PHÒNG GD&ĐT HẢI HẬU

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHỌN HỌC SINH GIỎI
MÔN TOÁN - LỚP 8
Năm học 2022-2023
Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Đề bài

Bài 1: (4,0 điểm)

Cho biểu thức: $P=\dfrac{y^2-y-2}{y-2}:\dfrac{x^3-10x^2+25x}{x^2-25}$

1. Rút gọn P.
2. Tính giá trị của P với các giá trị của x và y thỏa mãn đẳng thức:
   $x^2+|x-2|+4y^2-4xy=0.$

Bài 2: (4,0 điểm)

1. Tìm a và b để đa thức $f(x)=x^4-3x^3+3x^2+ax+b$ chia hết cho đa thức $g(x)=x^2+4-3x.$
2. Chứng minh rằng tích của 4 số nguyên dương liên tiếp không thể là một số chính phương.

Bài 3: (3,0 điểm)

1. Cho $abc(ab+bc+ca)\neq 0,$ giải phương trình ẩn x: $\dfrac{x-b-c}{a}+\dfrac{x-c-a}{b}+\dfrac{x-a-b}{c}=3.$
2. Tìm các cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn $x^3+y^3+1=6xy.$

Bài 4: (7,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A có D là trung điểm của BC. Trên AD lấy điểm M bất kì, Gọi E và F là hình chiếu của M trên AB, AC.

1. Chứng minh $EF//BC$.
2. Kẻ EN vuông góc với FD.
   a. Tính góc ANM.
   b. Chứng minh NE là phân giác của góc ANM.
3. Chứng minh ba điểm B, M, N thẳng hàng.

Bài 5: (2,0 điểm)

1. Cho ba số dương x, y, z thoả mãn $xyz=1$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{x^3+y^3+1}+\dfrac{1}{y^3+z^3+1}+\dfrac{1}{z^3+x^3+1}$

2. Trên 6 đỉnh của một lục giác lồi có ghi 6 số chẵn liên tiếp theo chiều kim đồng hồ. Ta thay đổi các số như sau: Mỗi lần chọn một cạnh bất kì rồi cộng mỗi số ở hai đỉnh thộc cạnh đó với cùng một số nguyên nào đó. Hỏi sau một số lần thay đổi như thế thì 6 số mới ở các đỉnh lục giác có thể bằng nhau không? Vì sao?

------- Hết ------

Họ và tên thí sinh: ..... Họ tên, chữ kí GT số 1: .....

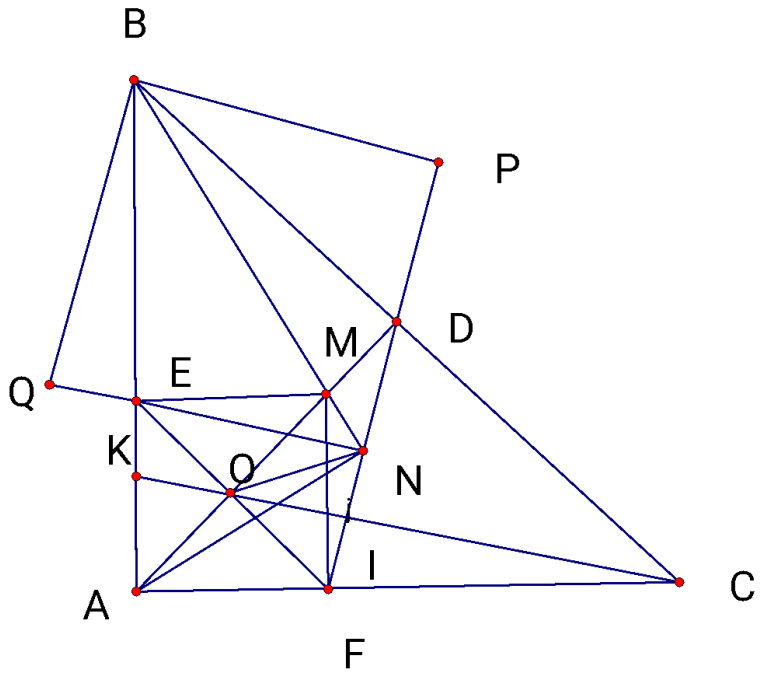
Số BD: ..... Phòng thi số: …… Họ tên, chữ kí GT số 2: …….....

PHÒNG GD&ĐT HẢI HẬU

HƯỚNG DẪN CHẤM KHẢO SÁT CHỌN HSG
MÔN TOÁN LỚP 8 Năm học 2022-2023

Câu	Nội dung	Điểm
1	Cho biểu thức: $P=\dfrac{y^2-y-2}{y-2}:\dfrac{x^3-10x^2+25x}{x^2-25}$ 1. Rút gọn P 2. Tính giá trị của P với các giá trị của x và y thỏa mãn đẳng thức: $x^2+\lvert x-2\rvert+4y^2-4xy=0.$	**4.0**
1.1	ĐKXĐ: $y\neq 2, x\neq 0, x\neq \pm 5$ Khi đó: $P=\dfrac{y^2+y-2y-2}{y-2}:\dfrac{x(x^2-10x+25)}{(x-5)(x+5)}$ $=\dfrac{y(y+1)-2(y+1)}{y-2}:\dfrac{x(x-5)^2}{(x-5)(x+5)}$ $=\dfrac{(y+1)(y-2)}{y-2}.\dfrac{(x+5)(x-5)}{x(x-5)^2}=\dfrac{(y+1)(x+5)}{x(x-5)}$	0.5 0.5 0.5 0.5
1.2	Vì $x^2+\lvert x-2\rvert+4y^2-4xy=0$ $\Leftrightarrow x^2-4xy+4y^2+\lvert x-2\rvert=0$ $\Leftrightarrow (x-2y)^2+\lvert x-2\rvert=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases}(x-2y)^2=0\\ \lvert x-2\rvert=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}(TM)$ $\Rightarrow P=\dfrac{(1+1)(2+5)}{2(2-5)}=\dfrac{-7}{3}$	0.5 0.5 0.5 0.5
2	1. Tìm a và b để đa thức : $f(x)=x^4-3x^3+3x^2+ax+b$ chia hết cho đa thức $g(x)=x^2+4-3x.$ 2. Chứng minh rằng tích của 4 số nguyên dương liên tiếp không thể là một số chính phương.	**4.0**
2.1	Ta có : $x^4-3x^3+3x^2+ax+b : x^2-3x+4$	1.0

	$= x^2+1$ dư $(a-3)x+b+4$ *f(x)* chia hết cho *g(x)* khi và chỉ khi số dư bằng 0. $\Rightarrow \begin{cases} a-3=0 \\ b+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-4 \end{cases}$ Kết luận	1.0
2.2	Giả sử có 4 số nguyên dương liên tiếp là *n, n + 1, n + 2, n + 3* Xét tích: $P=n(n+1)(n+2)(n+3)$ $=(n^2+3n)(n^2+3n+2)$ $=(n^2+3n)^2+2(n^2+3n)$ Dễ dàng nhận thấy: $(n^2+3n)^2<P<(n^2+3n+1)^2$ Vậy P không thể là số chính phương	0.5 0.5 0.5 0.5
3	1. Cho $abc(ab+bc+ca)\neq 0$, giải phương trình ẩn *x*: $\frac{x-b-c}{a}+\frac{x-c-a}{b}+\frac{x-a-b}{c}=3$ 2. Tìm các cặp số nguyên (*x;y*) thoả mãn $x^3+y^3+1=6xy$	**3.0**
3.1	Với $abc(ab+bc+ca)\neq 0$, ta có: $\frac{x-b-c}{a}+\frac{x-c-a}{b}+\frac{x-a-b}{c}=3$ $\Leftrightarrow \frac{x-b-c-a}{a}+\frac{x-c-a-b}{b}+\frac{x-a-b-c}{c}=0$ $\Leftrightarrow (x-a-b-c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-a-b-c=0 \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a+b+c \\ \frac{ab+bc+ca}{abc}=0(*) \end{array}\right.$ Ta thấy (*) không xảy ra vì $abc(ab+bc+ca)\neq 0$. Vậy nghiệm của phương trình là $x=a+b+c$	0.25 0.25 0.25 0.25
3.2	Ta có: $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ $\Rightarrow x^3+y^3+1=6xy$ $\Leftrightarrow x^3+y^3+2^3-3.x.y.2=7$ $\Leftrightarrow (x+y+2)(x^2+y^2+4-xy-2x-2y)=7$ Lại có: $2(x^2+y^2+4-xy-2x-2y)=(x-y)^2+(x-2)^2+(y-2)^2\geq 0$ Nên ta có 2 trường hợp sau:	0.25 0.25 0.25 0.25

	$+)\begin{cases}(x+y)^2-3xy-2(x+y)+4=7\\x+y+2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=-1\\xy=0\end{cases}$ $\Rightarrow (x;y)=(0;-1);(-1;0)$ $+)\begin{cases}(x+y)^2-3xy-2(x+y)+4=1\\x+y+2=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=5\\xy=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=5-x\\x(5-x)=6\end{cases}$ $\Rightarrow (x;y)=(2;3);(3;2)$ Vậy nghiệm nguyên của phương trình là $(x;y)=(0;-1);(-1;0);(2;3);(3;2)$	0.25 0.25
4	Cho tam giác *ABC* vuông cân tại *A* có *D* là trung điểm của *BC*. Trên *AD* lấy điểm *M* bất kì, Gọi *E* và *F* là hình chiếu của *M* trên *AB, AC*. 1. Chứng minh *EF* song song với *BC*. 2. Kẻ *EN* vuông góc với *FD*. a. Tính góc $\widehat{ANM}$. b. Chứng minh *NE* là phân giác của $\widehat{ANM}$. 3. Chứng minh ba điểm *B, M, N* thẳng hàng.	**7.0**
		
4.1	Ta có ΔABC vuông cân ở *A*, có *AD* là đường trung tuyến $\Rightarrow$ *AD* đồng thời là đường cao, đường phân giác của ΔABC Xét tứ giác *AEMF* có $\widehat{EAF}=\widehat{AEM}=\widehat{AFM}=90^0$ $\Rightarrow$ tứ giác *AEMF* là hình chữ nhật (dhnb). Lại có *AD* là phân giác của $\widehat{EAF}$ $\Rightarrow$ tứ giác *AEMF* là hình vuông $\Rightarrow$ $AM\perp EF$	0.5 0.5 0.5 0.5

	Mà $AM \perp BC \Rightarrow EF//BC$	
4.2a	Gọi O là giao điểm của AM và EF. Tứ giác $AEMF$ là hình vuông $\Rightarrow OA = OE = OM = OF$ và $EF = AM$ (t/c) Xét ΔENF vuông tại N có NO là trung tuyến ứng với cạnh huyền EF nên $NO = \frac{1}{2}EF$ (t/c). Mà $EF = AM$ $\Rightarrow NO = \frac{1}{2}AM$ $\Rightarrow \Delta AMN$ vuông tại N $\Rightarrow \widehat{ANM} = 90^0$	0.5 0.5 0.5
4.2b	Theo tính chất góc ngoài của hai tam giác cân ΔENO và ΔANO ta có $\widehat{ENA} = \frac{1}{2}\widehat{EOA} = 45^0$ $\Rightarrow \widehat{ENM} = 45^0$ $\Rightarrow$ $\widehat{ENA} = \widehat{ENM}(= 45^0) \Rightarrow$ NE là phân giác của $\widehat{ANM}$	0.5 0.5 0.5
4.3	Từ C kẻ tia Cx vuông góc với FD tại I và cắt AB tại K. Gọi P và Q theo thứ tự là hình chiếu của B trên FD và EN ta c/m được tứ giác $BPNQ$ là hình chữ nhật. Ta có $BP//CK(\perp FD)$ $\Rightarrow \widehat{PBK} = \widehat{CKA}$ (đồng vị) Mà $\widehat{QBK} + \widehat{PBK} = 90^0$, $\widehat{KCA} + \widehat{CKA} = 90^0 \Rightarrow \widehat{QBK} = \widehat{KCA}$ Lại có $AB = AC(gt); AE = AF(cmt) \Rightarrow BE = CF$ $\Rightarrow \Delta BQE = \Delta CIF$ (cạnh huyền- góc nhọn) $\Rightarrow BQ = CI$ Chứng minh $\Delta BPD = \Delta CID$ (cạnh huyền- góc nhọn) $\Rightarrow BP = CI \Rightarrow BP = BQ \Rightarrow$ Tứ giác $BPNQ$ là hình vuông nên NE là phân giác của $\widehat{PNQ} \Rightarrow \widehat{BNQ} = 45^0$ Mà $\widehat{QNM} = 45^0$ (cmt) $\Rightarrow B, M, N$ thẳng hàng	0.5 0.5 0.5 0.5 0.5
5	1. Cho ba số dương x,y,z thoả mãn $xyz = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1}{x^3+y^3+1} + \frac{1}{y^3+z^3+1} + \frac{1}{z^3+x^3+1}$ 2. Trên 6 đỉnh của một lục giác lồi có ghi 6 số chẵn liên tiếp theo chiều kim đồng hồ. Ta thay đổi các số như sau: Mỗi lần chọn một cạnh bất kì rồi cộng mỗi số ở hai đỉnh thộc cạnh đó với cùng một số nguyên nào đó. Hỏi sau một số lần thay đổi như thế thì 6 số mới ở các đỉnh lục giác có thể bằng nhau không? Vì sao?	**2.0**
5.1	Ta có: $x^3 + y^3 \geq x^2y + xy^2 \Leftrightarrow x^3 - xy^2 - x^2y + y^3 \geq 0$ $\Leftrightarrow x(x^2 - y^2) - y(x^2 - y^2) \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)(x^2 - y^2) \geq 0$ $\Leftrightarrow (x-y)^2(x+y) \geq 0$ (luôn đúng với mọi $x, y > 0$)	0.25 0.25

	Do đó $\frac{1}{x^3+y^3+1} \le \frac{1}{x^2y+xy^2+1} = \frac{1}{x^2y+xy^2+xyz}$ $= \frac{1}{xy(x+y+z)} = \frac{z}{xyz(x+y+z)} = \frac{z}{x+y+z}$ Tương tự $\frac{1}{y^3+z^3+1} \le \frac{x}{x+y+z}$; $\frac{1}{z^3+x^3+1} \le \frac{y}{x+y+z}$ $\Rightarrow \frac{1}{x^3+y^3+1} + \frac{1}{y^3+z^3+1} + \frac{1}{z^3+x^3+1} \le \frac{z}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+z} + \frac{x}{x+y+z}$ $\Rightarrow P \le 1$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=y=z=1$ Vậy GTLN của P là 1 $\Leftrightarrow x=y=z=1$	0.25 0.25
5.2	Gọi các số chẵn ghi ở 6 đỉnh của lục giác lồi lúc đầu theo thứ tự từ nhỏ đến lớn là $a_1;a_2;a_3;a_4;a_5;a_6$. Vì đó là các số chẵn liên tiếp nên ta có $a_2-a_1+a_4-a_3+a_6-a_5=2+2+2=6$ $\Rightarrow (a_2+a_4+a_6)-(a_1+a_3+a_5)=6$ Mỗi lần thay đổi thì hai số ở hai đỉnh kề nhau (theo thứ tự trên, coi a_6 kề với a_1) đều cộng thêm cùng một số nên hiệu trên luôn không đổi và luôn bằng 6. Nếu 6 số mới ở các đỉnh lục giác lồi đều bằng nhau thì hiệu trên bằng 0 nên sau một số lần thay đổi như thế thì 6 số mới ở các đỉnh lục giác không thể bằng nhau.	0.25 0.25 0.25 0.25

<u>Lưu ý:</u>

1. Trong từng câu:

+ Học sinh giải cách khác hợp lý, đúng cho điểm tương ứng.

+ Các bước tính hoặc chứng minh độc lập cho điểm độc lập, các bước liên quan với nhau đúng đến đâu cho điểm đến đó.

2. Điểm toàn bài là tổng điểm các phần đạt được không làm tròn.