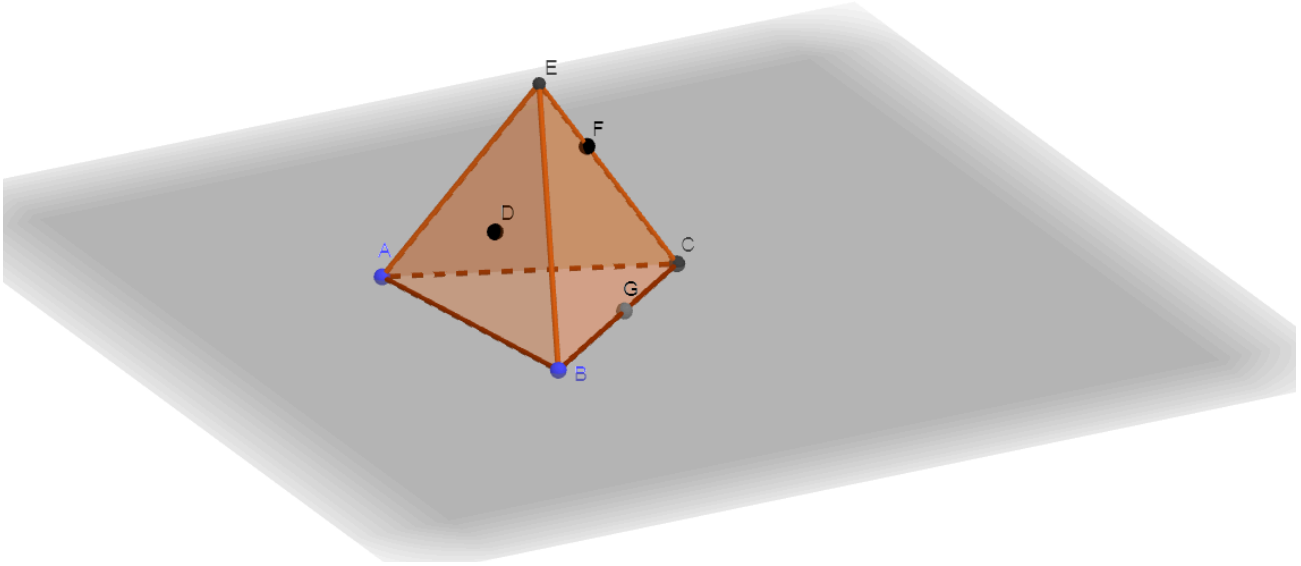
Приложение 15



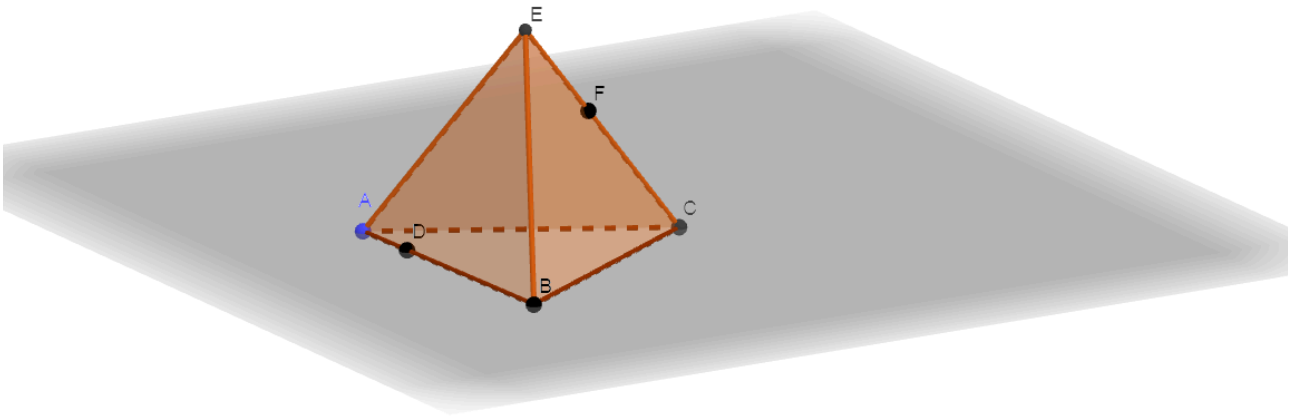
Приложение 16



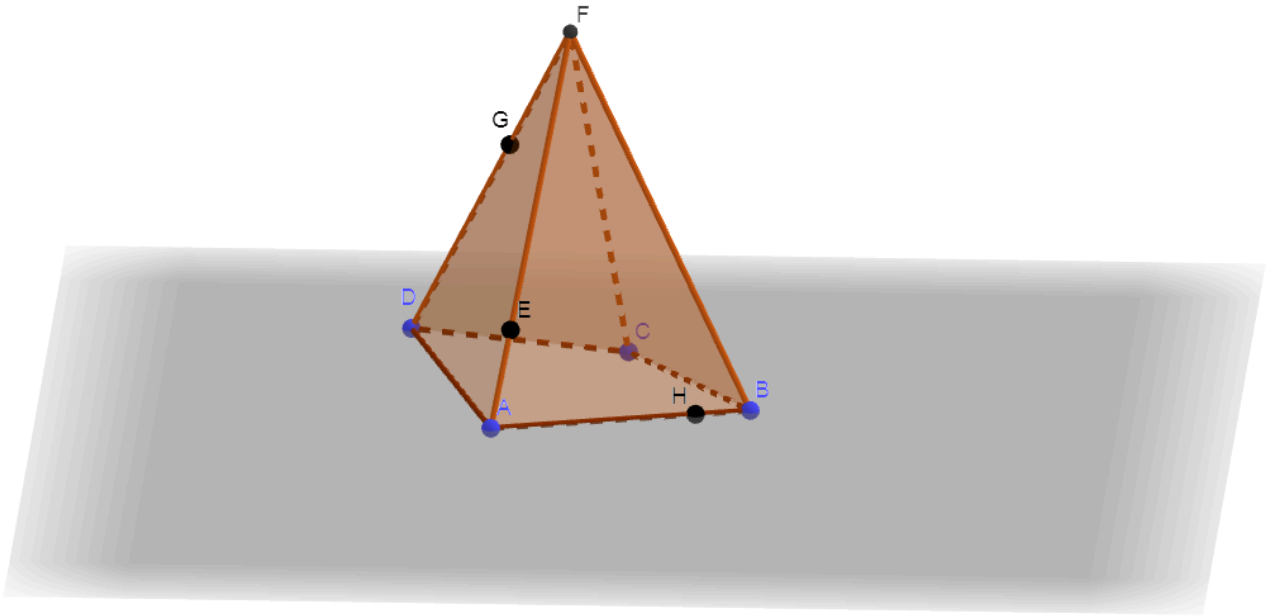
Приложение 17



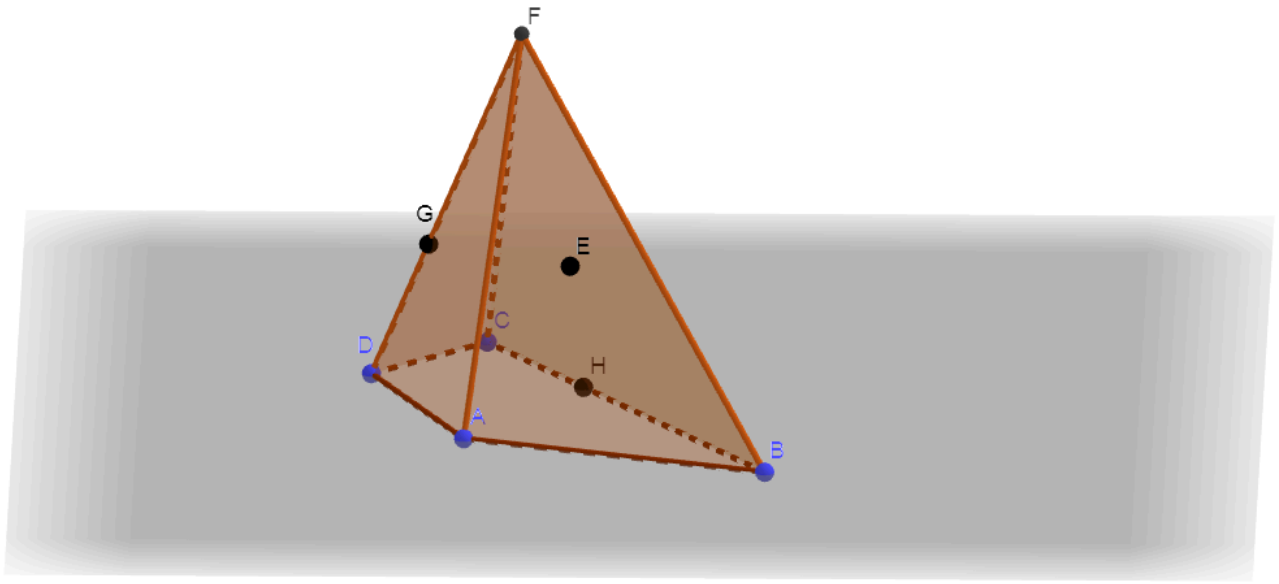
Приложение 18



Приложение 19



Приложение 20



Приложение 21

