

التمرين الأول (06 ن) :

(1) أ - حل في مجموعة الأعداد الصحيحة Z^2 المعادلة: $2020x - 2424y = 1212$

ب - استنتج الأعداد الصحيحة λ التي تحقق : $1[6] \equiv -$ و $4[5] \equiv -$

(2) العددان الطبيعيان a و b حيث $a = \overline{1\alpha 0\alpha 00}^3$ في النظام ذي الأساس 3 و $b = \overline{\alpha\beta 0\alpha}^5$ في النظام ذي الأساس 5 .
عين α و β حتى تكون الثنائية $(a ; b)$ حلا للمعادلة (1) ثم أكتب العددين a و b في النظام العشري .

(3) أ - أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على العدد 5 .
ب - عين باقي قسمة العدد A على 5 حيث : $A = 1441^{2019} + 49^{2n} + 5n - 2022$
ج - نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = \frac{1}{\ln 2} [\ln 4 + \ln 4^2 + \dots + \ln 4^n]$
أحسب S_n بدلالة n ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n + 4n^2 + 7^{4n} \equiv 0[5]$

التمرين الثاني (08 ن) :

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(I) الدالة f_1 المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي: $f_1(x) = 2x - 2 + \ln(x^2 + 1)$ و (C_{f_1}) المنحنى الممثل للدالة f_1

1- احسب $f_1(0)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x)$

2- ادرس تغيرات الدالة f_1 و شكل جدول تغيراتها

3- احسب $f_1(0.7), f_1(0.8)$ فسر النتيجة ببيانها.

4- بين أن المنحنى (C_{f_1}) يقبل نقطي انعطاف يطلب تعيين إحداثياتهما. أنشئ (C_{f_1})

5- باعتبارات هندسية أنشئ (C_g) المنحنى الممثل للدالة g حيث : $g(x) = 2|x| - 2 + \ln(x^2 + 1)$

(II) الدالة f_n المعرفة على المجال $[0; +\infty[$: $f_n(x) = 2x - 2 + \frac{\ln(x^2 + 1)}{n}$ (n عدد طبيعي غير معدوم)

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$. بين أن الدالة f_n متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$

ب) برهن أن المعادلة $f_n(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α_n في المجال $[0; +\infty[$ ثم تحقق من أن $\alpha_n = 1 - \frac{\ln(\alpha_n^2 + 1)}{2n}$, $0 < \alpha_n < 1$

التمرين الثالث (06 ن) :

(I) الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $g(0) = 0$ و $g(x) = x^2 e^{-\frac{1}{x^2}}$

و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) أدرس استمرارية وقابلية اشتقاق الدالة g عند 0 فسر النتيجة هندسيا .

2) أدرس تغيرات الدالة g .

(II) الدالة h المعرفة من أجل كل x من $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = x^2 - 1$ و (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم .

1) احسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x) - h(x)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $e^x \geq x + 1$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_g) و (C_h)

