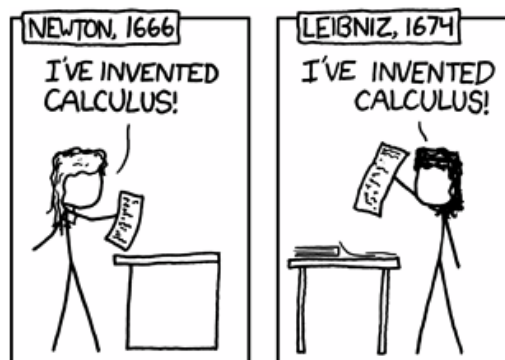


Κωνσταντίνε συμφωνώ με τον Γιάννη και να εισφέρω κάποια στοιχεία για το θέμα.

Η έννοια του χρόνου προκύπτει από την ανάκλαση στην ανθρώπινη συνείδηση των διαδικασιών που συμβαίνουν γύρω του και που έχουν τα εξής χαρακτηριστικά: διάρκεια, ορισμένη διάταξη εμφάνισης, και εξέλιξη κατά βήματα και φάσεις.

Τα αρχαία ελληνικά μαθηματικά δεν είχαν να πουν πολλά για την κίνηση και την μεταβολή.

Δύο χιλιάδες χρόνια μετά τον Ζήνωνα (ας θυμηθούμε το παράδοξο του Αχιλλέα και της χελώνας), οι θεμελιωτές του διαφορικού λογισμού έλυσαν το αίνιγμα της στιγμιαίας ταχύτητας. Η διαισθητική λύση τους ήταν να ορίσουν την στιγμιαία ταχύτητα ως ένα όριο – συγκεκριμένα, το όριο των μέσων ταχυτήτων που προκύπτουν σε συνεχώς μικρότερα χρονικά διαστήματα.



Ο απειροστικός λογισμός θα μπορούσε να περιγραφεί ως ένα σύνολο πολύ έξυπνων τεχνασμάτων που μας επιτρέπουν να αντιπαρερχόμαστε το άπειρο και το απείρως μικρό. Ο διαφορικός και απειροστικός λογισμός επικεντρώνεται, σε μεγάλο βαθμό, στους στιγμιαίους ρυθμούς μεταβολής.

$$\overline{u} = \lim_{(\Delta t \rightarrow 0)} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Στο παλιό πια σχολικό,

Νίκος Δαπόντες, Αντρέας Κασσέτας, Σταμάτης Μουρίκης, Μανώλης Σκιαθίτης.

« Φυσική Α τάξη ΕΠΛ, ΓΕΛ, ΤΕΛ», ΟΕΔΒ,, 1997

Βρίσκουμε νομίζω μια πολύ καλή προσπάθεια «μετάφρασης» της προηγούμενης στο πινακάκι όπου φαίνεται ότι μειώνοντας το Δt ο λόγος $\Delta x / \Delta t$ τένει σε μια συγκεκριμένη τιμή.

Ας είναι ένα υλικό σημείο σε ευθύγραμμη τροχιά. Παίρνουμε ως (χωρικό) σύστημα αναφοράς έναν άξονα $x'Ox$, που να συμπίπτει με την τροχιά. Θεωρούμε και μια ορισμένη χρονική στιγμή σαν αρχή των χρόνων. Έχουμε, έτσι, ένα πλήρες χωρο-χρονικό σύστημα αναφοράς για τη μελέτη της κίνησης. Έστω ότι το κινητό τη χρονική στιγμή t_1 βρίσκεται στη θέση $M_1(x_1)$ και τη στιγμή t_2 στη θέση $M_2(x_2)$. Η μέση ταχύτητά του ορίζεται ως το πηλίκο της μετατόπισης προς την αντίστοιχη χρονική διάρκεια. Είναι μέγεθος διανυσματικό και έχει την κατεύθυνση της μετατόπισης. Μπορούμε να γράψουμε: $\vec{u}_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Η αλγεβρική τιμή του δίνεται λοιπόν από τη σχέση:

$$u_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad \text{Το σύμβολο } u \text{ είναι το καλλιγραφικό αρχικό της λέξης } \text{«velocity»}, \text{ που σημαίνει ταχύτητα.}$$

Την εξίσωση αυτή τη συναντάμε και με τη μορφή $u_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Το πρόσθιο του πηλίκου μας φανερώνει την κατεύθυνση της μέσης ταχύτητας.

Η στιγμιαία ταχύτητα

Ένα «γιωτα-χι» ξεκίνησε από την Πάτρα το πρωί στις οκτώ και τέταρτο κι έφτασε στην Αθήνα στις έντεκα και τέταρτο, το ίδιο πρωί. Διακόσια δέκα χιλιόμετρα σε τρεις ώρες. Η μέση ταχύτητά του μπορεί εύκολα να υπολογιστεί $u_m = 70 \text{ km/h}$.

Βέβαια το ταχύμετρο του αυτοκινήτου δεν ήταν καρφωμένο στα εβδομήντα. Κάπου σταμάτησε ο οδηγός να πιει καφέ, έβλεπε απ' την Ακρόατα χρειάστηκε ν' αλλάξει λάστιχο, για ένα διάστημα πήγαινε αργά, γιατί δεν ήθελε να προσπεράσει μια νταλικά, ενώ σε άλλες διαδρομές πήγαινε πιο γρήγορα. Όλα αυτά δεν μας τα λείει η μέση ταχύτητα. Αν θέλουμε να «παρακολουθήσουμε» την κίνησή του, θα πρέπει να κάνουμε κάτι σαν αυτό που έγινε με την αβλήτρια της κολύμβησης. Να υπολογίσουμε τις μέσες ταχύτητες κάθε μισή ώρα κι ακόμα καλύτερα κάθε πέντε λεπτά. Το καλύτερο θα ήταν, βέβαια, να εφοδιάζουμε το αυτοκίνητο με ταχυγράφο, που θα κατέγραφε τις ενδείξεις του ταχύμετρου. Θα μας δόνη, δηλαδή, την ταχύ-



Ταχύμετρο και στροφόμετρο μηχανής. Το ταχύμετρο δείχνει 140 km/h.

Θα μας δόνη, δηλαδή, την ταχύ-

τητα του αυτοκινήτου **σε κάθε χρονική στιγμή**, τη στιγμιαία ταχύτητα. Ήδη από την εποχή του Γαλιλαίου το ζήτημα της στιγμιαίας ταχύτητας ήταν ένα από τα πρώτα δύσκολα προβλήματα της νεαρής τότε Κινηματικής. Ήταν σε χρήση μόνο η λογική της μέσης ταχύτητας, που δίνει, όπως έχουμε, το ρυθμό μετακίνησης σε μια χρονική διάρκεια. Το πρόβλημα ήταν το «πώς» θα μπορούσε να δημιουργηθεί ένα μέγεθος ικανό να περιγράψει το ρυθμό μετακίνησης σε μια χρονική στιγμή. Μια λύση δόθηκε μόνο κατά τα τέλη του 17ου αιώνα με την επινόηση μιας εντελώς καινούριας μαθηματικής έννοιας, που τη λέμε παράγωγο.

Τώρα θα προσπαθήσουμε να δούμε το ζήτημα της στιγμιαίας ταχύτητας θεωρώντας ένα μέρος της αυστηρότητας προς όφελος της κατανόησης.

Να υποθέσουμε ότι για μια ευθύγραμμη κίνηση υιων άξονα x έχουμε τις παρακάτω πληροφορίες. Στον πίνακα τα x_1, x_2 παριστάνουν τις συντεταγμένες του κινητού και τα t_1, t_2 τις αντίστοιχες χρονικές στιγμές, μετρημένες σε σχέση με κάποια συμφωνημένη αρχή των χρονικών μας μετρήσεων.

t_1 (σε s)	x_1 (σε m)	t_2 (σε s)	x_2 (σε m)	Δt (σε s)	Δx (σε m)	$\frac{\Delta x}{\Delta t}$ (σε m/s)
2	10	0	160	6	150	25
2	18	6	102	4	84	21
2	18	4	52	2	34	17
2	18	3	33	1	15	15
2	18	2,50	25	0,50	7	14
2	18	2,20	20,60	0,20	2,60	13,4
2	18	2,10	19,32	0,10	1,32	13,2
2	18	2,01	18,13	0,01	0,13	13,0

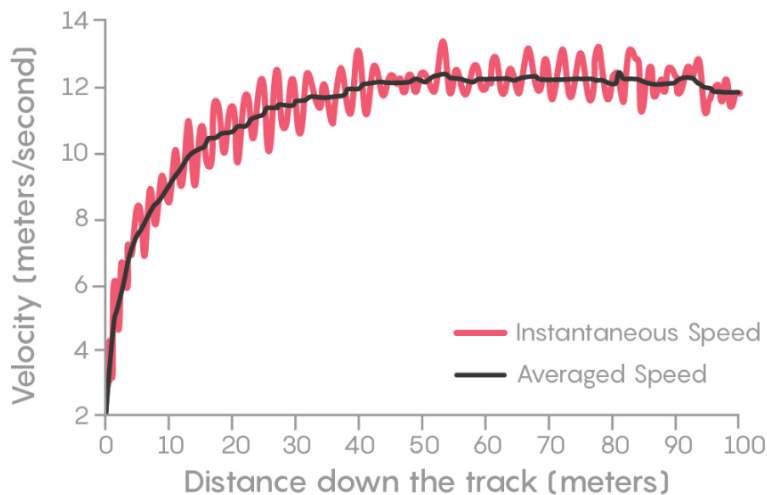
Ζητάμε να προσδιορίσουμε το ρυθμό μετατόπισης τη χρονική στιγμή $t=2s$, στο σημείο με $x=18 \text{ m}$. Υπολογίζοντας το πρώτο πηλίκο $\frac{\Delta x}{\Delta t}=25 \text{ m/s}$ έχουμε τη μέση ταχύτητα στη διάρκεια από 2s μέχρι 8s, ενώ το επόμενο πηλίκο 21 m/s μας δίνει πάλι τη μέση ταχύτητα, αυτή τη φορά μεριμνήνη σε μικρότερη χρονική διάρκεια. Κάνοντας μετρήσεις των μέσων ταχυτήτων που να αντιστοιχούν σε ολοένα πιο μικρές μετατοπίσεις και χρονικές διάρκειες, διαπιστώνουμε ότι τα πηλικά $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ αποκτούν (σε m/s) τιμές 17, 15, 14, 13,4, 13,2, 13. Καθώς, δηλαδή, η ολοένα ελαττωνόμενη χρονική διάρκεια τείνει στο μηδέν, το αντίστοιχο πηλίκο τείνει να αποκτάει μια τιμή γύρω στα 13 m/s, η οποία αναφέρεται στη στιγμή $t=2s$ και στη θέση $x=18 \text{ m}$.

Γενικότερα τώρα. Η τιμή στην οποία τείνει το πηλίκο $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ όταν η διάρκεια Δt τείνει στο μηδέν αποτελεί την (αλγεβρική) τιμή της στιγμιαίας ταχύτητας. Η **στιγμιαία ταχύτητα** αναφέρεται σε μία χρονική στιγμή της κίνησης ενός σημειακού αντικειμένου και **ορίζεται ως ρυθμός μεταβολής της θέσης κατά τη στιγμή εκείνη**. Είναι μέγεθος διανυσματικό.

Σήμερα μετριέται η στιγμιαία ταχύτητα με τον γνωστό «ύπουλο» τρόπο.



Σε αγώνα, του του Χουσέιν Μπόλτ χρησιμοποιήθηκαν υψηλής ακρίβειας **ηλεκτροβόλα λείζερ**, παρόμοια με τα ηλεκτροβόλα ραντάρ που χρησιμοποιεί η αστυνομία για τον έλεγχο ορίων ταχύτητας. Αυτά τα όργανα υψηλής τεχνολογίας επέτρεψαν στους ερευνητές **να μετρήσουν τις θέσεις των δρομέων 100 φορές ανά δευτερόλεπτο**. Όταν υπολόγισαν την στιγμιαία ταχύτητα του Bolt, βρήκαν το παρακάτω γράφημα:



Οι μικρές αυξομειώσεις στη συνολική τάση αντιπροσωπεύουν τα σκαμπανεβάσματα της ταχύτητας που αναπόφευκτα συμβαίνουν κατά τη διάρκεια των διασκελισμών. Το τρέξιμο, σε τελική ανάλυση, είναι μια σειρά από άλματα και προσγειώσεις. Η ταχύτητα του Μπόλτ μειωνόταν όταν προσγειώνε το ένα πόδι στο έδαφος και αμέσως μετά αυξανόταν όταν έδινε ώθηση και εκτινασσόταν πάλι προς τα εμπρός.

<https://physicsgg.me/2021/07/26/%ce%b1%ce%bd%ce%b1%ce%b6%ce%b7%cf%84%cf%8e%ce%bd%cf%84%ce%b1%cf%82-%cf%84%ce%b7%ce%bd-%cf%83%cf%84%ce%b9%ce%b3%ce%bc%ce%b9%ce%b1%ce%af%ce%b1-%cf%84%ce%b1%cf%87%cf%8d%cf%84%ce%b7%cf%84%ce%b1-%ce%b5/>

Ανάλογα με ποιο κινητό μελετάμε πρέπει να επιλεγεί το κατάλληλο Δt .

Περί του πιο μικρού $\Delta t \rightarrow 0$

Όλοι γνωρίζουμε ότι ο ορισμός για την στιγμιαία ταχύτητα ή όποιο άλλο στιγμιαίο μέγεθος λέει όταν το Δt ΤΕΙΝΕΙ (ΟΧΙ είναι) στο μηδέν.

nobel 2023

“for experimental methods that generate attosecond pulses of light for the study of electron dynamics in matter”

Ένα αττοδευτερόλεπτο είναι τόσο σύντομο που σε ένα δευτερόλεπτο χωράνε όσα δευτερόλεπτα έχουν περάσει από τη γέννηση του σύμπαντος.

Στις χρονικές κλίμακες του αττοδευτερολέπτου, όλα τα είδη της δομικής δυναμικής παγώνουν, εκτός από εκείνη των ηλεκτρονίων, και το πείραμα επιτρέπει συνεπώς τη μελέτη της δυναμικής των ηλεκτρονίων. Μια ακολουθία παλμών του αττοδευτερολέπτου σε υπέρθεση με έναν παλμό λέιζερ στο εγγύς υπέρυθρο femtosecond, αλληλεπιδρά με το νερό σε υγρή φάση καθώς και σε αέρια φάση.

Τα φωτοηλεκτρόνια εκπέμφθηκαν ταυτόχρονα από τα μόρια του νερού στην υγρή και

την αέρια φάση και το πείραμα έδειξε μια χρονική καθυστέρηση 50 έως 70 αττοδευτερολέπτων (as) μεταξύ των φωτοηλεκτρονίων από το υγρό νερό και εκείνων από το αέριο νερό. Το πείραμα αυτό επιτρέπει επομένως μια ποσοτική μέτρηση του γεγονότος ότι τα ηλεκτρόνια από το υγρό νερό φθάνουν στον ανιχνευτή φωτοηλεκτρονίων αργότερα από τα ηλεκτρόνια από το αέριο νερό.

Άρα με αυτό το Δt όλα τα συστατικά του πυρήνα παρουσιάζουν $\Delta x=0$ ενώ μόνο η κίνηση των ηλεκτρονίων μπορεί να διαπιστωθεί.