

Számelmélet 2.

- 1) Lehet-e négyzetszám a következő két szám? (Indokolj!!) 234523452345234523
 $100^{10}+8$?
- 2) Milyen számjegyre végződik a 2^{5999} ?
- 3) Lehet-e a $2022^{2020} + 7$ egy egész szám négyzete?
- 4) Lehet-e $A+B$ négyzetszám ? $A=10^{2012}+2$ $B=10^{500}+13$
- 5) Legyen az A halmaz a 30-nál kisebb prímszámok halmaza. Mekkora A elemszáma? Hány részhalmaza van A -nak?
- 6) Miért nem négyzetszám a $100!+50!+10!$?
- 7) Kati színes üveggolyókat gyűjt. Egyszer csoportosítani kezdte őket, és azt tapasztalta, ha ötösével csoportosítja, akkor 4 marad meg, ha hatosával csoportosítja, akkor 5 marad meg, ha nyolcasával csoportosítja, akkor 7 marad, ha tucatokat képez (1 tucat = 12 db), akkor 11 marad meg. Hány üveggolyója van Katinak, ha tudjuk, hogy számuk 200-nál kevesebb?
- 8) Ha az n pozitív egész szám 7-tel osztva 5 maradékot ad, és az m pozitív egész szám 7-tel osztva 3 maradékot ad, akkor az nm szorzat 7-tel osztva mennyi maradékot ad?
- 9) Hány olyan legfeljebb háromjegyű pozitív egész van, amely nem osztható sem 2-vel, sem 3-mal, sem 5-tel?
- 10) Hány olyan négyjegyű pozitív egész szám van, amely osztható a négy legkisebb prímszámmal (pozitív egész) és a négy legkisebb pozitív egész összetett számmal is?
- 11) Hány (pozitív) osztója van az 1680-nak?
- 12) Hány olyan 1000-nél kisebb pozitív egész szám van, amelynek páratlan sok osztója van?
- 13) Egy háromjegyű szám középső jegyét töröljük. Mi lehet a háromjegyű szám, ha tudjuk, hogy az így kapott kétjegyű szám 9-ed része az eredeti számnak?
- 14) Bizonyítsd be, hogy $n(n^2-4)(n^2-1)$ mindig osztható 120-szal, ha n 2-nél nagyobb természetes szám!
- 15) Melyek azok az n természetes számok, amelyekre az $\frac{n+5}{n-3}$ tört egész szám?
- 16) Melyek azok az n egész számok, amelyekre az $\frac{n^2+2}{n+1}$ tört egész szám?
- 17) Az 10023_4 szám milyen alapú számrendszerben írható 413_x alakban?
(másodfokú egyenletre vezet)
- 18) Melyik számrendszerben igaz?

(a)

(b)

(c)

$12_x + 13_x = 30_x$
 $17_x + 38_x = 54_x$
 $100_x - 1_x = 11_x$
- 19) Oldd meg az $ab+a+b=6$ egyenletet az egész számok körében!
- 20) Bizonyítsd be, hogy $\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\dots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{n+1}{2n}$. (ha $n>2$ és pozitív egész)