الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطني

أركان الجيش الوطني الشعبي

مديرية مدارس أشبال الأمة

السنــة الدراسيــة : 2014/2015
الدورة : ماي 2015
المـــــــادة : رياضيات
الشعبة : علوم تجريبية
المـــدة : 03 ساعات و نصـف

الإمتـــــحـان التجـــريبي في مـــــادة الرياضيات

على المترشح أن يختار موضوعا واحدا

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقطتين A و B لاحقتهما $z_A = 4+2i$ ، $z_B = 3-i$

1) أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_B}$.

2) إستنتج طبيعة المثلث ABO .

2) نعتبر التحويل النقطي R في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' والذي يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .

أ) بيّن أنّ العبارة المركبة للتحويل النقطي R هي : $z' = -iz + 1 + 3i$.

ب) عيّن طبيعة التحويل R وعناصره المميزة.

ج) عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل R .

د) إستنتج طبيعة الرباعي $ABOC$.

هـ) عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z حيث : $|z| = |z - 4 - 2i|$.

3) من أجل $z \neq 2+i$ ، نضع : $L = \frac{z' - 2 - i}{z - 2 - i}$. بيّن أنّ : $L = -i$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عددًا حقيقيًا.

ج) بيّن أنّ : $(z' - 2 - i)^2 + (z - 2 - i)^2 = 0$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

ليكن (P_1) المستوي الذي معادلته : $-2x + y + z - 6 = 0$ ، والمستوي (P_2) الذي معادلته : $x - 2y + 4z - 9 = 0$.

1) أثبت أنّ : (P_1) و (P_1) متعامدان.

2) ليكن (D) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x = 2t - 7 \\ y = 3t - 8 \\ z = t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

أثبت أن المستقيم (D) هو تقاطع المستويين (P_1) و (P_1) .

3) لتكن M_t نقطة كيفية من المستقيم (D) إحداثياتها $M_t(2t-7, 3t-8, t)$ ولتكن A النقطة التي إحداثياتها $A(-9,-4,-1)$

ولتكن f الدالة المعرفة على $\Re$ بـ: $f(t) = AM_t^2$.

ç) أكتب $f(t)$ بدلالة t .

È) أدرس إتجاه تغير الدالة f ، إستنتج قيمة للعدد الحقيقي t_0 التي من أجلها تكون المسافة AM أصغر .

ثم عيّن إحداثيات النقطة $I = M_{t_0}$.

Ì) أثبت أن النقطة I هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D) .

Í) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل A والعمودي على المستقيم (D) .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N كما يلي: $u_0 = e$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$.

حيث: e هو أساس اللوغاريتم النيبيري .

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث : $v_n = \ln u_n$.

1) ç) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

È) أكتب v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .

2) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ ، $P_n = u_0 \times u_1 \times \ldots \times u_n$.

ç) أثبت أنّ : من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n = e^{S_n}$.

È) أكتب عبارة S_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة P_n بدلالة n .

Ì) عيّن نهاية المتتالية (S_n) ، إستنتج نهاية المتتالية (P_n) .

التمرين الرابع: (06 نقاط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]-1, +\infty[$ حيث : $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$ (حيث : ln اللوغاريتم النيبيري)

(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل .

1) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) ، عيّن عدد حلول المعادلة : $g(x) = 0$.

2) أحسب $g(2)$ ، ثم بين أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث : $2,87 < \alpha < 2,88$.

3) إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]-1, +\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]-1, +\infty[$ حيث : $f(x) = x - 3 + \frac{4\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيًا ، ثم أحسب $\lim\limits_{+\infty} f(x)$

2) ç) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل

È) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3) ç) بيّن أنّه من أجل كل x من $]-1, +\infty[$ لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$.

د) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ : $f(\alpha) = 3,9$)

5) لتكن الدالة h المعرفة على $]-1, +\infty[$ كما يلي : $h(x) = [\ln(x-1)]^2$.

ج) أحسب $h'(x)$ ، ثم إستنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1, +\infty[$.

د) أحسب التكامل $\int_2^5 f(x)\,dx$ ، ثم فسر النتيجة بيانيًا .

بالتوفيق