

INSTITUTO TECNOLOGICO
SUPERIOR DE SAN MARTIN
TEXMELUCAN

NOMBRE DEL ALUMNO (A):

LOURDES QUIROZ HERNANDEZ

NOMBRE DE LA PROFESORA:

YESENIA PEREZ REYEZ

NOMBRE DE LA MATERIA:

TEORIA DE LA COMPUTACION

NOMBRE DEL TEMA:

UNIDAD 4

GRADO: 4^{TO} "B"

UNIDAD 4

Maquina de Turing

La Maquina de Turing (MT) es el modelo de autómata con máxima capacidad computacional: la unidad de control puede desplazarse a izquierda o derecha y sobre escribir símbolos en la cinta de entrada.

Una Maquina de Turing (MT), $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, T, B, \delta)$

Donde:

1. Q es un conjunto finito de estados.
2. Σ es el alfabeto de entrada.
3. Γ es el alfabeto de la cinta, que incluye a Σ , $\Sigma \subseteq \Gamma$
4. $q_0 \in Q$ es el estado inicial.
5. $B \in \Gamma$ es el símbolo blanco (el símbolo B no puede hacer parte de Σ) aparece en todas las casillas excepto en aquellas que contienen los símbolos de entrada.
6. $T \subseteq Q$ conjunto de estados finales.

7. δ es la función de transición tal que: $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L,D\}$

$\delta(q, X) = (p, Y, \{L,D\})$

δ es una función parcial, es decir, No puede estar definida en algunos elementos del dominio.

CONSTRUCCIÓN MODULAR DE MÁQUINAS DE TURING

Mediante esta técnica se puedan desarrollarse maquinas de Turing complejas a partir de bloques de elementales a partir de maquinas mas pequeñas mediante diagramas de transiciones.

La construcción de maquinas de Turing se lleva a cabo mediante los diagramas de transición y combinarlos de manera parecida a lo que se realiza en la formación de la unión y concatenación de los autómatas finitos.

- Construcción de máquinas de Turing complejas a partir de bloques elementales.

- Transferencia de control entre máquinas: $\rightarrow M1 \rightarrow M2$

. - Transferencia de control con varios símbolos:

→M1 → }→ M2→ M3

. Bloques de construcción básicos.

.

.

.

.

. R

.L

X

Pasos para la construcción de una máquina de Turing

- 1.-Elimine las características de inicio de los estados iniciales de las maquinas, excepto la de aquel donde iniciara la maquina compuesta.
- 2.-Elimine las características de detención de los estados de parada de todas la maquinas e introduzca un nuevo estado de parada que nos se encuentre en ninguno de los diagramas que se combinan.
- 3.-Para cada uno de los antiguos estados de parada p y cada x en y .

LENGUAJE ACEPTADO POR UNA MT

Una cadena de entrada w es aceptada por una MT M si el computo que se indica la

configuración inicial q_0w termina en una configuración instantánea w_1pw_2 , p es un estado de aceptación, en la cual M se detiene completamente. El lenguaje $L(M)$ aceptado por una MT M se define como:

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* : q_0w \xrightarrow{*} w_1pw_2, p \in T\}$$

M se para en w_1pw_2 Si la cadena de entrada en una maquina M pertenece a $L(M)$, la maquina M siempre se detiene.

Una máquina de Turing se puede comportar como un aceptador de un lenguaje. Si colocamos una cadena w en la cinta, situamos la cabeza de lectura/escritura sobre el símbolo del extremo izquierdo de la cadena w y ponemos en marcha la máquina a partir de su estado inicial. Entonces w es aceptada si, después de una secuencia de movimientos, la máquina de Turing llega a un estado final y *para*. Por tanto w es aceptada. Si $qw \xrightarrow{*} w_1pw_2$ para algún estado final p y unas cadenas w_1 y w_2 .

Entonces, se obtiene la siguiente definición:

Sea $M = (Q, S, G, q_0=q_1, B, F, d)$ una máquina de Turing. Entonces el lenguaje aceptado por M es: $L(M) = \{w \in S^* : q_1w \xrightarrow{*} w_1pw_2 \text{ para } p \in F \text{ y } w_i \in G^*\}$.

VARIANTES DE UNA MÁQUINA DE TURING.

Hay otras definiciones de las máquinas de Turing que son equivalentes. Algunos de esos modelos alternativos son mucho más complicados aunque todos tienen la misma potencia computacional (o de cálculo). Muchas de ellas dotan de mayor flexibilidad al

diseño de una máquina de Turing que resuelva un problema en particular.

Máquina de Turing con Directiva de Permanecer

Recuérdese que la máquina de Turing sencilla sitúa la cabeza de lectura/escritura sobre el primer B que haya a la izquierda de la posición actual. Para hacerlo, busca fuera de la celda actual y retrocede. Esto es debido a la definición original que requiere que por cada transición se mueva la cabeza de la cinta.

La función de transición estaba definida como: $d: Q \times G \rightarrow Q \times G \times \{R, L\}$

y puede ser modificada como: $d: Q \times G \rightarrow Q \times G \times \{R, L, S\}$ donde S significa "permanecer", es decir no mover la cabeza de lectura/escritura.

Por tanto $d(q, s)=(p, s', S)$ significa que se pasa del estado q al p, se escribe s' en la celda actual y la cabeza se queda sobre la celda actual.

Máquina de Turing Multipista

Es aquella mediante la cual cada celda de la cinta se divide en subceldas. Cada subcelda es capaz de contener símbolos de la cinta. La cinta tiene cada celda subdividida en tres subceldas. Se dice que esta cinta tiene múltiples pistas. Puesto que cada celda de esta máquina de Turing contiene múltiples caracteres, el contenido de las celdas de la cinta puede ser representado mediante n-tuplas ordenadas. En el ejemplo anterior, las celdas de la cinta contienen (B, a, a), (b, a, a) y (b, b, B). Por tanto, los movimientos que realice esta máquina dependerán de su estado actual y de la n-tupla que represente el contenido de la celda actual.

Una máquina de Turing multipista no tiene más potencia que la máquina de Turing original. Sin embargo, hace que sea más fácil la construcción de máquinas de Turing que resuelvan ciertos problemas.

$d: Q \times G^n \rightarrow Q \times (G \cup \{L, R\})^n$

Máquina de Turing de Cinta infinita en una Dirección

Máquina de Turing que usa una cinta que se extiende infinitamente en una única dirección. Generalmente, se tiene una cinta que se extiende infinitamente hacia la derecha. No está permitido realizar ningún movimiento hacia la izquierda a partir de la celda del extremo izquierdo.

Desde luego, cualquier máquina de Turing de esta forma puede ser simulada por

una de las que responden a la definición original. Para cada computación, simplemente se marca una de las celdas de la cinta infinita por los dos lados, como la celda que se encuentra en el límite izquierdo.

Máquina de Turing en Dos Direcciones

Una máquina de Turing con una cinta infinita en un sentido puede simular una máquina de Turing con la cinta infinita en los dos sentidos pero con dos pistas. Sea M una máquina de Turing con una cinta infinita en los dos sentidos.

La máquina de Turing M' , que tiene una cinta infinita en un sentido, puede simular a M si tiene una cinta con dos pistas. La cinta superior contiene la información correspondiente a la parte derecha de la cinta M , a partir de un punto de referencia dado. La pista inferior contiene la parte izquierda de la cinta M (en orden inverso).

La máquina de Turing multicinta tiene varias cintas, cada una de las cuales tiene su propia cabeza de lectura/escritura. Las cabezas de lectura/escritura se controlan independientemente (es decir, al mismo tiempo, no tienen que moverse en la misma dirección, ni realizar el mismo número de movimientos, ni incluso, hacer nada a la vez).

- Cambia de estado dependiendo del estado actual y del contenido de las celdas de todas las cintas, que están analizando actualmente las cabezas de lectura/escritura.
- Escriben un nuevo símbolo en cada una de las celdas barridas por sus cabezas de lectura/escritura.
- Mueve cada una de sus cabezas hacia la izquierda o hacia la derecha (de forma independiente al resto de las cabezas).
- Por tanto, la función de transición para una máquina de Turing con n cintas, es de la forma $d: Q \times G^n \rightarrow Q \times G^n \times \{R, L\}^n$ donde una transición de la forma $d(q, (s_1, s_2, \dots, s_n)) = (p, (t_1, t_2, \dots, t_n), (X_1, X_2, \dots, X_n))$ significa que cambia del estado q a p , reemplaza s_i por t_i en la cinta i y mueve la cabeza de la cinta i en la dirección X_i .

Máquina de Turing Multidimensional.

La máquina de Turing multidimensional es aquella que permite que la cinta tenga muchas dimensiones. Por ejemplo, una cinta de dos dimensiones que se extiende hacia abajo y hacia arriba, al igual que hacia la derecha y hacia la izquierda. Dependiendo del estado actual de la máquina de Turing y del símbolo analizado, cambia de estado, escribe un símbolo en la celda actual y se mueve a la izquierda, al

derecha, hacia arriba o hacia abajo. Por tanto, la función de transición para esta máquina de Turing será de la forma:

$$d: Q \times G \rightarrow Q \times G \times \{R, L, U, D\}$$

Una máquina de Turing multidimensional simula una máquina de Turing estándar. Simplemente realizando todas sus computaciones en una única dimensión. Una máquina de Turing estándar también puede simular una máquina de Turing multidimensional y, por tanto, la complejidad y la flexibilidad adicional que se debe a la múltiple dimensión, no es una capacidad real.

Para simular una máquina de Turing de dos dimensiones mediante una máquina de Turing estándar, primero se asociara una dirección a todas las celdas de la cinta. Una forma de hacerlo es fijar, de forma arbitraria, un lugar en la cinta a partir del cual se asignarán las coordenadas a las celdas de la misma forma que se realiza en un plano de coordenadas.

Máquina de Turing No determinista.

La máquina de Turing No determinista es aquella que para un estado actual y el símbolo actual de la cinta, puede haber un número finito de movimientos a elegir. Por lo tanto, la regla de transición d de dicha máquina, satisface

$$d(q, s) \subseteq Q \times G \times \{R, L\}$$

Por ejemplo, si la máquina de Turing tiene una transición

$$d(q_1, a) = \{(q_1, b, R), (q_2, a, L)\}$$
 entonces los movimientos

$abbq_1ab$ $abbbq_1b$ y $abbq_1ab$ abq_2bab son posibles.

Ya que cualquier máquina de Turing determinista es también no determinista, es lógico que una máquina de Turing determinista se puede simular mediante una no determinista. También una máquina de Turing determinista puede simular una no determinista. Por tanto, no se gana ninguna potencia adicional a causa del no determinismo.

PROBLEMAS DE HILBERT.

Los problemas de Hilbert son una lista de 23 problemas matemáticos compilados por el matemático alemán David Hilbert para la conferencia en París del Congreso Internacional de Matemáticos de 1900. Los problemas estaban todos por resolver en

aquel momento, y varios resultaron ser muy influyentes en la matemática del siglo XX. Hilbert presentó diez de los problemas (1, 2, 6, 7, 8, 13, 16, 19, 21 y 22) en la conferencia, en un acto el 8 de agosto en La Sorbona.

Hilbert tenía un pequeño grupo de pares: Adolf Hurwitz y Hermann Minkowski eran ambos amigos cercanos e iguales intelectuales. Hay un guiño a la geometría de números de Minkowski en el problema 18, y a su trabajo en las formas cuadráticas en el problema 11. Hurwitz fue el gran desarrollador de la teoría de la superficie de Riemann. Hilbert usó la analogía del cuerpo de funciones, una guía a la teoría algebraica de números mediante el uso de análogos geométricos, para desarrollar la teoría del cuerpo de clases dentro de su propia investigación, y esto queda reflejado en el problema 9, hasta cierto punto en el problema 12, y en los problemas 21 y 22. Por otro lado, el único rival de Hilbert en 1900 era Henri Poincaré, y la segunda parte del problema 16 es una cuestión de sistemas dinámicos al estilo de Poincaré.

Los veintitrés problemas de Hilbert son:

1er La hipótesis del continuo (esto es, no existe conjunto cuyo tamaño esté estrictamente entre el de los enteros y el de los números reales) Se ha probado la imposibilidad de probarlo como cierto o falso mediante los axiomas de Zermelo-Fraenkel. No hay consenso al respecto de considerar esto como solución al problema.

2º Probar que los axiomas de la aritmética son consistentes (esto es, que la aritmética es un sistema formal que no supone una contradicción). Parcialmente resuelto: hay quienes sostienen que se ha demostrado imposible de establecer en un sistema consistente, finitista y axiomático 2 Sin embargo, Gentzen probó en 1936 que la consistencia de la aritmética se deriva del buen fundamento del ordinal ϵ_0 , un hecho sujeto a la intuición combinatoria.

3er ¿Se puede probar que dos tetraedros tienen igual volumen (bajo ciertas asunciones)? Resuelto. Resultado: no, probado usando invariantes de Dehn.

4º Construir todas las métricas cuyas rectas sean geodésicas. Demasiado vago para decidir si se ha resuelto o no.

5º ¿Son los grupos continuos grupos diferenciales de forma automática? Resuelto por Andrew Gleason

6º Axiomatizar toda la física Sin resolver. No matemático

7° ¿Es a/b trascendental, siendo $a \neq 0,1$ algebraico y b irracional algebraico? Resuelto. Resultado: sí, ilustrado por el teorema de Gelfond o el teorema de Gelfond-Schneider

8° La hipótesis de Riemann (la parte real de cualquier cero no trivial de la función zeta de Riemann es $1/2$) y la conjetura de Goldbach (cada número par mayor que 2 se puede escribir como la suma de dos números primos). Abierto

9° Encontrar la ley más general del teorema de reciprocidad en cualquier cuerpo numérico algebraico Parcialmente resuelto

10° Encontrar un algoritmo que determine si una ecuación diofántica polinómica dada con coeficientes enteros tiene solución entera. Resuelto. Resultado: no, el teorema de Matiyasevich implica que no existe tal algoritmo.

11° Resolver las formas cuadráticas con coeficientes numéricos algebraicos. Parcialmente resuelto

12° Extender el teorema de Kronecker sobre extensiones abelianas de los números racionales a cualquier cuerpo numérico de base. Abierto

13° Resolver todas las ecuaciones de 7° grado usando funciones de dos parámetros. Resuelto. Lo probó posible Vladimir Arnold.

14° Probar la finitud de ciertos sistemas completos de funciones. Resuelto. Resultado: no, en general, debido a un contraejemplo

15° Fundamento riguroso del cálculo enumerativo de Schubert. Parcialmente resuelto

16° Topología de las curvas y superficies algebraicas. Abierto

17° Expresión de una función definida racional como cociente de sumas de cuadrados Resuelto. Resultado: se estableció un límite superior para el número de términos cuadrados necesarios

18° ¿Existe un poliedro irregular y que construya otros poliedros? ¿Cual es el apilamiento compacto más denso? Resuelto.

19° ¿Son siempre analíticas las soluciones de los Lagrangianos? Resuelto. Resultado: sí

20° ¿Tienen solución todos los problemas variacionales con ciertas condiciones de contorno? Resuelto. Ha supuesto un área importante de investigación durante el siglo

XX, culminando con las soluciones al caso no lineal.

21er Probar la existencia de ecuaciones lineales diferenciales que tengan un grupo monodrómico prescrito Resuelto. Resultado: sí o no, dependiendo de una formulación más exacta del problema

22º Uniformización de las relaciones analíticas por medio de funciones automórficas Resuelto

23er Extensión de los métodos del cálculo de variaciones Resuelto