

Partie I – Etude d'une turbine

I.A.1) Le débit massique D_m pour un écoulement permanent unidimensionnel s'obtient à

partir du vecteur densité de courant de masse $\vec{j}_m = \mu \vec{c}$: $D_m = \iint_S \vec{j}_m \cdot \vec{dS}$ où μ est la masse volumique du fluide, c sa vitesse et S la section de la canalisation. Lors d'un écoulement permanent, ce vecteur densité de courant de masse est uniforme sur la section considérée : $D_m = \mu c S$.

Soit Σ une surface fermée fixe définissant un volume de contrôle limité par S_{lat} (la surface latérale), S_1 (la surface d'entrée) et S_2 (la surface de sortie). Soit m la masse contenue à l'instant t dans ce volume de contrôle. La conservation de la masse entre les instants t et $t + dt$

$$\frac{dm}{dt} + \iint_{\Sigma} \vec{j}_m \cdot \vec{dS} = 0$$

s'écrit :

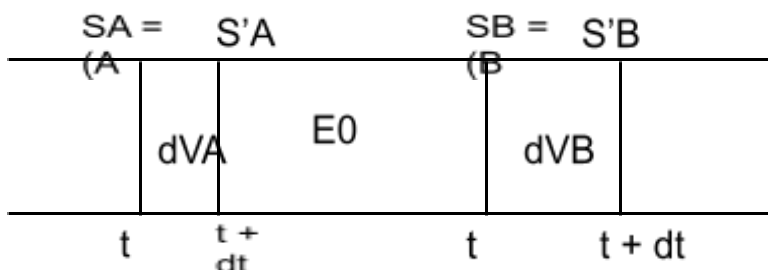
En régime permanent, $\frac{dm}{dt} = 0$ (il n'y a pas d'accumulation de matière), donc

$$\iint_{\Sigma} \vec{j}_m \cdot \vec{dS} = \iint_{S_{lat}} \vec{j}_m \cdot \vec{dS} + \iint_{S_1} \vec{j}_m \cdot \vec{dS} + \iint_{S_2} \vec{j}_m \cdot \vec{dS} = 0 \quad \text{avec} \quad \iint_{S_{lat}} \vec{j}_m \cdot \vec{dS} = 0$$

car la paroi latérale

est imperméable à la matière. D'où $D_{m1} = D_{m2} = D_m$ (en raison des orientations de $\vec{j}_m$ et des surfaces d'entrée et de sortie)

I.A.2) Soit S_A et S_B les deux surfaces délimitant le fluide à l'instant t et liées au fluide. A l'instant t , $S_A = \Sigma_A$ et $S_B = \Sigma_B$. A l'instant $t + dt$, le fluide est délimité par les surfaces S'_A et S'_B . Soit dV_A le volume compris entre les surfaces S_A et S'_A . Soit dV_B le volume compris entre les surfaces S_B et S'_B . Le fluide contenu dans dV_A (ou dans dV_B) traverse la section fixe Σ_A (ou Σ_B) pendant dt et sa masse est D_m .



v_A et v_B étant les vitesses massiques, on a $dV_A = v_A \cdot D_m \cdot dt$ et $dV_B = v_B \cdot D_m \cdot dt$. Si l'écoulement se fait de A vers B, alors la puissance des forces de pression est positive en A et négative en B. Les travaux des forces de pression entre les instants t et $t + dt$ sont :

$$\delta W_A = P_A \cdot dV_A = P_A \cdot v_A \cdot D_m \cdot dt \quad \text{et} \quad \delta W_B = - P_B \cdot dV_B = - P_B \cdot v_B \cdot D_m \cdot dt.$$

La puissance des forces de pression $P_p = (P_A v_A - P_B v_B) \cdot D_m$.

Le premier principe pour un système fermé S^f s'écrit alors :

$$dE = \delta W + \delta Q \quad \text{avec} \quad E = U + E_p + E_c$$

Où E représente l'énergie totale du système, E_p son énergie potentielle, E_c son énergie cinétique, U son énergie interne, W le travail reçu par celui-ci (sauf les forces dérivant de E) et Q la chaleur reçue par ce système.

Comme l'écoulement est permanent, la quantité E est une constante ($=E_0$) pour la matière comprise entre S'_A et S_B .

Soit dE_A et dE_B les énergies contenues dans les volumes dV_A et dV_B .

$$dE = E(t + dt) - E(t) = (E_0 + dE_B) - (E_0 + dE_A) = dE_B - dE_A$$

Or $dE_A = (u_A + e_{cA} + e_{pA}) \cdot dm = (u_A + e_{cA} + e_{pA}) \cdot D_m \cdot dt$ et de même

$dE_B = (u_B + e_{cB} + e_{pB}) \cdot D_m \cdot dt$ (les lettres minuscules représentent des grandeurs massiques).

$dE = \delta W + \delta Q$ donne $\frac{dE}{dt} = P + P_{th} = P_u + P_{th} + P_p$ où P_u est la puissance utile reçue par le fluide, P_{th} la puissance thermique et P_p la puissance des forces de pression.

$$\text{Cela donne : } D_m \cdot (\Delta u + \Delta e_c + \Delta e_p) = P_u + P_{th} - D_m \cdot \Delta(Pv)$$

$$\text{Or } \Delta h = \Delta(u + Pv) = \Delta u + \Delta(Pv)$$

$$\text{D'où } D_m \cdot \Delta(h + e_c + e_p) = P_u + P_{th}$$

$$\text{Ici } \Delta e_p = 0, \text{ ce qui donne : } D_m \cdot \Delta(h + e_c) = P_u + P_{th}$$

$$\text{I.B.1) } P_Q = D_m \left[\left(h_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) - \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) \right] - P_W$$

A.N. : $P_Q = -772 \text{ kW}$: la turbine fournit de la chaleur

$$\text{I.B.2) } \left| \frac{P_Q}{P_W} \right| = 6,713 \cdot 10^{-2} = 6,7\% : P_Q \text{ est négligeable devant } P_W.$$

I.B.3)

INCORPORER Equation.3 : (E_c est négligeable devant (h .

Partie

I

I – Etude d'une turbine fonctionnant suivant un cycle de Joule (ou cycle Brayton)

II.A.1)

II.A.2)

$$WC = h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1)$$

$$QE = h_3 - h_2 = c_p (T_3 - T_2)$$

$$WT = h_4 - h_3 = c_p (T_4 - T_3)$$

$$QS = h_1 - h_4 = c_p (T_1 - T_4)$$

II.A.3)

Le travail fourni (par unité de masse) par le système est : $WF = -WC - WT$

II.A.4) INCORPORER Equation.3 soit INCORPORER Equation.3

Avec INCORPORER Equation.3 et INCORPORER Equation.3 , on a
INCORPORER Equation.3

Soit INCORPORER Equation.3

II.A.5) Lors de la question précédente, on a démontré : INCORPORER Equation.3

II.A.6)

(579,11315(0,370,430,470,500,520,54

II.A.7)

a) INCORPORER Equation.3 avec $P_4 = P_1$ et $P_3 = P_2$

D'où INCORPORER Equation.3 A.N. : $T_4 = 673,3 \text{ K}$

INCORPORER Equation.3 d'où INCORPORER Equation.3 A.N. : $T_2 = 579,2 \text{ K}$.

$$b) WC = c_p (T_2 - T_1) = 281,64 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$WT = c_p (T_4 - T_3) = - 632,12 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$QE = c_p (T_3 - T_2) = 727,07 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

c) $\text{INCORPORER Equation.3} = 48,2 \%$

II.B.1) $\text{INCORPORER Equation.3}$ donne $\text{INCORPORER Equation.3}$

De même : $\text{INCORPORER Equation.3}$ donne $\text{INCORPORER Equation.3}$

II.B.2) $(s_{12a} > 0$

(maintenant irréversible) d'où $s_2 > s_1$

$(s_{34a} > 0$ (maintenant irréversible) d'où $s_4 > s_3$

II.B.3) $\text{INCORPORER Equation.3}$ (cf. II.A.4))

II.B.4) En choisissant un chemin réversible pour un gaz parfait, on a :

$\text{INCORPORER Equation.3}$ avec $\text{INCORPORER Equation.3}$

donc $\text{INCORPORER Equation.3}$. Cette expression donne $\text{INCORPORER Equation.3}$

($\text{INCORPORER Equation.3}$ et $\text{INCORPORER Equation.3}$

De même $\text{INCORPORER Equation.3}$ avec $\text{INCORPORER Equation.3}$

Et $\text{INCORPORER Equation.3}$

II.B.5) Applications numériques :

$T_{2a} = 640,5 \text{ K}$ $(s_{Ca} = 101,5 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1})$

$T_{4a} = 767,3 \text{ K}$ $(s_{Ta} = 131,8 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1})$

$(a = 29,1 \%)$

On

vérifie que $T_{2a} > T_2$ et $T_{4a} > T_4$ et que $(s_{Ca}$ et $(s_{Ta} > 0$

Partie

I

II – Etude d'un turboréacteur

III.A.1)

III.A.2)

a) $\text{INCORPORER Equation.3}$ avec $v_1 = 0$

D'où $\text{INCORPORER Equation.3}$ ($\text{INCORPORER Equation.3}$

b) Cela donne $T1 = 299,5 \text{ K}$ (300 K et avec INCORPORER Equation.3 ,
on obtient $P1 = 1,01 \text{ bar}$ ($1,03 \text{ bar}$.

III.A.3) a) $WC = cp (T2 - T1)$ avec INCORPORER Equation.3 d'où INCORPORER Equation.3
On a alors INCORPORER Equation.3

De même $WT = cp (T4 - T3) = -WC$ d'où INCORPORER Equation.3

b) Applications numériques :

$WC = 281,6 \text{ kJ.kg}^{-1}$ $T4 = 1020,8 \text{ K}$
INCORPORER Equation.3 avec $P3 = P2 = 10,3 \text{ bar}$
INCORPORER Equation.3 $= 4,42 \text{ bar} > P1$.
INCORPORER Equation.3 $= 579,2 \text{ K}$

III.A.4) a) INCORPORER Equation.3 (INCORPORER Equation.3

b) INCORPORER Equation.3 d'où INCORPORER Equation.3

A.N. : $T5 = 595,4 \text{ K}$ et $v5 = 926 \text{ m.s}^{-1}$: c'est énorme !!

III.A.5) a) $v5 - v_y$ est l'accroissement de vitesse de l'air. La vitesse des molécules de l'air entraîne donc une pression à laquelle correspond une force de pression (l'avion avance à une vitesse v_y) : $v5 - v_y$ est en m.s^{-1} , Dm en kg.s^{-1} donc $Dm (v5 - v_y)$ en kg.m.s^{-2} (masse (accélération) : c'est homogène à une force ($F = m \Delta v / \Delta t$).

b) $PF = F (v_y = Dm.v_y.(v5 - v_y)$

c) $PQE = Dm (h3 - h2) = Dm.cp. (T3 - T2)$

d) INCORPORER Equation.3

e) Applications numériques :

$PF = 1,21.10^7 \text{ W} = 12,1 \text{ MW}$
 $PQE = 5,09.10^7 \text{ W} = 50,9 \text{ MW}$
($M = 23,8 \%$

III.B.1) $P1a = Py + KDi (P1 - Py) = 9,98.10^{-1} \text{ bar}$

III.B.2) INCORPORER Equation.3 $= 343,4 \text{ kJ.kg}^{-1}$

$WCa = cp (T2a - T1)$ d'où INCORPORER Equation.3 $= 640,5 \text{ K}$

$P2a = (P1a = 9,98 \text{ bar}$

III.B.3) $QEa = cp (T3a - T2a) = cp (T3 - T2a) = 665,2 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

III.B.4)

a) $WTa = - WCa = cp (T4a - T3)$

D'où INCORPORER Equation.3 $= 959,6 \text{ K}$

$$\text{INCORPORER Equation.3} = -404,0 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$\text{INCORPORER Equation.3} \quad (\text{INCORPORER Equation.3} = 899,5 \text{ K} \quad (900 \text{ K}$$

$$\text{INCORPORER Equation.3} \quad (\text{INCORPORER Equation.3}$$

$$P_{4a} = 2,75 \text{ bar.}$$

$$\text{III.B.5) INCORPORER Equation.3}$$

$$\text{INCORPORER Equation.3} \text{ avec } T_{4a} = 959,6 \text{ K}$$

$$\text{d'où INCORPORER Equation.3} = 641,0 \text{ K}$$

$$\text{et } T_{5a} = T_{4a} + (T_e (T_{5b} - T_{4a})) = 653,7 \text{ K}$$

$$\text{INCORPORER Equation.3} \text{ d'où INCORPORER Equation.3} = 785,6 \text{ m.s}^{-1}.$$

$$\text{III.B.6)}$$

$$P_{Fa} = Dm.vy (v_{5a} - v_y) = 9,57 \text{ MW}$$

$$P_{QEa} = c_p (T_3 - T_{2a}) = 46,6 \text{ MW}$$

$$\text{INCORPORER Equation.3} = 20,5 \%$$

$$\text{III.B.7)}$$

$$W_{Ta} = - W_{Ca} \text{ n'est sûrement pas vrai.}$$

$$\text{Les échanges de chaleur sont négligés dans le compresseur et la turbine.}$$

$$\text{Peut-on considérer } c_p = \text{cte}$$

$$\text{dans le domaine de température considéré ?}$$

$$\text{Les gaz sont-ils parfaits ?}$$