

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (5.5 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) العددية المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $u_0 = 2$ و $u_n - 2u_{n+1} = 2n + 3$

لتكن (v_n) المتتالية المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n + \alpha n - 1$ حيث α عدد طبيعي

I. عين قيمة العدد الطبيعي α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية

□ . نفرض $\alpha = 2$ في كل ما يلي :

1 أوجد عبارتي v_n و u_n بدلالة n ،

2 نضع المجموع S_n : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

3 أ. أحسب المجموع S_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

ب. عين أصغر قيمة للعدد الطبيعي n حيث : $S_n > \frac{31}{16}$

التمرين الثاني : (6 نقاط)

تنتج مؤسسة منتوجا بكمية q حيث $0 \leq q \leq 15$. الكلفة الهامشية المقدرة بـ DA للانتاج

وحدة اضافية معرفة علي المجال $[0, 15]$ بـ: $C_m(q) = 3q^2 - 36q + 750$

نعلم بالاضافة الي ما سبق ان المصاريف الثابتة تقدر بـ $200DA$.

1- عين بدلالة q عبارة $C(q)$ علي المجال $[0, 15]$. نذكر أن الدالة C هي الدالة الأصلية للدالة C_m

2- نعلم ان الدالة الكلفة المتوسطة C_M معرفة $[0, 15]$ بـ $C_M(q) = \frac{C(q)}{q}$.

1- احسب $C_M(q)$. ثم تحقق انه من اجل q من لدينا $[0, 15]$: $C_M(q) = \frac{2(q-10)(q^2+q+10)}{q^2}$.

2- ادرس اشارة $C_M(q)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة C_M علي المجال $[0, 15]$.

3- عين الكمية q التي يجب انتاجها حتي تكون الكلفة المتوسطة اصغر ما يمكن.

4- احسب في هذه الحالة الكلفة المتوسطة و الكلفة الهامشية . ماذا تلاحظ؟.

التمرين الثالث : (4.5 نقاط)

يمثل الجدول الآتي تطور إنتاج معمل الاسمنت خلال 6 سنوات من 2000 إلى 2005

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5	6
الانتهاج بالمليون y_i	5.8	6	6.5	6.8	7.2	7.6

1- مثل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ في معلم متعامد ومتجانس حيث وحدة الأطوال $2cm$

2- عين إحداثيتي النقطة المتوسطة G

3- علما أن G نقطة من (D) ، عين معادلة مختصرة للمستقيم (D)

4- من أهداف المعمل الوصول إلى إنتاج 10.3 مليون طن في سنة 2012

بين باستعمال التعديل الخطي السابق إذا كان هذا الهدف يمكن أن يتحقق؟

التمرين الرابع : (4 نقاط)

1. بين أن : $(2 - \sqrt{2})^2 = 6 - 4\sqrt{2}$

2. حل في R المعادلة $x^2 - (2 + \sqrt{2})x + 2\sqrt{2} = 0$

• استنتج : حلول المعادلة : $e^{2x+2} - (2e + \sqrt{2}e)e^x + 2\sqrt{2} = 0$

و حلول المتراجحة : $\sqrt{2}[\ln(x + 1)]^2 - (2 + 2\sqrt{2})\ln(x + 1) + 4 \geq 0$