

التمرين الأول (06ن):

نعرف المتتاليتين (u_n) و (v_n) بـ: $u_0 = 2$ ، $v_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3}$ ، $v_{n+1} = \frac{u_n + 4v_n}{5}$

1. من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع $w_n = u_n - v_n$

أ. أثبت أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{15}$ ، ثم عبر عن w_n بدلالة n

ب. أحسب المجموع: $S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

ج. عبر عن $u_{n+1} - u_n$ و $v_{n+1} - v_n$ بدلالة w_n ؛ استنتج اتجاه تغير المتتاليتين (u_n) و (v_n)

د. من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع $t_n = 3u_n + 10v_n$. يرهن أن المتتالية (t_n) ثابتة .

التمرين الثاني (09ن):

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $D_f =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$

(1) عين الأعداد a و b بحيث: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$

(2) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

(3) أحسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على D_f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أحسب $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$ وفسر النتيجة هندسياً.

(5) عين قيمة حدية محلية للدالة f على المجال $[0; 1]$ ؟ من أجل أي قيمة تبلغها .

(6) ليكن $ABCD$ مستطيل حيث: $AB = 1$ و $AD = 2$ ، نقطة متغيرة على $[DC]$ نضع $DM = x$

المستقيمان (AM) و (DB) يتقاطعان في النقطة I .

نسمي $S(x)$ مجموع مساحتي المثلثين ABI و DIM . (أنظر الشكل).

1- أحسب $S(0)$ و $S(1)$.

2- علما أن ارتفاع المثلث ABI هو IK حيث: $IK = \frac{2}{x + 1}$

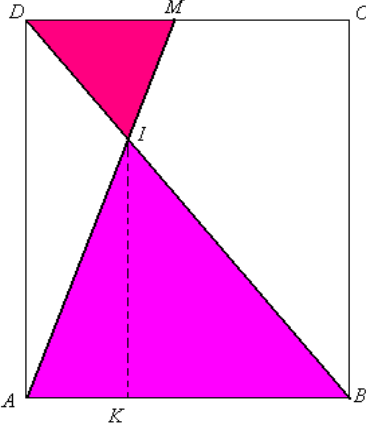
أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; 1]$ لدينا $S(x) = f(x)$

3- باستعمال السؤال (3) ، استنتج موضع النقطة M

الذي يجعل مجموع مساحة المثلثين ABI و DIM أصغر ما يمكن ؟
ما هي قيمة هذه المساحة عندئذ ؟

التمرين الثالث (05ن):

1. أكتب على الشكل $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ حيث: $r > 0$ ، العدد: $z' = -2 \cos \frac{\pi}{5} + 2i \sin \frac{\pi}{5}$



$$2. \text{ حل الجملة التالية: } \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \text{ على المجال } x \in [0; 2\pi[$$

بالتوفيق

الأستاذ: بوخاري

العمل المستمر والمنظم هو بداية النجاح