الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — **الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات**

الشعبة: علوم تجريبية — **دورة: 2023**

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 03 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 5 كريات تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 3 ويحتوي صندوق U_2 على 4 كريات تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 (كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس).

نختار عشوائياً أحد الصندوقين ونسحب منه عشوائيا كريتين في آن واحد.

1) نعتبر الحوادث : A " سحب كريتين تحملان رقمين فرديين " ، B " سحب كريتين تحملان رقمين زوجيين "

C " سحب كريتين إحداهما تحمل رقما فرديا والآخر تحمل رقما زوجيا "

أ) انجز الشجرة التي تُنمذج هذه التجربة.

ب) بين أن $P(A) = \frac{23}{60}$ و $P(B) = \frac{1}{12}$ ثم احسب $P(C)$

2) نفرغ محتوى الصندوقين U_1 و U_2 في صندوق جديد U_3 ثم سحب منه عشوائيا كريتين في آن واحد.

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين جُداء الرقمين المسجلين عليهما.

أ) برر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي $\{1 ; 2 ; 3; 4; 6\}$

ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات الأتية :

1) حل المعادلة التفاضلية $y' = 2y + 6$ الذي يحقق $y(ln2) = 25$ هو الدالة h المعرفة على R ب $h(x) = 7e^{2x} - 3$

2) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[x - \ln ln\left(e^x - 1\right)\right] = +\infty$

3) القيمة المتوسطة للدالة $x \to x(x^2 + 1)^2$ على المجال $[0 ; 2]$ هي 31

4) (v_n) المتتالية المعرفة على N بـ $v_n = \int_n^{n+1} e^{-x+3}dx$

من اجل كل عدد طبيعي n : $v_0 + v_1 + \ldots + v_n = e^3 - e^{-n+2}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرفة بـ : $u_0 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = -1 + \frac{2}{2-u_n}$

1) أ) برهن بالتراجع أنه : من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n \leq \frac{1}{2}$

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما .

2) نضع : من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$

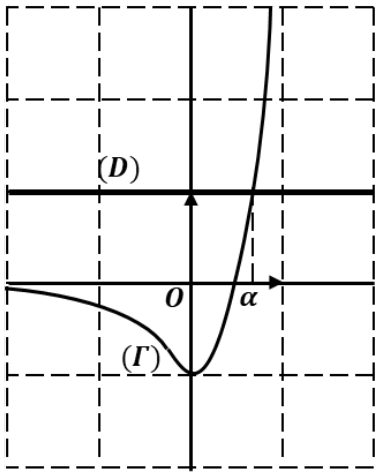
أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n

ب) استنتج أنه : من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{1}{2^n+1}$ ثم احسب u_n

3) نضع : من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ و $T_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \ldots + \frac{1}{u_n}$

0 احسب S_n بدلالة n ثم بين انه من أجل كل عدد طبيعي n : $T_n = 2^{n+1} + n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



I) (Γ) التمثيل البياني للدالة المعرفة على R بـ : $x \longrightarrow (2x-1)e^{2x}$

و (D) المستقيم ذو المعادلة $y = 1$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (Γ) و (D) (لاحظ الشكل المقابل)

1) بقراءة بيانية ، حدد وضعية (Γ) بالنسبة إلى (D)

2) g الدالة المعرفة على R بـ : $g(x) = (2x-1)e^{2x} - 1$

استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ ثم تحقق أن : $0.6 < \alpha < 0.7$

II) f الدالة المعرفة على R بـ : $f(x) = (x-1)(e^{2x} - 1)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O ; \vec{i} . \vec{j})$ (وحدة الطول $2\ cm$)

1) احسب $f(x)$ و $f(x)$

2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

3) أ) بين أنه : من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج أن f متناقصة تماما على $]-\infty ; \alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha ; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يطلب معادلة له .

4) أ) عين فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

ب) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) (نأخذ : $f(1.4) = 6.2$ و $f(\alpha) = -0.9$)

جـ) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x) = -x + m$

5) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة : بين أن : $\int_0^{\frac{1}{2}}(x-1)e^{2x}dx = \frac{3-2e}{4}$

ب) استنتج ، بالسنتيمتر المربع ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :

$x = 0$ ، $x = \frac{1}{2}$ و $y = -x + 1$ **انتهى الموضوع الأول**

اختبار في مادة : الرياضيات / الشعبة : علوم تجريبية / بكالوريا 2023

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس ، موزعة كما يلي : 3 كريات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 2 و 3 كريات حمراء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 و 4 كريات خضراء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 ، 2

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس ونعتبر الحوادث A ، B ، C الآتية :

A " الحصول على كريتين من نفس اللون " ، B " الحصول على كرية خضراء على الأقل "

C " الحصول على كرتين تحملان رقمين زوجيين "

1) أ) بين أن احتمال الحدث A يساوي $\frac{4}{15}$ وان احتمال الحدث B يساوي $\frac{2}{3}$

ب) احسب الاحتمالين $P(C)$ و $P(A \cap C)$ ، هل الحدثان A و B مستقلان ؟

جـ) استنتج احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون علما أنهما تحملان رقمين زوجيين.

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.

أ) برر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي $\{2\ ;\ 3\ ;\ 4\}$

ب) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

1) حلا المعادلة $8Z^2 - 4Z + 1 = 0$ ذات المجهول Z في C هما :

أ) $\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$ و $-\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$ ب) $-\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$ و $-\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$ جـ) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$ و $\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$

2) الشكل الجبري للعدد المركب $\frac{1+\sqrt{3}+i}{1-i}$ هو :

أ) $\frac{\sqrt{3}}{2} + i\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$ ب) $\frac{\sqrt{3}}{2} - i\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$ جـ) $\frac{\sqrt{3}}{2} + i\left(\frac{-2+\sqrt{3}}{2}\right)$

3) الجذران التربيعيان للعدد المركب $-8 + 6i$ هما :

أ) $1 + 3i$ و $-1 - 3i$ ب) $1 + 3i$ و $1 - 3i$ جـ) $3 + i$ و $-3 - i$

4) الشكل المثلثي للعدد المركب $\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$ هو :

أ) $\left(\cos cos\ \frac{\pi}{12} + i \sin sin\ \frac{\pi}{12}\right)$ ب) $\sqrt{2}\left(\cos cos\ \frac{\pi}{12} + i \sin sin\ \frac{\pi}{12}\right)$ جـ) $\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos cos\ \frac{5\pi}{12} + i \sin sin\ \frac{5\pi}{12}\right)$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos cos\ \frac{7\pi}{12} + i \sin sin\ \frac{7\pi}{12}\right)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n + 1$

1) أ) برهن بالتراجع أنه : من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 5$

ب) بين أن (u_n) متزايدة تماما .

2) نضع : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 5$

أ) اثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{4}{5}$ ، يطلب حدها الأول v_0

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج انه : من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -5\left(\frac{4}{5}\right)^n + 5$

جـ) احسب u_n

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

احسب S_n بدلالة n ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $T_n = 5n - 20\left(1 - \left(\frac{4}{5}\right)^n\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على المجال $]0\,;\ +\infty[$ بـ : $f(x) = \left((lnx)^2 - 3\right)lnx$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\vec{i}\,.\,\vec{j})$

1) أ) احسب $f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $f(x)$

2) أ) بين أنه : من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0\,;\ +\infty[$ ، $f(x) = \frac{3(-1+lnx)(1+lnx)}{x}$

ب) حل في المجال $]0\,;\ +\infty[$ المتراجحة ذات المجهول x : $(-1 + lnx)(1 + lnx) > 0$

جـ) استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]0\,;\ e^{-1}]$ و $[e\,;\ +\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $\left[e^{-1}\,;\ e\right]$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ) عين معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

ب) عين فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

جـ) ارسم (T) و (C_f) على المجال $]0\,;\ e^2]$

4) F الدالة المعرفة على المجال $]0\,;\ +\infty[$ بـ : $F(x) = x\left((lnx)^3 - 3(lnx)^2 + 3lnx - 3\right)$

أ) تحقق أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0\,;\ +\infty[$

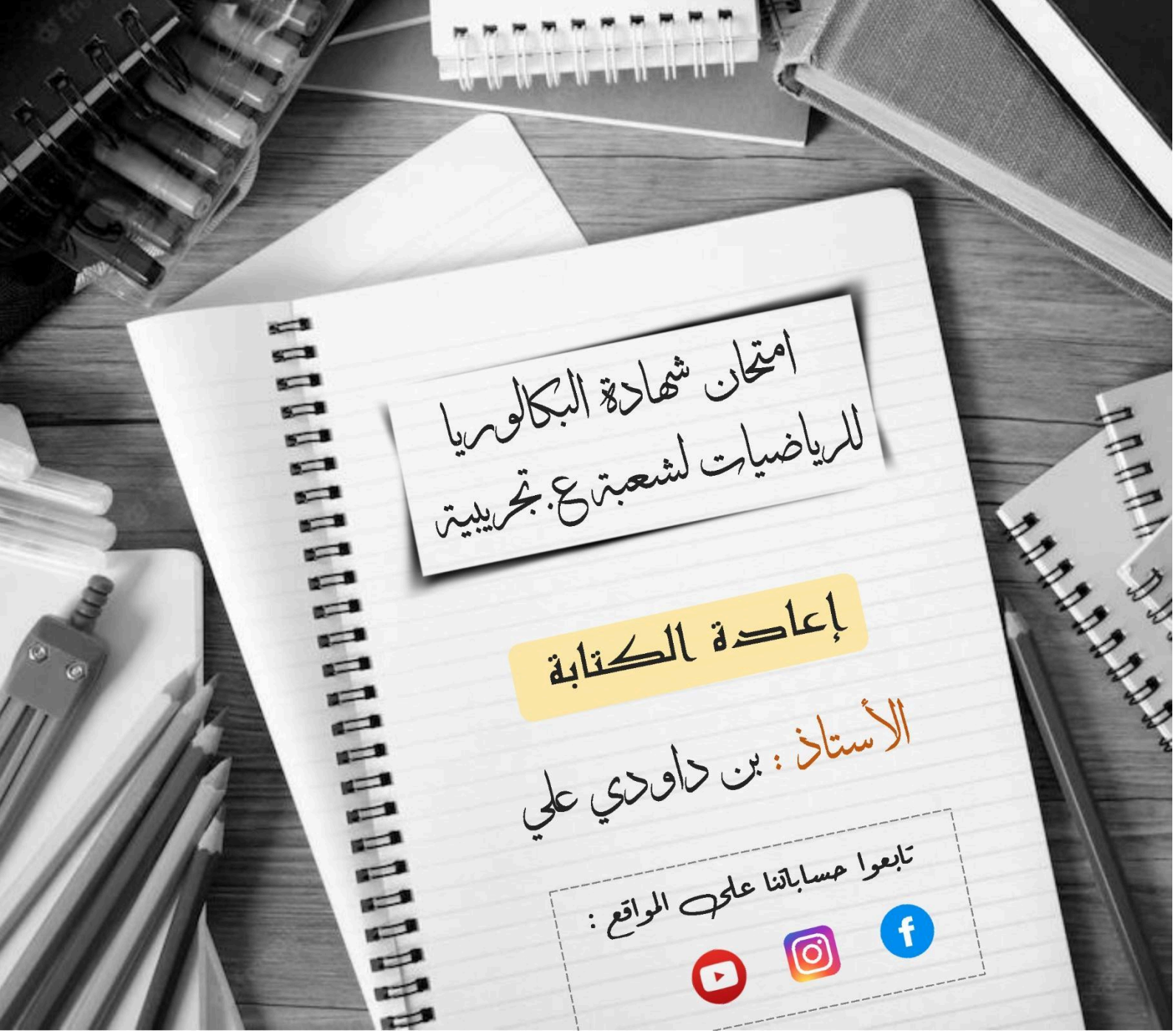
ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما :

$x = 1$ و $x = e$

5) h الدالة المعرفة على $]0\,;\ +\infty[$ بـ : $h(x) = ((lnx)^2 - 3)|lnx|$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه على المجال $]0\ ;\ e^2[$

انتهى الموضوع الثاني


امتحان شهادة البكالوريا
للرياضيات لشعبة ع. تجريبية
إعادة الكتابة
الأستاذ : بن داودي علي
تابعوا حساباتنا على المواقع :

الكتابة في الوورد: الأستاذ بن داودي علي
تم تحميل الملف من الموقع: www.mathsdz.com
الفيسبوك: www.facebook.com/ORmathsDZ