

PHYSIQUE
Durée : 2 heures

L'usage d'une calculatrice est autorisé pour cette épreuve

Les différentes parties I, II, III, IV et V sont indépendantes

ETUDE DE QUELQUES PROBLEMES ENERGETIQUES

LES PARTIES I A III CONSTITUENT UNE ETUDE ENERGETIQUE DE DIFFERENTS CHAMPS VECTORIELS

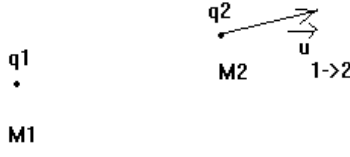
I) On considère une distribution quelconque de charges ponctuelles, certaines étant situées à l'intérieur d'une sphère Σ de centre O et de rayon R et d'autres étant situées à l'extérieur de cette sphère. On appelle Q_{int} la charge totale contenue à l'intérieur de la sphère Σ et Q_{ext} la charge totale située à l'extérieur de la sphère Σ .

I-1) Rappeler de façon précise la définition du flux du champ électrostatique à travers une surface fermée quelconque orientée vers l'extérieur. Donner une autre expression du flux du champ électrostatique à travers cette surface fermée, cette expression faisant intervenir la permittivité diélectrique du vide ϵ_0 .

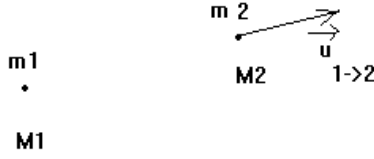
Que devient ce flux lorsque la distribution de charges contenue à l'intérieur de la sphère Σ est un dipôle électrostatique situé en O ?

I-2) Rappeler de façon précise la définition de la circulation du champ électrostatique le long d'une courbe fermée quelconque. Donner la valeur de la circulation du champ électrostatique le long d'une courbe fermée quelconque.

II) On rappelle que la force exercée par une charge ponctuelle q_1 sur une charge ponctuelle q_2 a l'expression suivante, donnée par la loi de Coulomb :

	$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{(M_1 M_2)^2} \vec{u}_{1 \rightarrow 2}$ $\vec{u}_{1 \rightarrow 2} = \frac{\overrightarrow{M_1 M_2}}{M_1 M_2}$ où :
---	---

On rappelle également que la force exercée par une masse ponctuelle m_1 sur une masse ponctuelle m_2 a l'expression suivante, donnée par la loi de Newton :

	$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -K \frac{m_1 m_2}{(M_1 M_2)^2} \vec{u}_{1 \rightarrow 2}$ $\vec{u}_{1 \rightarrow 2} = \frac{\overrightarrow{M_1 M_2}}{M_1 M_2}$ où : $K = \text{constante } (> 0)$
---	---

De même qu'on définit le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ créé en un point M par une distribution de charges par la relation : $\vec{F} = q\vec{E}(M)$, q étant une charge ponctuelle quelconque placée au point M et $\vec{F}$ étant la force électrostatique

Tournez la page SVP

subie par cette charge placée en M, de même on définit le champ gravitationnel $\vec{G}(M)$ créé en un point M par une distribution de masses par la relation : $\vec{F} = m\vec{G}(M)$, m étant une masse ponctuelle quelconque placée au point M et $\vec{F}$ étant la force gravitationnelle subie par cette masse placée en M.

On considère une distribution quelconque de masses ponctuelles contenue à l'intérieur d'une sphère Σ de centre O et de rayon R. On appelle m_{int} la masse totale contenue à l'intérieur de la sphère Σ et m_{ext} la masse totale située à l'extérieur de la sphère Σ .

II-1) Donner une expression du flux du champ gravitationnel sortant d'une surface fermée quelconque, cette expression faisant intervenir la constante de gravitation universelle K. On justifiera cette expression par une analogie avec l'électrostatique.

II-2) Donner la valeur de la circulation du champ gravitationnel le long d'une courbe fermée quelconque.

III)

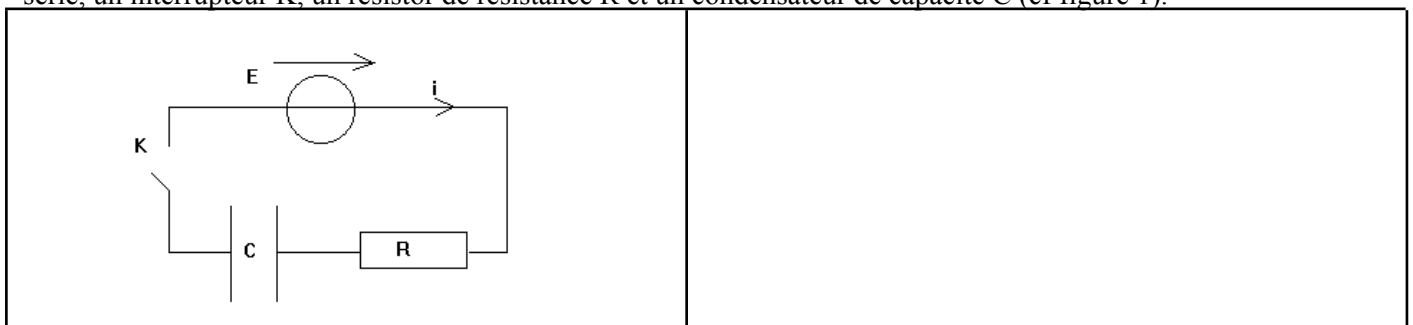
III-1) On se place dans le cas de l'électrostatique. Une charge ponctuelle q est mobile dans une région de l'espace où existe un champ électrostatique. La charge q se trouve en un point M où le champ électrostatique est $\vec{E}(M)$ et le potentiel électrostatique V(M). Définir l'énergie potentielle $W_{\text{pot}}(M)$ de la charge q. Etablir, à partir de sa définition, l'expression de cette énergie potentielle $W_{\text{pot}}(M)$ en utilisant le potentiel électrostatique V(M).

III-2) On se place dans le cas de la gravitation. Une masse ponctuelle m est mobile dans une région de l'espace où existe un champ gravitationnel. La masse m se trouve en un point M où le champ gravitationnel est $\vec{G}(M)$ et le potentiel gravitationnel (associé au champ gravitationnel) U(M). Définir l'énergie potentielle $W'_{\text{pot}}(M)$ de la masse m. Etablir l'expression de cette énergie potentielle $W'_{\text{pot}}(M)$ en utilisant le potentiel gravitationnel U(M).

III-3) On se place dans le cas d'un point matériel soumis à une force : $\vec{F} = -k'\vec{OM}$, où k' est une constante positive et O un point fixe, par exemple l'origine du référentiel dans lequel se déplace la masse m. Montrer que cette force dérive d'une énergie potentielle et établir l'expression de cette énergie potentielle en fonction de k' et $OM = \|\vec{OM}\|$. On pourra éventuellement se limiter au cas où le mouvement du point matériel considéré est unidimensionnel, c'est-à-dire se fait, par exemple, uniquement le long de l'axe Ox.

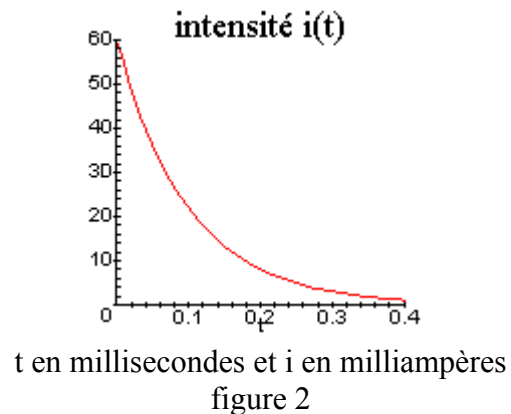
IV) ETUDE ENERGETIQUE D'UN CONDENSATEUR :

On considère un générateur idéal de tension continue, de force électromotrice E, aux bornes duquel on branche, en série, un interrupteur K, un résistor de résistance R et un condensateur de capacité C (cf figure 1).



$$E=6,0 \text{ V} ; R = 100 \, \Omega ; C = 1,0 \, \mu\text{F}$$

figure 1



A l'instant $t=0$, le condensateur est déchargé.

L'enregistrement de l'intensité du courant i circulant dans le circuit est donné sur la figure 2.

IV-1) Utiliser le graphe précédent pour déterminer numériquement, de façon approchée, l'ordre de grandeur de la charge q_{∞} du condensateur au bout d'un temps infini.

IV-2) Etablir l'équation différentielle reliant la charge $q(t)$ du condensateur à l'instant t , $\frac{dq(t)}{dt}$, E et la constante $\tau = RC$. Déterminer rigoureusement, littéralement puis numériquement, la charge q_{∞} du condensateur au bout d'un temps infini. Comparer le résultat numérique à l'ordre de grandeur obtenu à la question IV-1) et conclure.

IV-3) Exprimer en fonction de C et E l'énergie $W_{\text{cond},\infty}$ accumulée au bout d'un temps infini dans le condensateur. On justifiera précisément la réponse.

IV-4) Exprimer en fonction de C et E l'énergie $W_{\text{gén},\infty}$ fournie au bout d'un temps infini par le générateur. On justifiera précisément la réponse.

IV-5) Comparer les deux résultats précédents et conclure.

V) ETUDE THERMODYNAMIQUE D'UN CONDENSATEUR :

Un condensateur plan, à diélectrique liquide, est de forme et de dimensions invariables. Ce condensateur est enfermé dans un réservoir relié à un piston permettant de faire varier la pression P du diélectrique. On désignera par ϵ_r la permittivité diélectrique relative du diélectrique liquide, permittivité qui est uniquement fonction de la température et de la pression. La capacité d'un tel condensateur a alors pour expression : $C = C_0 \cdot \epsilon_r(P, T)$ où C_0 est la capacité du condensateur de même géométrie mais où le diélectrique est remplacé par le vide. C_0 est donc une constante caractéristique de la géométrie du condensateur. On tiendra compte, dans ce problème, des éventuelles variations du volume V du diélectrique, liées à la variation de la pression P , c'est-à-dire au déplacement du piston dans le corps de la pompe.

L'équation d'état du diélectrique, **en l'absence de champ électrique**, dans le domaine de température; de volume et de pression considéré, est : $V - V_0 = \alpha \cdot V_0 \cdot (T - T_0) - \chi_T \cdot V_0 \cdot (P - P_0)$

où : V_0 est un volume connu (> 0) ; P_0 est une pression connue (> 0)

T_0 est une température connue (> 0) ; α et χ_T sont des constantes positives

V-1) Dans toute cette question V-1), les deux armatures du condensateur sont électriquement reliées au sol, de potentiel nul ; le champ électrique est donc nul à l'intérieur du condensateur.

- a) Donner l'expression littérale du travail élémentaire $\delta W_{\text{rév}}$ reçu par le diélectrique dans une transformation élémentaire réversible.
- b) En utilisant le premier principe de la thermodynamique, obtenir une expression de la différentielle dU de l'énergie interne U du diélectrique. On notera la quantité de chaleur (ou transfert thermique) élémentaire reçu(e) par le diélectrique au cours d'une transformation réversible : $\delta Q_{\text{rév}} = c_p \cdot dT + k \cdot dP$
- c) En déduire une expression de la différentielle dH de l'enthalpie H du diélectrique.
- d) En utilisant le second principe de la thermodynamique, obtenir une expression de la différentielle dS de l'entropie S du diélectrique. Utiliser les expressions obtenues pour dH et dS pour obtenir l'expression du coefficient k en fonction de T et

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

et en déduire que : $k = -T \alpha V_0$. Tournez la page SVP. On fait subir au diélectrique une compression isotherme réversible à la température T , la pression passant de la valeur initiale P_i à la valeur finale P_f . Les données numériques sont : $\alpha = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$; $\beta T = 2,2 \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$; $T = 300 \text{ K}$; $P_i = 105 \text{ Pa}$; $P_f = 107 \text{ Pa}$; $V_0 = 10^{-4} \text{ m}^3$. e-1) Utiliser l'expression du travail élémentaire $\delta W_{\text{rév}}$ obtenue à la question V-1-a) pour calculer littéralement, puis numériquement le travail W_0 reçu par le diélectrique dans la transformation considérée. e-2) Utiliser l'expression du transfert thermique élémentaire $\delta Q_{\text{rév}}$ pour calculer littéralement, puis numériquement le transfert thermique Q_0 reçu par le diélectrique dans la transformation considérée. e-3) En déduire l'expression de la variation d'énergie interne du diélectrique dans la transformation considérée. e-4) Pour réaliser la transformation isotherme réversible étudiée dans cette question V-1-e), on a placé l'ensemble du système dans un thermostat contenant de l'eau liquide en équilibre avec de la glace. Préciser si, au cours de la transformation considérée, de la glace a fondu ou bien s'est formée et calculer littéralement, puis numériquement la masse m de glace fondue ou créée. On donne l'enthalpie (ou chaleur latente) massique de fusion de l'eau L_f à la température considérée : $L_f = 335,103 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$. V-2) Dans toute cette question V-2), une seule armature du condensateur est reliée au sol de potentiel nul). L'autre peut être portée à un potentiel U_{elec} ,

ce qui a pour effet d'amener sur cette armature une charge q . Le champ électrique est alors non nul dans le diélectrique. On définit alors l'état du diélectrique liquide par les trois variables : T , P et U_{elec} . Rappeler l'équation d'état électrique du condensateur, c'est-à-dire l'équation reliant q , U_{elec} , C_0 et la permittivité diélectrique relative $\epsilon_r(T, P)$. Le travail élémentaire $\delta W_{\text{rév}}$ reçu par le diélectrique dans une transformation réversible comprend alors, en plus du travail des forces de pression, un travail électrique $\delta W_{\text{elec}} = U_{\text{elec}} \cdot dq$ égal à l'énergie nécessaire pour faire varier la charge q de dq . Ecrire alors l'expression générale de la différentielle de la fonction d'état du diélectrique : $G_1 = U + P \cdot V - T \cdot S - q \cdot U_{\text{elec}}$ où S est l'entropie du diélectrique. Quel nom peut-on donner à G_1 ? Interpréter à partir de l'expression de dG_1 l'entropie comme une dérivée partielle de G_1 . En déduire que

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

peut se calculer à partir de C_0 , U_{elec} et INCORPORER Equation.3. On charge réversiblement le condensateur en maintenant constantes la température et la pression et en faisant varier U_{elec} de 0 à une valeur $U_{\text{elec},f}$. d-1) Utiliser le résultat de la question V-2-c) pour trouver l'expression du transfert thermique Q reçu par le diélectrique dans cette transformation. d-2) APPLICATION NUMERIQUE : Calculer numériquement Q avec les

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

données suivantes : $T = 300 \text{ K}$; $U_{\text{elec},f} = 104 \text{ V}$; $C_0 = 10^{-6} \text{ F}$; INCORPORER Equation.3. d-3) Exprimer littéralement, dans la transformation précédente, la variation de volume du diélectrique : $\Delta V = V_f - V_i$. d-4) APPLICATION NUMERIQUE : Calculer numériquement $\Delta V = V_f - V_i$ avec les données suivantes : $T = 300$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

K ; $U_{\text{elec},f} = 104 \text{ V}$; $C_0 = 10^{-6} \text{ F}$; INCORPORER Equation.3 ; INCORPORER Equation.3 ; $\beta T = 2,2 \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$. FIN DU PROBLEME