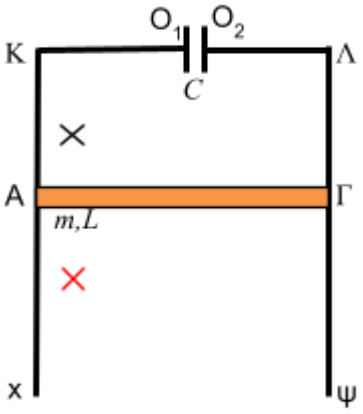
Θυμάται κανείς τον πυκνωτή;



Μια μεταλλική ράβδος ΑΓ, μήκους L και μάζας m, χωρίς αντίσταση, ολισθαίνει χωρίς τριβές, παραμένοντας οριζόντια, σε επαφή με δύο κατακόρυφους μεταλλικούς ευθύγραμμους αγωγούς Κxκαι Λψ. Στα άκρα Κ και Λ των αγωγών συνδέουμε πυκνωτή χωρητικότητας C, ενώ σε όλο το χώρο υπάρχει οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο με μέτρο έντασης B, όπως στο σχήμα.Θεωρούμε ότι οι κατακόρυφοι αγωγοί δεν εμφανίζουν αντίσταση και δίνεται το g.

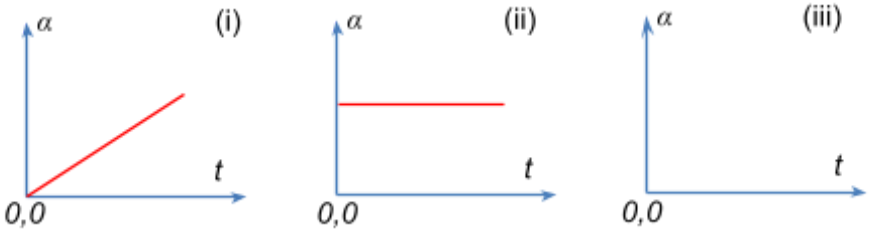
Αφήνουμε ελεύθερη τη ράβδο, τη χρονική στιγμή $t = 0$.

Α) Ο πυκνωτής φορτίζεται έτσι ώστε να υπάρχει πλεόνασμα ηλεκτρονίων

i) στον οπλισμό O_1 ii) στον οπλισμό O_2

Βρείτε και δικαιολογείστε τη σωστή απάντηση.

Β) Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης της ράβδου σε συνάρτηση με το χρόνο, είναι:



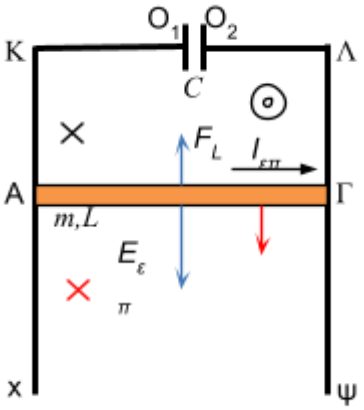
Βρείτε και δικαιολογείστε τη σωστή απάντηση.

Γ) Το ηλεκτρικό φορτίο, του πυκνωτή μέχρι μια χρονική στιγμή t_1, είναι

i) $q = \dfrac{mgCBL}{m - CB^2L^2}t_1$ ii) $q = \dfrac{mgCBL}{m + CB^2L^2}t_1$ iii) $q = \dfrac{mgCBL}{2m + CB^2L^2}t_1$

Βρείτε και δικαιολογείστε τη σωστή απάντηση.

Απάντηση



Α) Όταν η ράβδος αφεθεί ελεύθερη, επιταχύνεται λόγω βαρύτητας, αλλά η κίνησή της έχει σαν αποτέλεσμα την αύξηση του εμβαδού της επιφάνειας του βρόχου ΑΓΛΚΑ, που σημαίνει αύξηση της διερχόμενης από αυτόν μαγνητικής ροής.

Σε μια τυχαία θέση της ράβδου, όταν έχει αποκτήσει στιγμιαία ταχύτητα μέτρου $υ$, στο βρόχο (και ειδικότερα στη ράβδο ΑΓ), αναπτύσσεται ΗΕΔ επαγωγής όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τότε όμως δημιουργείται επαγωγικό ρεύμα, που σύμφωνα με τον κανόνα Lenz, το μαγνητικό του πεδίο $\vec{B}_{επ}$ τείνει να

εμποδίσει την αύξηση της μαγνητικής ροής άρα είναι αντίρροπο από το $\vec{B}$. Ο κανόνας του δεξιού χεριού, μας δίνει ότι το ρεύμα στο βρόχο είναι αριστερόστροφο. Εναλλακτικά, μπορούμε να δικαιολογήσουμε τη φορά του επαγωγικού ρεύματος, παρατηρώντας ότι ο αγωγός δέχεται δύναμη Laplaceαπό το μαγνητικό πεδίο, που σύμφωνα με τον κανόνα Lenz, πρέπει να εμποδίζει την πτώση του, άρα το ρεύμα πρέπει να είναι αριστερόστροφο. Η συμβατική φορά εκφράζει μετακίνηση θετικού φορτίου, προς τον οπλισμό O_2, άρα στον οπλισμό O_1 θα αναπτυχθεί αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο.

Σωστή απάντηση → (i)

Β) Θεωρώντας την κάθετη στο επίπεδο των αγωγών, να έχει φορά προς τα μέσα, ίδια με την ένταση του μαγνητικού πεδίου, θα έχουμε για την ΗΕΔ που αναπτύσσεται στον αγωγό:

$$|E_{\varepsilon\pi}| = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{BdA}{dt} = \frac{BLdy}{dt} = BL\upsilon$$

Ο πυκνωτής είναι το μόνο στοιχείο που συνδέεται στο κύκλωμα, άρα η τάση στους οπλισμούς του είναι $|V_C| = |E_{\varepsilon\pi}|$

Το κύκλωμα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα, που φορτίζει τον πυκνωτή, άρα

$$|I_{\varepsilon\pi}| = \left|\frac{dq_C}{dt}\right| = \frac{d(C\cdot|V_C|)}{dt} = C\cdot\frac{d|V_C|}{dt} = C\cdot\frac{d|E_{\varepsilon\pi}|}{dt} = C\cdot\frac{d(BL\upsilon)}{dt} = CBL.\frac{d\upsilon}{dt} = CBL.|a| \quad (1)$$

Η δύναμη Laplace θα έχει μέτρο $|F_L| = B|I_{\varepsilon\pi}|L \xrightarrow{(1)} |F_L| = CB^2L^2|a| \quad (2)$

Η ταχύτητα αυξάνεται, επομένως $\alpha > 0 \Leftrightarrow |\alpha| = \alpha$

Ο 2ος Νόμος Newton δίνει

$$\Sigma\vec{F} = m.\vec{a} \Leftrightarrow W - |F_L| = m\cdot a \xrightarrow{(2)} mg - CB^2L^2|a| = m\cdot a$$

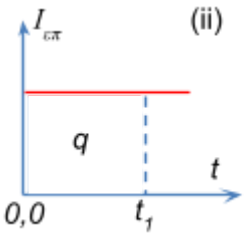
$$\Leftrightarrow (m + CB^2L^2)\cdot a = mg \Leftrightarrow \alpha = \frac{mg}{m + CB^2L^2} \quad (3)$$

Η τελευταία σχέση μας δείχνει ότι η επιτάχυνση είναι χρονικά σταθερή.

Σωστή απάντηση → (ii)

Γ) Κάνουμε τη γραφική παράσταση $|I_{\varepsilon\pi}| \to t$

Το εμβαδόν του ορθογωνίου από *0* ως t_1 μας δίνει το ηλεκτρικό φορτίο που διακινήθηκε στο κύκλωμα και φόρτισε τον πυκνωτή.



$$q = CBL|a|\cdot t_1 \xrightarrow{(3)} q = \frac{mgCBL}{m + CB^2L^2}\cdot t_1$$

Σωστή απάντηση → (ii)

Σχόλια

α) Αν αντί για πυκνωτή είχαμε συνδέσει αντιστάτη, η επιτάχυνση θα μειωνόταν χρονικά και ο αγωγός θα μπορούσε να αποκτήσει κάποια στιγμή οριακή ταχύτητα.

β) Ο πυκνωτής εδώ αυξάνει συνεχώς το φορτίο του, αλλά μην ξεχνάμε ότι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ανάμεσα στους οπλισμούς του δε μπορεί να ξεπεράσει τη διηλεκτρική αντοχή του μονωτικού υλικού, που υπάρχει ανάμεσά τους. Αν για παράδειγμα έχουμε αέρα, αυτή είναι $E = 3 \cdot 10^6 V/m$. Αν ξεπεραστεί, συμβαίνει διάτρηση του διηλεκτρικού υλικού, ξεσπάει σπινθήρας και ο πυκνωτής εκφορτίζεται.

Ανδρέας Ριζόπουλος