

Docente	Wilton Robeiro Arenas Londoño		
Grado	10° sede Las Mercedes	Asignatura	Matemáticas
Fecha	Del 7 al 31 de julio.		
Estándares	Describo y modelo fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas		

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

CRITERIO	DESEMPEÑOS			OBSERVACIONES
	Nivel A	Nivel B	Nivel C	
Evalúa funciones trigonométricas en valores dados para el desarrollo y reconocimiento de las gráficas.				
Justifica procedimientos para graficar funciones trigonométricas a partir de puntos notables.				
Asocia las características de las funciones trigonométricas con sus respectivas gráficas.				

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Las funciones trigonométricas, se presentan como una extensión de las razones trigonométricas trabajadas en la unidad anterior. Al establecerlas como una función, permite relacionar dos variables, dependiente e independiente, las cuales se asocian con los ejes del sistema de coordenadas, y a su vez permite realizar dentro de la misma una gráfica.

Dentro de las funciones trigonométricas que trabajaremos, se priorizarán las funciones seno, coseno y tangente, de las cuales haremos su gráfica para identificar algunos elementos y características. Este proceso inicial, será desarrollado a través de tablas de funciones, teniendo presente que la variable independiente es el ángulo medido en radianes, dato que es importante tener en cuenta dado que implica configurar la calculadora al momento de usarla.

GRÁFICA DE LA FUNCIÓN SENO

Para realizar la gráfica de la función $f(x) = \sin x$, realizaremos una tabla de valores. Dentro de los valores independientes, pondremos los ángulos: 0° , 30° , 60° , 90° , 120° , 150° , 180° , 210° ;

240°, 270°, 300°, 330° y 360°, pero convertidos a radianes. Se toman estos valores con el fin de identificar diferentes puntos dentro del sistema de coordenadas que nos permitan identificar la forma de la gráfica, adicionalmente, el escribirlos hasta 360°, permite completar al menos un ciclo.

$$f(x) = \sin x$$

Para completar la tabla, recordemos que se debe evaluar la función en cada uno de los valores que se dieron de la variable “x” con ayuda de la calculadora. A continuación, observarás solo algunos ejemplos, sin embargo, es importante que con ayuda de la calculadora verifiques que los resultados de los demás valores sean correctos.

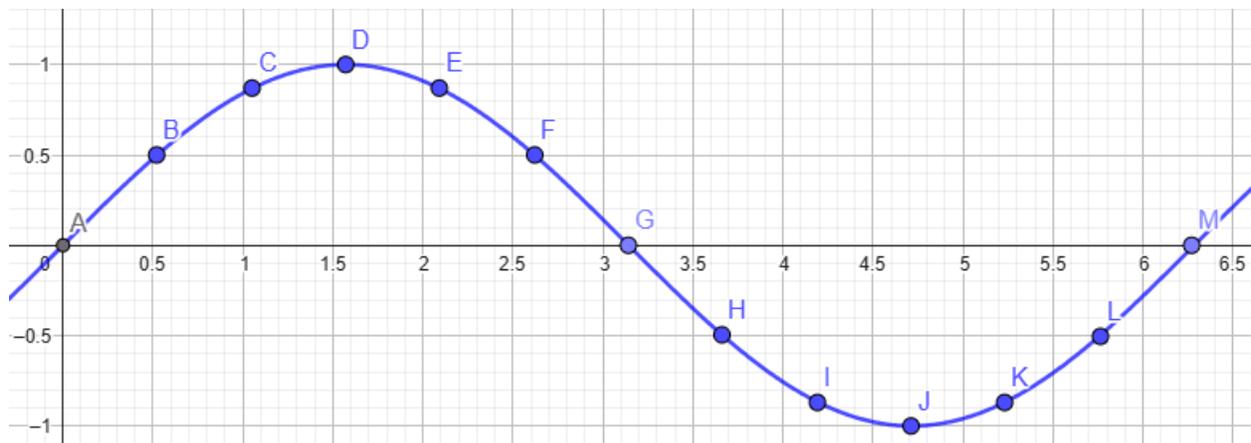
$$f(0) = \sin(0) = 0$$

$$f(1.05) = \sin(1.05) = 0.87$$

$$f(0.52) = \sin(0.52) = 0.5$$

$$f(1.05) = 0.87$$

X	0	0.52	1.05	1.57	2.09	2.62	3.14	3.66	4.19	4.71	5.23	5.76	6.28
Y	0	0.5	0.87	1	0.87	0.5	0	-0.5	-0.87	-1	-0.87	-0.5	0



GRÁFICA DE LA FUNCIÓN COSENO

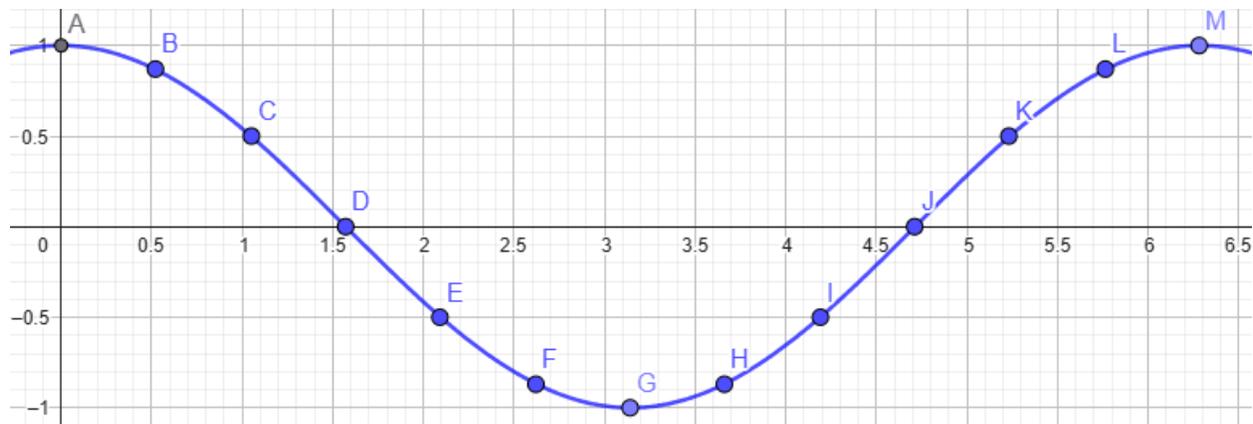
Para la gráfica de la función coseno, usaremos la misma tabla y variables independientes usadas en la función anterior.

$$f(x) = \cos x$$

Recordemos que para completar la tabla es necesario evaluar la función en los valores dados, tal como se muestra en los siguientes ejemplos. Es importante verificar con ayuda de la calculadora que los demás valores de la tabla son correctos.

$$f(0) = \cos(0) = 1 \quad f(0.52) = \cos(0.52) \approx 0.87 \quad f(1.05) = \cos(1.05) = 0 \quad f(1.57) = \cos(1.57) \approx -0.02 \quad f(2.09) = \cos(2.09) \approx -0.87 \quad f(2.62) = \cos(2.62) \approx -0.87 \quad f(3.14) = \cos(3.14) = -1 \quad f(3.66) = \cos(3.66) \approx -0.87 \quad f(4.19) = \cos(4.19) \approx -0.5 \quad f(4.71) = \cos(4.71) = 0 \quad f(5.23) = \cos(5.23) \approx 0.5 \quad f(5.76) = \cos(5.76) \approx 0.87 \quad f(6.28) = \cos(6.28) = 1$$

X	0	0.52	1.05	1.57	2.09	2.62	3.14	3.66	4.19	4.71	5.23	5.76	6.28
Y	1	0.87	0.5	0	-0.5	-0.87	-1	-0.87	-0.5	0	0.5	0.87	1

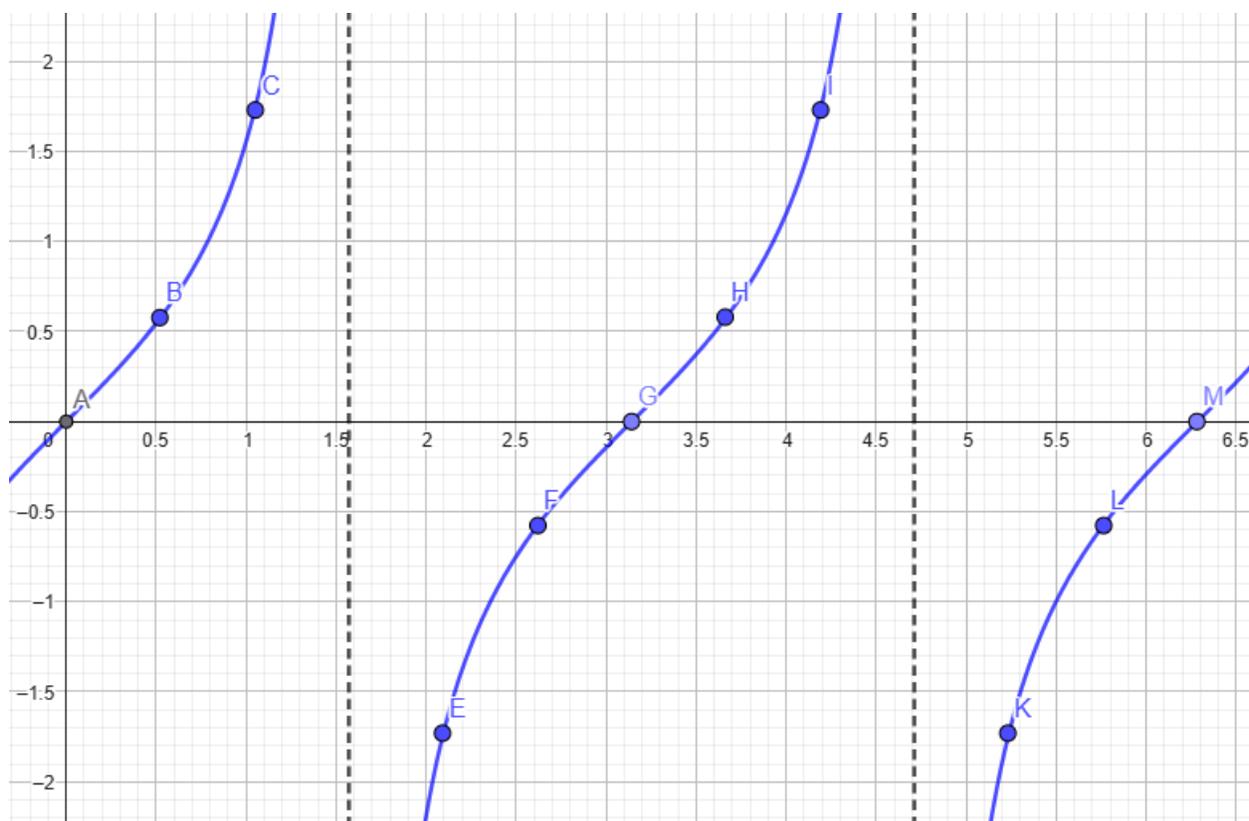


GRÁFICA DE LA FUNCIÓN TANGENTE

Para realizar la gráfica de la función tangente, seguiremos el mismo procedimiento de las gráficas anteriores, sin embargo, hay en el proceso, observaremos que hay algunos valores donde obtendremos resultados demasiado altos (que no será posible ponerlos dentro del sistema de coordenadas) o de los que no tendremos resultado. En estos puntos, realmente lo que se crean son asíntotas, un valor al que la función se acerca pero que no hace parte de los resultados posibles de la función, estas asíntotas serán representadas con una línea punteada.

$$f(x) = \tan x$$

X	0	0.52	1.05	1.57	2.09	2.62	3.14	3.66	4.19	4.71	5.23	5.76	6.28
Y	0	0.58	1.73	-----	-1.73	-0.58	0	0.58	1.73	-----	-1.73	-0.58	0

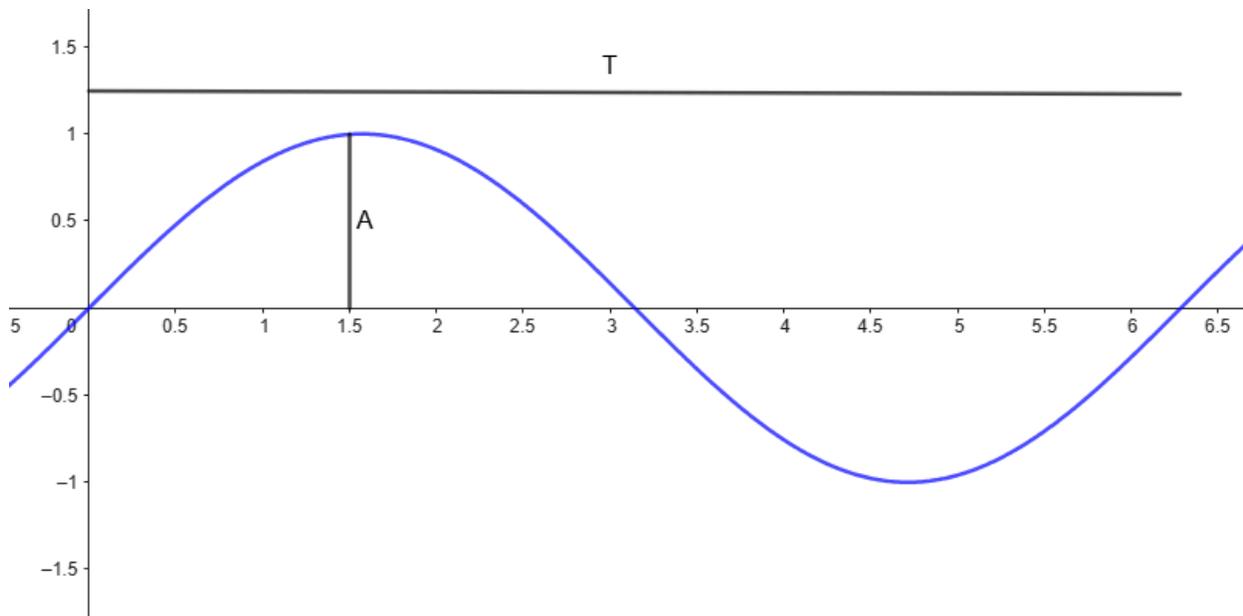


GRÁFICA DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS MEDIANTE PUNTOS NOTABLES

En la primera parte de la unidad realizamos la gráfica de las funciones seno, coseno y tangente. El método de tablas que se usó, aunque bien puede ser útil, es poco práctico al considerar lo extenso del mismo. Aún así, es importante que, a partir de estos, se reconozca la forma de cada una de las gráficas de las funciones, y que, si bien solo se evaluaron en un intervalo de valores dados, estas tienen continuidad, por lo que esta figura se extiende tanto hacia la izquierda como a la derecha.

Ahora, vamos a centrarnos específicamente en las funciones seno y coseno, las cuales tienen una forma similar, como si fueran ondas. Dada la particularidad que tienen estas gráficas, es posible desarrollarlas con un método más rápido, el cual denominaremos puntos notables. Sin embargo, antes de entrar a este método, es necesario que se reconozcan dos elementos importantes, la

amplitud (A) que es la distancia entre el punto máximo y el eje de oscilación, y el periodo (T) que es la distancia en la cual se está completando un ciclo, es decir donde se completa la figura,



Ahora, miremos la forma como se escriben las funciones seno y coseno:

Función seno	Función coseno
$f(x) = A \sin ax$	$f(x) = A \cos ax$

Observemos que, dentro de cada función, al inicio aparece “A”, por tanto, el valor que se encuentre allí representa la amplitud, adicionalmente, hay un valor que acompaña a “x”, el cual será necesario para encontrar el periodo, el cual se da mediante la siguiente fórmula.

$$T = \frac{2\pi}{a}$$

Así entonces, dentro de los puntos notables para cada una de las funciones, se utilizarán todo el tiempo la amplitud y el periodo, la amplitud, que sale de la misma función y el periodo que se calcula con la anterior fórmula. Teniendo esto claro, a continuación encontrarás los puntos notables para la función seno y para la función coseno, en los cuales solo tienes que sustituir los valores para determinarlos.

$$y = A \sin ax$$

$$y = A \cos ax$$

Puntos notables

$$(0,0)$$

$$(T/4,A)$$

$$(T/2,0)$$

$$(3T/4,-A)$$

$$(T,0)$$

Puntos notables

$$(0,A)$$

$$(T/4,0)$$

$$(T/2,-A)$$

$$(3T/4,0)$$

$$(T,A)$$

Ahora, veamos un ejemplo de como graficar una función seno o coseno a partir de estos puntos notables.

Ejemplo 1

Grafica la siguiente función.

$$f(x) = 2\sin x$$

Paso 1: Lo primero que debemos hacer es calcular la amplitud y el periodo. Dado que junto a "x" no se observa ningún valor, $a=1$.

$$A = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{1} = 6.28$$

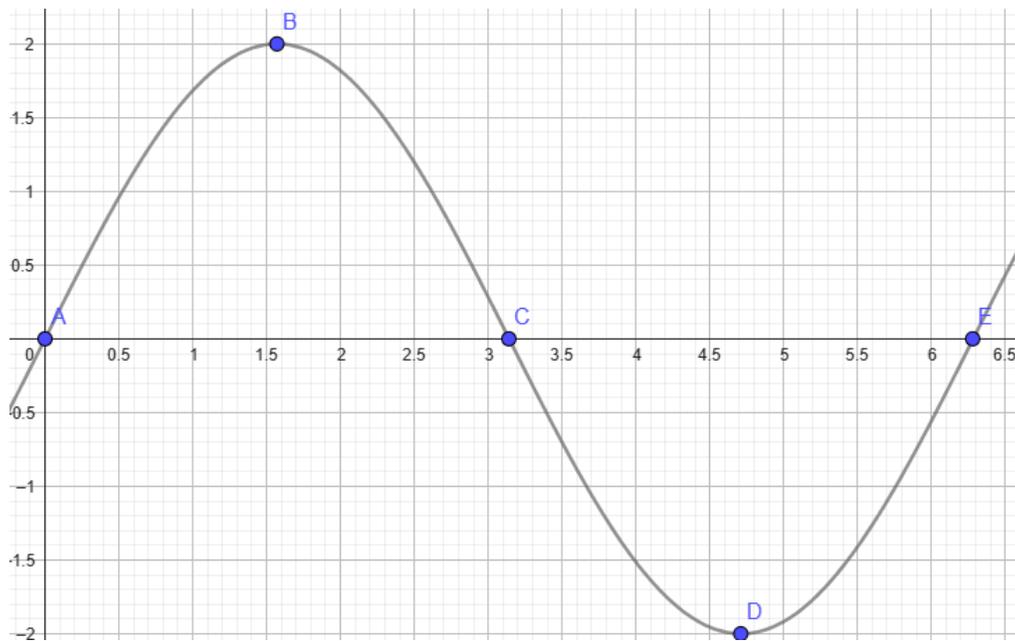
Paso 2: Sustituir y resolver los valores que indican los puntos notables.

Puntos notables

Puntos evaluados

$(0,0)$	$(0, 0)$
$(\frac{T}{4}, A)$	$(1.57, 2)$
$(\frac{T}{2}, 0)$	$(3.14, 0)$
$(\frac{3T}{4}, -A)$	$(4.71, -2)$
$(T, 0)$	$(6.28, 0)$

Paso 3: Ubicar los puntos en el sistema de coordenadas y trazar la gráfica.



Ejemplo 2

Grafica la siguiente función.

$$f(x) = 3\cos 2x$$

Paso 1: Calcular la amplitud y el periodo

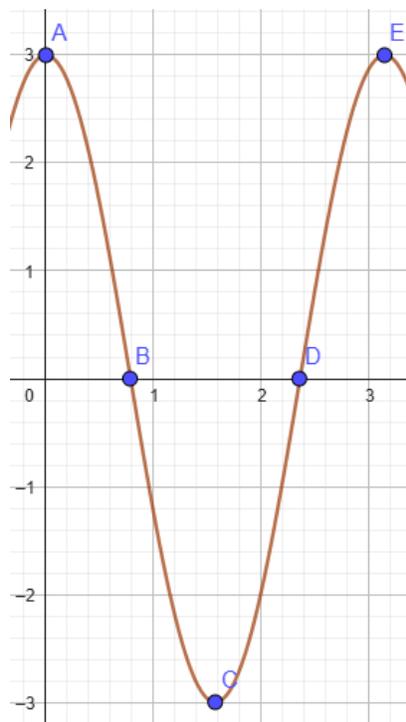
$$A = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{2} = 3.14$$

Paso 2: Determinar los puntos notables.

Puntos notables	Puntos evaluados
$(0, A)$	$(0, 3)$
$(\frac{T}{4}, 0)$	$(0.78, 0)$
$(\frac{T}{2}, -A)$	$(1.57, -3)$
$(\frac{3T}{2}, 0)$	$(2.35, 0)$
(T, A)	$(3.14, 3)$

Paso 3: Ubicar los puntos y trazar la gráfica.



ACTIVIDAD PRÁCTICA

Realiza la gráfica de las siguientes funciones trigonométricas a partir de los puntos notables.

a. $f(x) = 3\sin 2x$

b. $f(x) = \cos 2x$

c. $f(x) = 2\cos x$

d. $f(x) = 4 \sin \sin \frac{1}{2}x$

e. $f(x) = 3 \sin \sin \frac{2}{3}x$

f. $f(x) = 2\cos 3x$

g. $f(x) = \sin \sin \frac{3}{2}x$

h. $f(x) = \cos \cos \frac{4}{5}x$

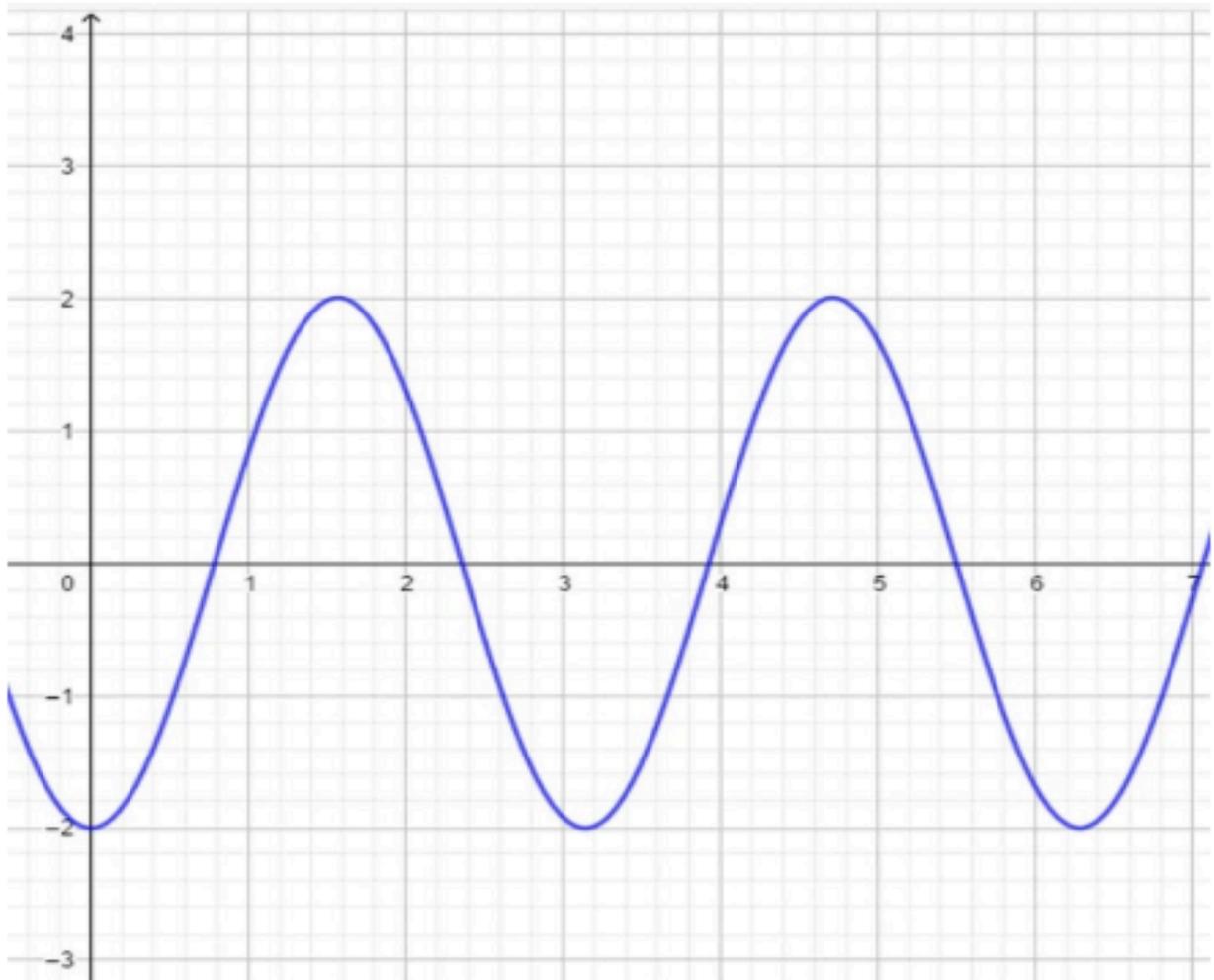
Determina la respuesta correcta en los siguientes casos y explica por qué.

De la función $y = -3\cos x$, es posible afirmar que: *

- La amplitud es $A=3$ y el periodo es $T=2\pi$
- La amplitud es $A=3$ y el periodo es $T=2\pi/3$
- La amplitud es $A=3$ y el periodo es $T=2\pi$
- La amplitud es $A=3$ y el periodo es $T=2\pi/3$

La función que se corresponde con la gráfica es: *

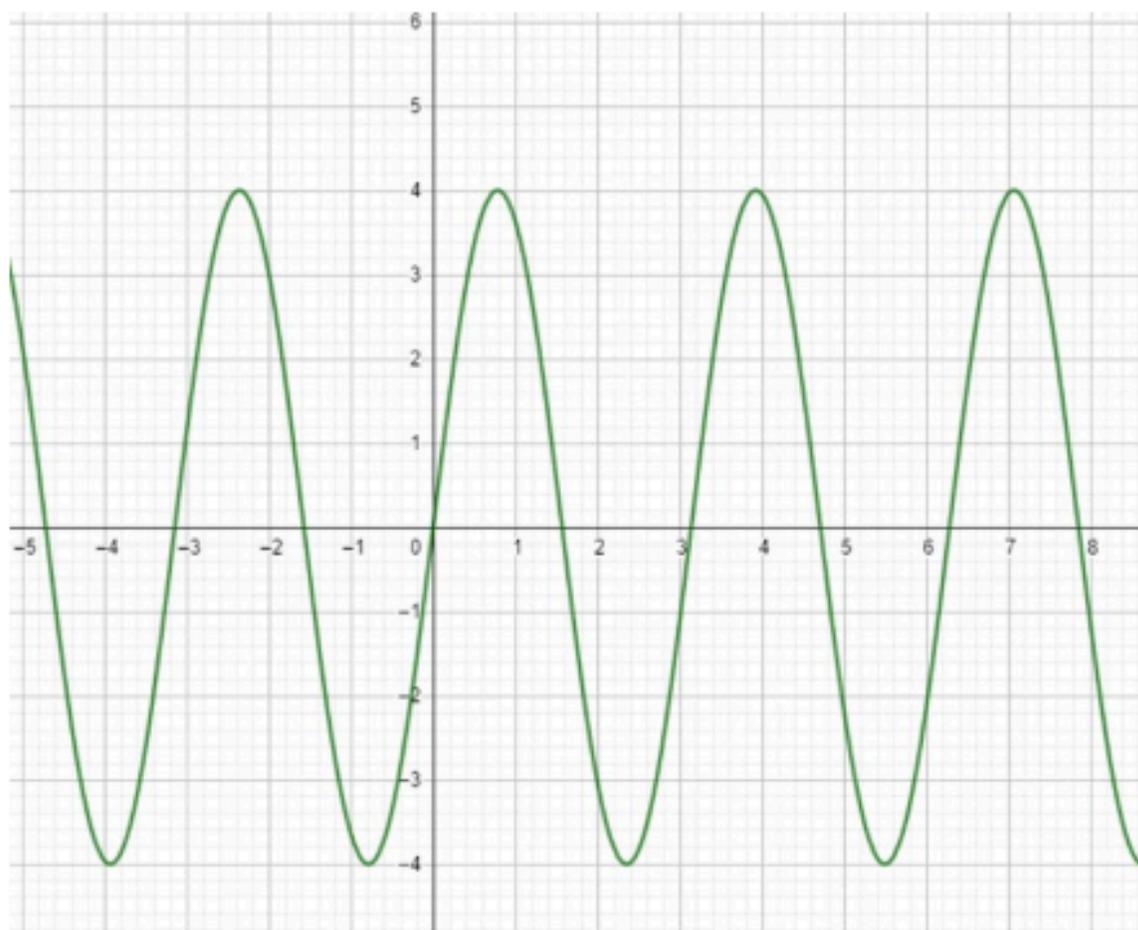
1 punto



- $y = -2\cos x$
- $y = -2\sin x$
- $y = -2\cos 2x$
- $y = -2\sin 2x$

De la gráfica es posible afirmar que: *

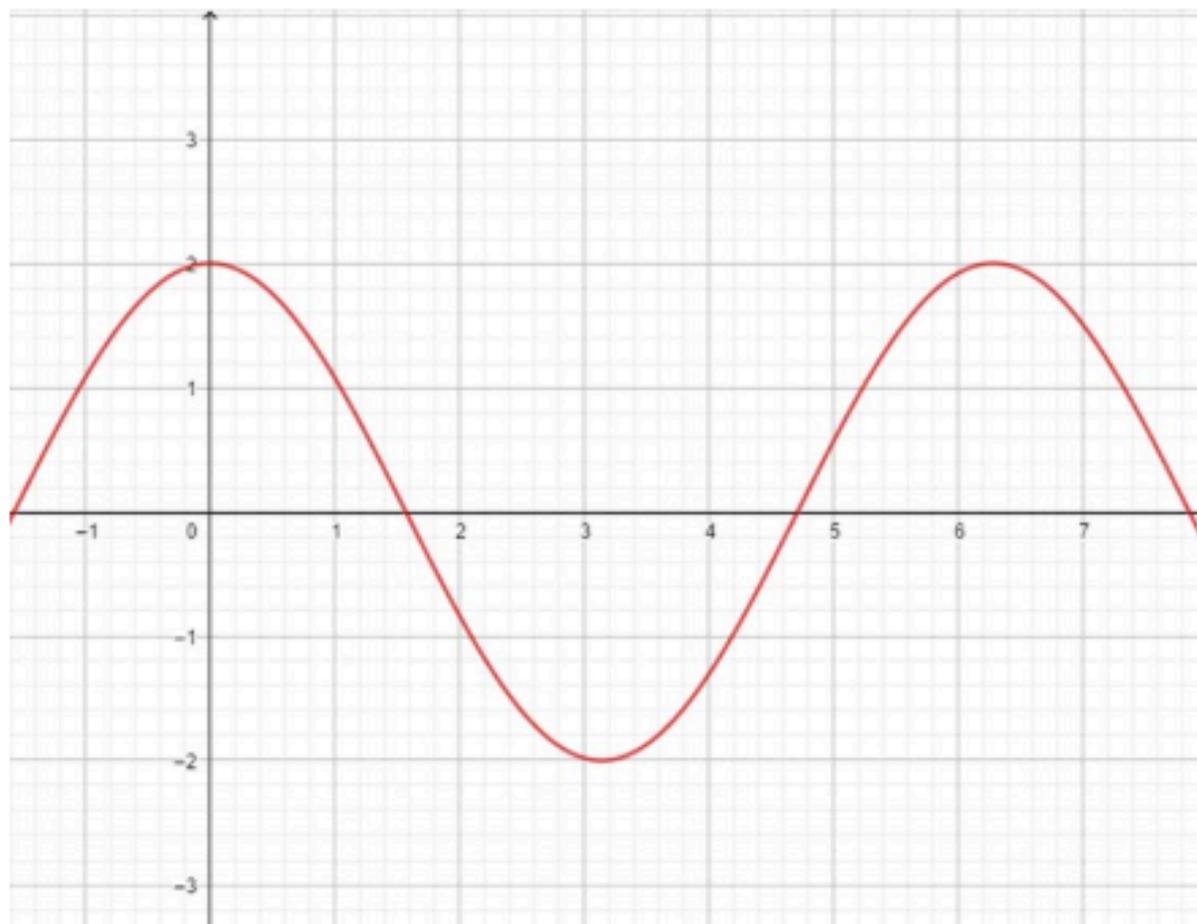
1 punto



- La amplitud es igual a 2π
- La amplitud es igual a 1
- La amplitud es igual a 4
- La amplitud es igual a π

La función que se corresponde con la gráfica es: *

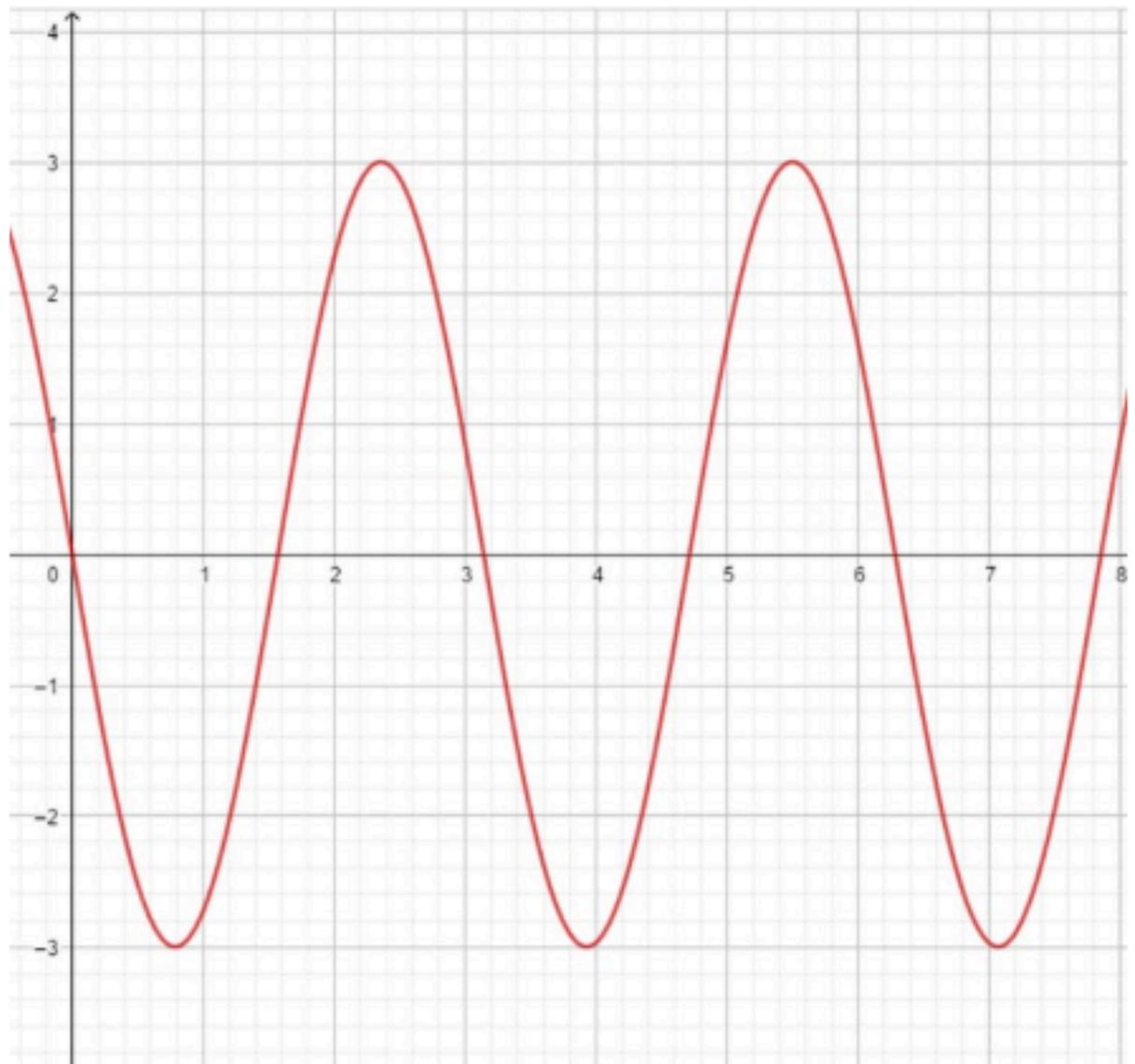
1 punto



- $y=2\text{sen}x$
- $y=\text{sen}x$
- $y=2\text{cos}x$
- $y=\text{cos}x$

La función que se corresponde con la gráfica es: *

1 punto



- $y = -3\cos 2x$
- $y = -3\text{sen} 2x$
- $y = -3\cos x$
- $y = -3\text{sen} x$