PHÒNG GD&ĐT HẢI HẬU

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHỌN HỌC SINH GIỎI
MÔN TOÁN - LỚP 8
Năm học 2022-2023
Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Đề bài

Bài 1: (4,0 điểm)

Cho biểu thức: $P=\dfrac{y^2-y-2}{y-2}:\dfrac{x^3-10x^2+25x}{x^2-25}$

1. Rút gọn P.
2. Tính giá trị của P với các giá trị của x và y thỏa mãn đẳng thức: $x^2+|x-2|+4y^2-4xy=0.$

Bài 2: (4,0 điểm)

1. Tìm a và b để đa thức $f(x)=x^4-3x^3+3x^2+ax+b$ chia hết cho đa thức $g(x)=x^2+4-3x.$
2. Chứng minh rằng tích của 4 số nguyên dương liên tiếp không thể là một số chính phương.

Bài 3: (3,0 điểm)

1. Cho $abc(ab+bc+ca)\neq 0,$ giải phương trình ẩn x: $\dfrac{x-b-c}{a}+\dfrac{x-c-a}{b}+\dfrac{x-a-b}{c}=3.$
2. Tìm các cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn $x^3+y^3+1=6xy.$

Bài 4: (7,0 điểm)

Cho tam giác *ABC* vuông cân tại *A* có *D* là trung điểm của *BC*. Trên *AD* lấy điểm *M* bất kì, Gọi *E* và *F* là hình chiếu của *M* trên *AB*, *AC*.

1. Chứng minh *EF//BC.*
2. Kẻ *EN* vuông góc với *FD*.
   a. Tính góc ANM.
   b. Chứng minh *NE* là phân giác của góc ANM.
3. Chứng minh ba điểm *B, M, N* thẳng hàng.

Bài 5: (2,0 điểm)

1. Cho ba số dương *x, y, z* thoả mãn $xyz=1$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{x^3+y^3+1}+\dfrac{1}{y^3+z^3+1}+\dfrac{1}{z^3+x^3+1}$

2. Trên 6 đỉnh của một lục giác lồi có ghi 6 số chẵn liên tiếp theo chiều kim đồng hồ. Ta thay đổi các số như sau: Mỗi lần chọn một cạnh bất kì rồi cộng mỗi số ở hai đỉnh thộc cạnh đó với cùng một số nguyên nào đó. Hỏi sau một số lần thay đổi như thế thì 6 số mới ở các đỉnh lục giác có thể bằng nhau không? Vì sao?

------- Hết ------

Họ và tên thí sinh: .... Họ tên, chữ kí GT số 1: ....

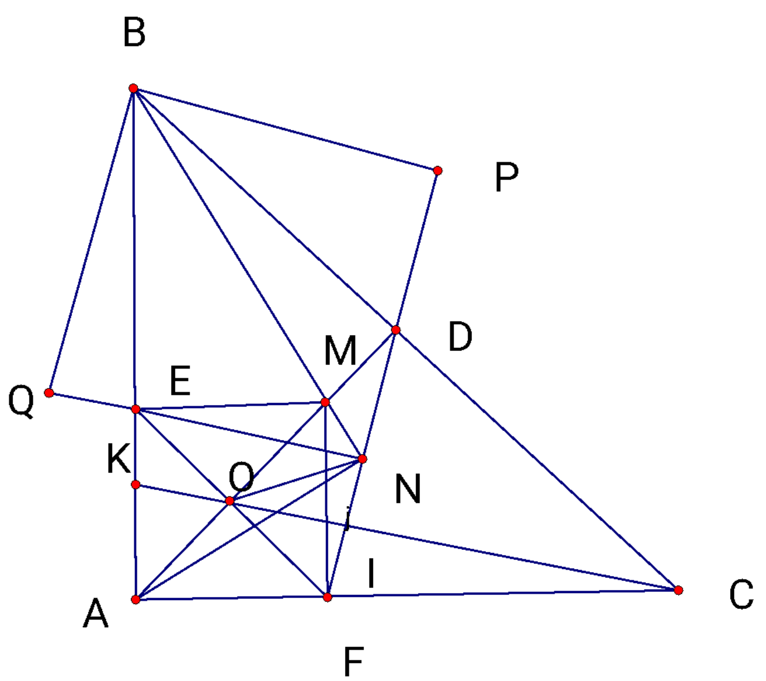
Số BD: .... Phòng thi số: ………… Họ tên, chữ kí GT số 2: ………………...............................

PHÒNG GD&ĐT HẢI HẬU

HƯỚNG DẪN CHẤM KHẢO SÁT CHỌN HSG
MÔN TOÁN LỚP 8 Năm học 2022-2023

Câu	Nội dung	Điểm
1	Cho biểu thức: $P=\frac{y^2-y-2}{y-2}:\frac{x^3-10x^2+25x}{x^2-25}$ 1. Rút gọn P 2. Tính giá trị của P với các giá trị của x và y thỏa mãn đẳng thức: $x^2+\lvert x-2\rvert+4y^2-4xy=0$.	**4.0**
1.1	ĐKXĐ: $y\neq 2, x\neq 0, x\neq \pm 5$ Khi đó: $P=\frac{y^2+y-2y-2}{y-2}:\frac{x\left(x^2-10x+25\right)}{(x-5)(x+5)}$ $=\frac{y(y+1)-2(y+1)}{y-2}:\frac{x(x-5)^2}{(x-5)(x+5)}$ $=\frac{(y+1)(y-2)}{y-2}.\frac{(x+5)(x-5)}{x(x-5)^2}=\frac{(y+1)(x+5)}{x(x-5)}$	0.5 0.5 0.5 0.5
1.2	Vì $x^2+\lvert x-2\rvert+4y^2-4xy=0$ $\Leftrightarrow x^2-4xy+4y^2+\lvert x-2\rvert=0$ $\Leftrightarrow (x-2y)^2+\lvert x-2\rvert=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases}(x-2y)^2=0\\ \lvert x-2\rvert=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}(TM)$ $\Rightarrow P=\frac{(1+1)(2+5)}{2(2-5)}=\frac{-7}{3}$	0.5 0.5 0.5 0.5
2	1. Tìm a và b để đa thức : $f(x)=x^4-3x^3+3x^2+ax+b$ chia hết cho đa thức $g(x)=x^2+4-3x$. 2. Chứng minh rằng tích của 4 số nguyên dương liên tiếp không thể là một số chính phương.	**4.0**
2.1	Ta có : $x^4-3x^3+3x^2+ax+b:x^2-3x+4$	1.0

	$= x^2 + 1$ dư $(a-3)x + b + 4$ *f(x)* chia hết cho *g(x)* khi và chỉ khi số dư bằng 0. $\Rightarrow \begin{cases} a-3=0 \\ b+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-4 \end{cases}$ Kết luận	1.0
2.2	Giả sử có 4 số nguyên dương liên tiếp là *n, n + 1, n + 2, n + 3* Xét tích: $P = n(n+1)(n+2)(n+3)$ $= (n^2+3n)(n^2+3n+2)$ $= (n^2+3n)^2 + 2(n^2+3n)$ Dễ dàng nhận thấy: $(n^2+3n)^2 < P < (n^2+3n+1)^2$ Vậy P không thể là số chính phương	0.5 0.5 0.5 0.5
3	1. Cho $abc(ab+bc+ca) \neq 0,$ giải phương trình ẩn *x*: $\frac{x-b-c}{a} + \frac{x-c-a}{b} + \frac{x-a-b}{c} = 3$ 2. Tìm các cặp số nguyên (*x;y*) thoả mãn $x^3 + y^3 + 1 = 6xy$	**3.0**
3.1	Với $abc(ab+bc+ca) \neq 0,$ ta có: $\frac{x-b-c}{a} + \frac{x-c-a}{b} + \frac{x-a-b}{c} = 3$ $\Leftrightarrow \frac{x-b-c-a}{a} + \frac{x-c-a-b}{b} + \frac{x-a-b-c}{c} = 0$ $\Leftrightarrow (x-a-b-c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-a-b-c=0 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a+b+c \\ \frac{ab+bc+ca}{abc} = 0(*) \end{array}\right.$ Ta thấy (*) không xảy ra vì $abc(ab+bc+ca) \neq 0.$ Vậy nghiệm của phương trình là $x = a+b+c$	0.25 0.25 0.25 0.25
3.2	Ta có: $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ $\Rightarrow x^3 + y^3 + 1 = 6xy$ $\Leftrightarrow x^3 + y^3 + 2^3 - 3.x.y.2 = 7$ $\Leftrightarrow (x+y+2)(x^2+y^2+4-xy-2x-2y) = 7$ Lại có: $2(x^2+y^2+4-xy-2x-2y) = (x-y)^2 + (x-2)^2 + (y-2)^2 \geq 0$ Nên ta có 2 trường hợp sau:	0.25 0.25 0.25 0.25

	$+)\begin{cases}(x+y)^2-3xy-2(x+y)+4=7\\x+y+2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=-1\\xy=0\end{cases}$ $\Rightarrow (x;y)=(0;-1);(-1;0)$ $+)\begin{cases}(x+y)^2-3xy-2(x+y)+4=1\\x+y+2=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=5\\xy=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=5-x\\x(5-x)=6\end{cases}$ $\Rightarrow (x;y)=(2;3);(3;2)$ Vậy nghiệm nguyên của phương trình là $(x;y)=(0;-1);(-1;0);(2;3);(3;2)$	0.25 0.25
4	Cho tam giác *ABC* vuông cân tại *A* có *D* là trung điểm của *BC*. Trên *AD* lấy điểm *M* bất kì, Gọi *E* và *F* là hình chiếu của *M* trên *AB, AC*. 1. Chứng minh *EF* song song với *BC*. 2. Kẻ *EN* vuông góc với *FD*. a. Tính góc $\widehat{ANM}$. b. Chứng minh *NE* là phân giác của $\widehat{ANM}$. 3. Chứng minh ba điểm *B, M, N* thẳng hàng.	**7.0**
		
4.1	Ta có ΔABC vuông cân ở *A*, có *AD* là đường trung tuyến $\Rightarrow$ *AD* đồng thời là đường cao, đường phân giác của ΔABC Xét tứ giác *AEMF* có $\widehat{EAF}=\widehat{AEM}=\widehat{AFM}=90^0$ $\Rightarrow$ tứ giác *AEMF* là hình chữ nhật (dhnb). Lại có *AD* là phân giác của $\widehat{EAF}$ $\Rightarrow$ tứ giác *AEMF* là hình vuông $\Rightarrow AM\perp EF$	0.5 0.5 0.5 0.5

	Mà $AM \perp BC \Rightarrow EF // BC$	
4.2a	Gọi O là giao điểm của AM và EF. Tứ giác $AEMF$ là hình vuông $\Rightarrow OA = OE = OM = OF$ và $EF = AM$ (t/c) Xét ΔENF vuông tại N có NO là trung tuyến ứng với cạnh huyền EF nên $NO = \frac{1}{2}EF$ (t/c). Mà $EF = AM$ $\Rightarrow NO = \frac{1}{2}AM$ $\Rightarrow \Delta AMN$ vuông tại N $\Rightarrow \widehat{ANM} = 90^0$	0.5 0.5 0.5
4.2b	Theo tính chất góc ngoài của hai tam giác cân ΔENO và ΔANO ta có $\widehat{ENA} = \frac{1}{2}\widehat{EOA} = 45^0$ $\Rightarrow \widehat{ENM} = 45^0$ $\Rightarrow$ $\widehat{ENA} = \widehat{ENM} (= 45^0) \Rightarrow$ NE là phân giác của $\widehat{ANM}$	0.5 0.5 0.5
4.3	Từ C kẻ tia Cx vuông góc với FD tại I và cắt AB tại K. Gọi P và Q theo thứ tự là hình chiếu của B trên FD và EN ta c/m được tứ giác $BPNQ$ là hình chữ nhật. Ta có $BP // CK (\perp FD)$ $\Rightarrow \widehat{PBK} = \widehat{CKA}$ (đồng vị) Mà $\widehat{QBK} + \widehat{PBK} = 90^0$, $\widehat{KCA} + \widehat{CKA} = 90^0 \Rightarrow \widehat{QBK} = \widehat{KCA}$ Lại có $AB = AC(gt); AE = AF(cmt) \Rightarrow BE = CF$ $\Rightarrow \Delta BQE = \Delta CIF$ (cạnh huyền- góc nhọn) $\Rightarrow BQ = CI$ Chứng minh $\Delta BPD = \Delta CID$ (cạnh huyền- góc nhọn) $\Rightarrow BP = CI \Rightarrow BP = BQ \Rightarrow$ Tứ giác $BPNQ$ là hình vuông nên NE là phân giác của $\widehat{PNQ} \Rightarrow \widehat{BNQ} = 45^0$ Mà $\widehat{QNM} = 45^0$ (cmt) $\Rightarrow B, M, N$ thẳng hàng	0.5 0.5 0.5 0.5
5	1. Cho ba số dương x,y,z thoả mãn $xyz = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1}{x^3 + y^3 + 1} + \frac{1}{y^3 + z^3 + 1} + \frac{1}{z^3 + x^3 + 1}$ 2. Trên 6 đỉnh của một lục giác lồi có ghi 6 số chẵn liên tiếp theo chiều kim đồng hồ. Ta thay đổi các số như sau: Mỗi lần chọn một cạnh bất kì rồi cộng mỗi số ở hai đỉnh thộc cạnh đó với cùng một số nguyên nào đó. Hỏi sau một số lần thay đổi như thế thì 6 số mới ở các đỉnh lục giác có thể bằng nhau không? Vì sao?	**2.0**
5.1	Ta có: $x^3 + y^3 \ge x^2y + xy^2 \Leftrightarrow x^3 - xy^2 - x^2y + y^3 \ge 0$ $\Leftrightarrow x(x^2 - y^2) - y(x^2 - y^2) \ge 0 \Leftrightarrow (x - y)(x^2 - y^2) \ge 0$ $\Leftrightarrow (x - y)^2(x + y) \ge 0$ (luôn đúng với mọi $x, y > 0$)	0.25 0.25

	Do đó $\frac{1}{x^3+y^3+1}\le\frac{1}{x^2y+xy^2+1}=\frac{1}{x^2y+xy^2+xyz}$ $=\frac{1}{xy(x+y+z)}=\frac{z}{xyz(x+y+z)}=\frac{z}{x+y+z}$ Tương tự $\frac{1}{y^3+z^3+1}\le\frac{x}{x+y+z}$; $\frac{1}{z^3+x^3+1}\le\frac{y}{x+y+z}$ $\Rightarrow\frac{1}{x^3+y^3+1}+\frac{1}{y^3+z^3+1}+\frac{1}{z^3+x^3+1}\le\frac{z}{x+y+z}+\frac{y}{x+y+z}+\frac{x}{x+y+z}$ $\Rightarrow P\le 1$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=y=z=1$ Vậy GTLN của P là 1 $\Leftrightarrow x=y=z=1$	0.25 0.25
5.2	Gọi các số chẵn ghi ở 6 đỉnh của lục giác lồi lúc đầu theo thứ tự từ nhỏ đến lớn là $a_1;a_2;a_3;a_4;a_5;a_6$. Vì đó là các số chẵn liên tiếp nên ta có $a_2-a_1+a_4-a_3+a_6-a_5=2+2+2=6$ $\Rightarrow(a_2+a_4+a_6)-(a_1+a_3+a_5)=6$ Mỗi lần thay đổi thì hai số ở hai đỉnh kề nhau (theo thứ tự trên, coi a_6 kề với a_1) đều cộng thêm cùng một số nên hiệu trên luôn không đổi và luôn bằng 6. Nếu 6 số mới ở các đỉnh lục giác lồi đều bằng nhau thì hiệu trên bằng 0 nên sau một số lần thay đổi như thế thì 6 số mới ở các đỉnh lục giác không thể bằng nhau.	0.25 0.25 0.25 0.25

Lưu ý:

1. *Trong từng câu:*

+ Học sinh giải cách khác hợp lý, đúng cho điểm tương ứng.

+ Các bước tính hoặc chứng minh độc lập cho điểm độc lập, các bước liên quan với nhau đúng đến đâu cho điểm đến đó.

2. *Điểm toàn bài là tổng điểm các phần đạt được không làm tròn.*