

ULM MP 2001 Physique (6 heures). **Le frottement solide.**

1.1.a) Sans glissement, le module et l'orientation de la force de frottement solide sont indéterminés et s'adaptent aux sollicitations extérieures (de manière à vérifier les théorèmes de la quantité de mouvement et du moment cinétique). Le non glissement n'est possible que si la réaction tangentielle R_T et la réaction normale R_N vérifient l'inégalité $\|R_T\| \leq (s\|R_N\|$, (s étant le coefficient de frottement de glissement statique).

1.1.b) Avec glissement (vitesse de glissement U), la force de frottement R_T a la direction de U et le sens contraire, ce qui se traduit par $R_T \perp U$ et $R_T \cdot U < 0$; de plus, la réaction tangentielle R_T est liée à la réaction normale R_N par la relation $\|R_T\| = (d\|R_N\|$ où (d est le coefficient de frottement de glissement dynamique).

1.1.c) Le passage du non-glissement au glissement se produit quand $\|R_T\|$ atteint ($s\|R_N\|$ puis dès que U est différent de zéro, $\|R_T\|$ prend la valeur ($d\|R_N\|$.

1.1.d) Le passage du glissement au non-glissement se fait quand la vitesse de glissement s'annule et ensuite $\|R_T\|$ peut rester inférieure à ($s\|R_N\|$.

1.2.a) Souvent ($s > d$; du fait des forces d'interaction microscopique (force de Van der Waals, liaison hydrogène) le contact entre les deux surfaces solides se fait avec une certaine adhérence ; s'il y a glissement, le contact est moins intime, les deux solides étant un peu espacés et en conséquence, les forces d'interaction fonction décroissante de la distance diminuent un peu.

1.2.b) Découper un carré de papier dans le sujet de concours et le poser sur le sujet (en maintenant plan à l'aide d'une règle plate par exemple) ; à partir de la position horizontale, incliner lentement ; quand le carré commence à glisser, on peut estimer l'angle d'inclinaison du plan incliné. À l'équilibre, la réaction est opposée au poids du carré (et de même support) et fait avec la normale au plan incliné un angle égal à l'angle d'inclinaison (du plan incliné sur l'horizontale ; à l'équilibre limite, la réaction du plan incliné fait avec la normale un angle égal à l'angle de frottement statique (s tel que ($s = \tan(s)$; alors ($s = \tan(s)$. On trouve ($s = 20^\circ$ et donc ($s = 0,4$. 1.2.c) Ski métallique sur glace : ($s = 0,03$.

1.2.d) Contact acier-ferrodo des freins à disque : ($d = 0,6$; contact pneu-bitume : ($d = 0,8$.

2.1.a) Le référentiel galiléen de la plaque (P).

2.1.b) Un repère $Oxyz$, trièdre direct, fixe dans (P), avec Ox de direction et de sens de V , Oy vertical ascendant, Oz complétant le trièdre.

2.1.c) La masse m seule.

2.1.d) Un seul degré de liberté de translation associé à $x(t)$, abscisse sur Ox du point d'attache du ressort sur le palet.

2.2) En cas de glissement, la réaction normale est opposée au poids du palet (de module mg), la réaction tangentielle est de signe contraire à celui de la vitesse INCORPORER Equation.DSMT4 du palet et vaut algébriquement ($d mg$. L'allongement du ressort est $l(t) = Vt - x(t)$ et la force appliquée par le ressort sur le palet vaut $k(Vt - x)$. D'après le théorème de la quantité de mouvement en projection sur Ox :

INCORPORER Equation.DSMT4 et donc INCORPORER Equation.DSMT4

2.3.a) Recherche d'un régime permanent :

INCORPORER Equation.DSMT4 INCORPORER Equation.DSMT4 INCORPORER Equation.DSMT4 INCORPORER Equation.DSMT4 ; INCORPORER Equation.DSMT4 INCORPORER Equation.DSMT4

2.3.b) Par étude des petits mouvements :

INCORPORER Equation.DSMT4 (INCORPORER Equation.DSMT4 avec INCORPORER Equation.DSMT4 et donc INCORPORER Equation.DSMT4 , petites oscillations autour de la solution de régime permanent : le mouvement est stable.

2.3.c) En remplaçant INCORPORER Equation.DSMT4 par son développement, l'équation différentielle en $l(t)$ s'écrit :

INCORPORER Equation.DSMT4

puis en remplaçant $l(t)$ par son développement :

INCORPORER Equation.DSMT4

L'équation caractéristique INCORPORER Equation.DSMT4 de racines INCORPORER Equation.DSMT4 conduit à la solution :

INCORPORER Equation.DSMT4

2.3.d) Si INCORPORER Equation.DSMT4 est fonction décroissante de V , ($\neq 0$, $l(t)$ diverge, l'hypothèse des petits mouvements est vite incorrecte, le régime permanent est instable ; si INCORPORER Equation.DSMT4 est fonction croissante de V , ($\neq 0$, $l(t)$ effectue des oscillations amorties, le régime permanent est stable.

3.1.a) Le palet s'arrête de glisser à un instant t_2 ; alors $l(t)$ est fonction affine du temps :

INCORPORER Equation.DSMT4

3.1.b) Le palet ne glisse pas tant que $\|RT\| \leq \|RN\|$ ($\sin \theta \leq \mu g$; or $RT \neq 0$, le palet ne glisse donc pas tant que $l(t) \leq \mu g/k$; quand $l(t)$ atteint $\mu g/k$, le glissement se produit mais alors $RT \neq 0$. Le palet repart à t_3 tel que :

INCORPORER Equation.DSMT4

3.1.c) Si le palet est fixe, x (cste, l (V (x est fonction affine du temps. On néglige le temps de glissement comme l'autorise la figure 2.

3.1.d) 8,2 cm correspondent à 30 s et 7,4 cm à 4 périodes et à une durée de 27 s ; la durée de glissement est donc le quart de 27 s :

INCORPORER Equation.DSMT4

3.2.a) Le palet arrêté commence à glisser à t_3 et alors $l_3 \leq \mu g/k$ ($\sin \theta \leq \mu g/k$; ensuite :

INCORPORER Equation.DSMT4 d'où INCORPORER Equation.DSMT4 ,

INCORPORER Equation.DSMT4 .

D'après les conditions initiales INCORPORER Equation.DSMT4 , INCORPORER Equation.DSMT4 soit INCORPORER Equation.DSMT4 , INCORPORER Equation.DSMT4 :

INCORPORER Equation.DSMT4 , INCORPORER Equation.DSMT4

INCORPORER Equation.DSMT4

3.2.b) Le palet s'arrête de glisser à la date t_4 telle que INCORPORER Equation.DSMT4 ; or :

INCORPORER Equation.DSMT4

INCORPORER Equation.DSMT4 ou/et INCORPORER Equation.DSMT4 ,

la 2e solution en t_4 (t_3 est à éliminer car seule la solution la plus petite, la 1ère atteinte, se réalise :

INCORPORER Equation.DSMT4

3.2.c) On peut estimer g en comptant le nombre d'intervalles séparés par 1,5 ms ; il y a 14 intervalles visibles sur la phase glisse : ($g \approx 21$ ms ; cependant, cette méthode est très imprécise car au début et à la fin de la durée considérée les points sont trop rapprochés et se superposent ; certains ne sont pas comptés ; la mesure se fait par défaut à plusieurs fois 1,5 ms près. De plus, la durée de 1,5 ms est approximative. Ainsi, la détermination de g se fait avec une précision relative de 30 à 40 %.

Une méthode précise consiste à exprimer g en fonction de f ($t_3 - t_2$ dont le calcul exige celui de l_4 :

INCORPORER Equation.DSMT4 .

Avec INCORPORER Equation.DSMT4 , en utilisant les expressions de $\sin(x)$ et $\cos(x)$ en fonction de $\tan(x/2)$:

INCORPORER Equation.DSMT4 , INCORPORER Equation.DSMT4

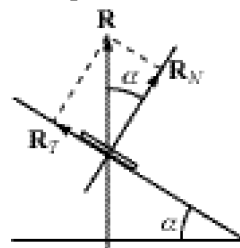
Mais par périodicité des oscillations de $l(t)$, $l_2 = l_4$ et comme $x_3 = x_2$:

$l_4 = V(t_2 - x_2) = V(t_2 - t_3) + l_3 = V(t_3 - t_2) + l_3$ INCORPORER Equation.DSMT4 (INCORPORER Equation.DSMT4 , INCORPORER Equation.DSMT4

INCORPORER Equation.DSMT4

3.2.d) Arctan (en rds) INCORPORER Equation.DSMT4 (≈ 2 ; à partir de la valeur mesurée,

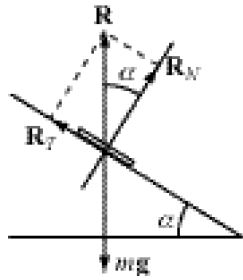
INCORPORER Equation.DSMT4 , on a INCORPORER Equation.DSMT4 ($\approx f$. Remarque :



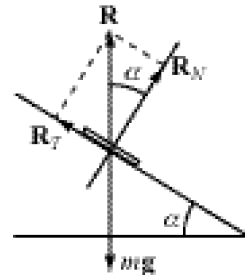
$$\gamma = \frac{\omega_0 \tau_f}{2} \gg 1$$

, g INCORPORER Equation.DSMT4

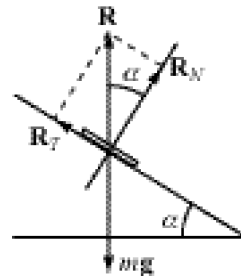
et INCORPORER



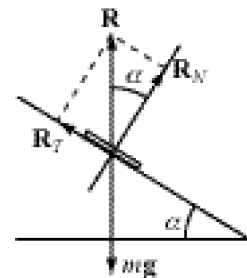
Equation.DSMT4 .La précision de la méthode, m , k étant supposés bien connus, est définie par la précision sur la mesure de f soit $f = 0,1$ s ; pour $f = 6,9$ s ou $6,7$ s, g a même valeur que



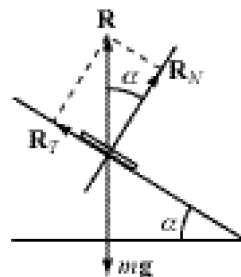
pour $f = 6,8$ s à $0,001$ ms près ; d'où INCORPORER Equation.DSMT4 . La



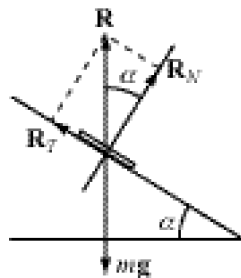
formule approchée INCORPORER Equation.DSMT4 donne $32,446$ ms, valeur incorrecte.3.3.a) Sur le graphe, d'après les expressions de I_3 et I_4 vues en 3.2.a et 3.2.c, on



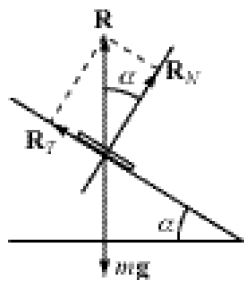
détermine :la valeur maximale de k/mg : INCORPORER Equation.DSMT4 ;la



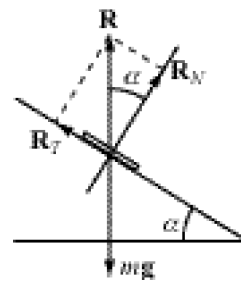
valeur minimale de k/mg : INCORPORER Equation.DSMT4 d'où



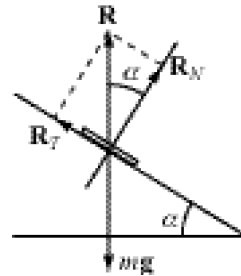
INCORPORER Equation.DSMT4 et INCORPORER Equation.DSMT4



INCORPORER Equation.DSMT4

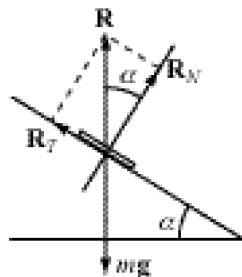


La précision relative sur la différence des coefficients est de l'ordre de 30 alors que la précision relative sur chaque coefficient



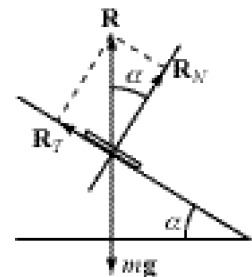
est de l'ordre de 3 .3.3.b) INCORPORER Equation.DSMT4

et INCORPORER



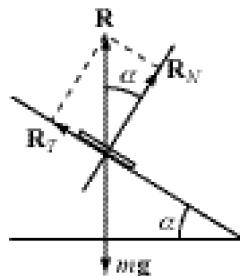
Equation.DSMT4

soit INCORPORER Equation.DSMT4



;

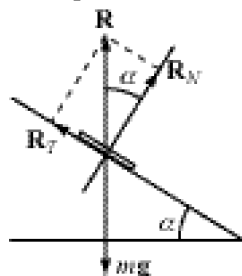
ce calcul donne une précision bien moins bonne que la mesure directe sur la figure 2.3.3.c)



INCORPORER Equation.DSMT4

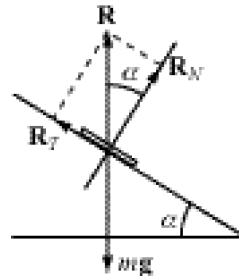
; la précision par calcul avec s d 0,02 ou 0,04

est de l'ordre de 0,04 ms, moins bonne qu'en 3.2.c.3.3.d) On ne voit pas très bien l'intérêt des questions 3.3.b,c, les résultats de ces questions étant moins précis que ceux obtenus par exploitation du graphe de la figure 2 et de 3.2.d.3.4.a) Le régime fixe-glisce est périodique parce que l'évolution de $l(t)$ est déterminée par une équation différentielle du second ordre et que $l(t)$ et INCORPORER

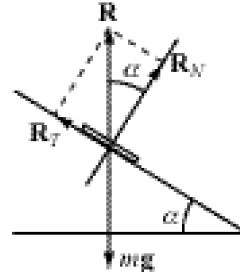


Equation.DSMT4

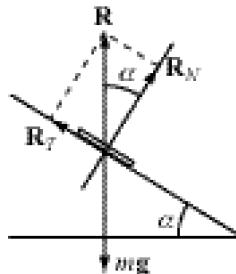
reprennent les mêmes valeurs en début et fin d'une occurrence



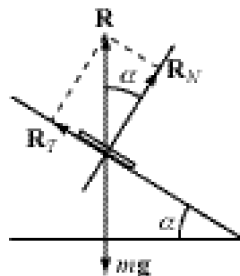
fixe-glisce, ainsi à t3, l smg k et INCORPORER Equation.DSMT4 ; aux deux



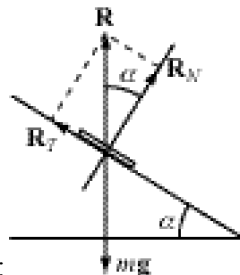
extrémités de la phase glisse, INCORPORER Equation.DSMT4 V : de ce fait la courbe représentative de la phase glisse présente un maximum tout au début et un minimum tout à la fin ce qui n'apparaît pas sur la figure 2.3.4.b) Dans le référentiel plaque, les allures de l'énergie



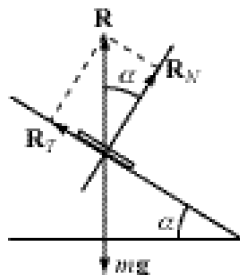
cinétique INCORPORER Equation.DSMT4 du palet et de l'énergie potentielle



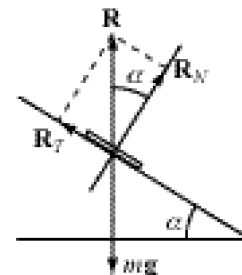
INCORPORER Equation.DSMT4 du ressort indépendante du référentiel) en

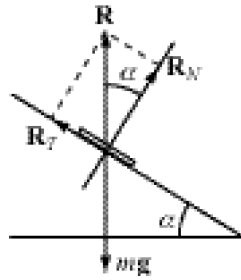


fonction de t sont ci-dessous : 3.4.c) Sur une période, INCORPORER

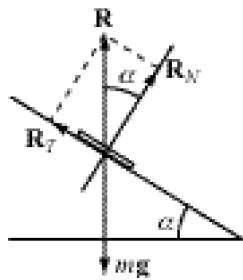


Equation.DSMT4 , INCORPORER Equation.DSMT4 ;



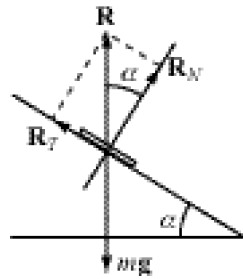
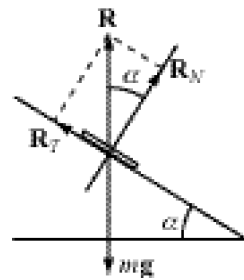


INCORPORER Equation.DSMT4 ; en fait sur une période, le travail mécanique fourni au ressort et au palet par le moteur est transformé en chaleur par frottement au contact palet-plaque.3.4.d) Le palet reçoit une partie de la chaleur produite par les frottements et la plaque reçoit le reste mais le palet finit par atteindre un régime permanent thermique au cours duquel sa température varie périodiquement mais assez peu à chaque occurrence fixe-glisce ; en moyenne sa température est constante : il ne reçoit plus de chaleur, son entropie ne varie pas ; le travail W de la force de frottement est alors entièrement fourni sous forme de chaleur à la plaque de température quasi constante T_{plaque} : la variation d'entropie de la plaque est W/T_{plaque} ; la force de frottement dmg ne travaille que lors de la phase glisse de longueur $x_4 - x_3$ $V_{t4} - t_3$) $I_4 - I_3$) INCORPORER



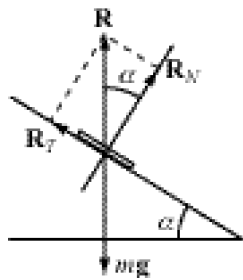
Equation.DSMT4

: INCORPORER Equation.DSMT4



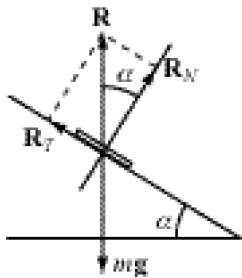
d'où INCORPORER Equation.DSMT4

En d'autres termes, INCORPORER

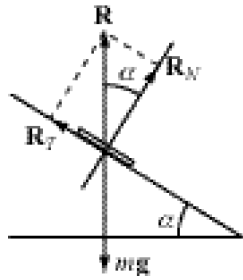


Equation.DSMT4

car $I_2 - I_4$ d'où INCORPORER Equation.DSMT4

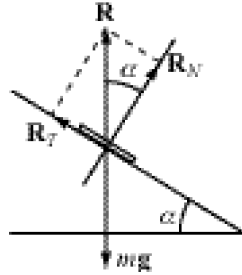


ce qui montre que la vitesse moyenne du palet est V ; sur une occurrence fixe-glisce le déplacement du palet est le même que celui de l'extrémité du ressort : INCORPORER



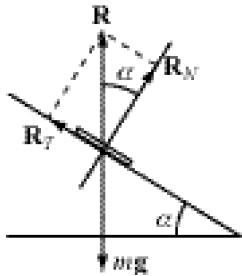
Equation.DSMT4

d'où le résultat déjà obtenu.3.5.a) En reprenant les calculs de

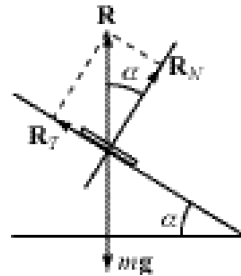


3.2.a : INCORPORER Equation.DSMT4

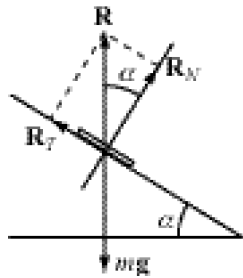
, INCORPORER Equation.DSMT4



, INCORPORER Equation.DSMT4

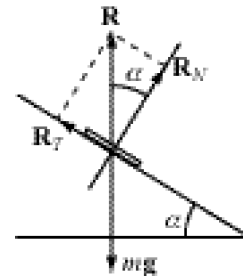


.3.5.b) INCORPORER

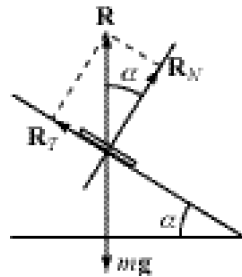


Equation.DSMT4

INCORPORER Equation.DSMT4

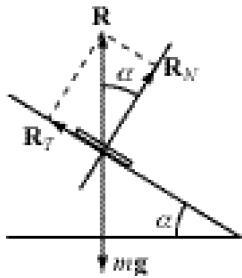


ou

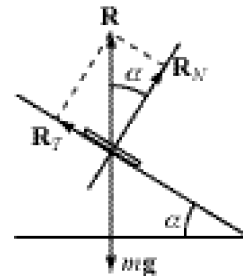


INCORPORER Equation.DSMT4

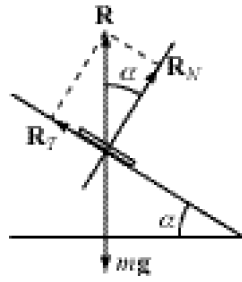
avec INCORPORER Equation.DSMT4



et la condition INCORPORER Equation.DSMT4

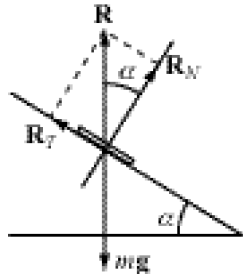


3.5.c) Si



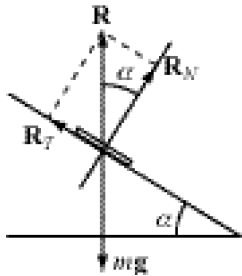
14 0 et INCORPORER Equation.DSMT4

, la condition devient INCORPORER

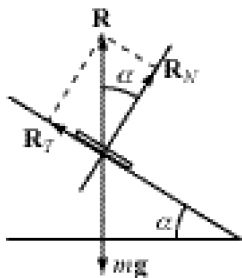


Equation.DSMT4

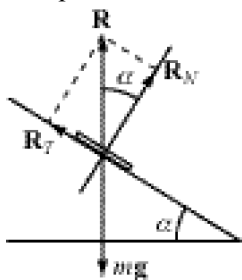
ce qui est réalisé.3.5.d) INCORPORER Equation.DSMT4



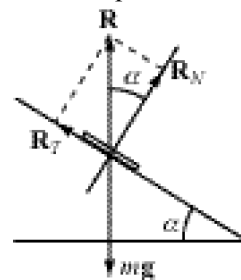
peut s'annuler, si au départ, on n'a pas INCORPORER Equation.DSMT4



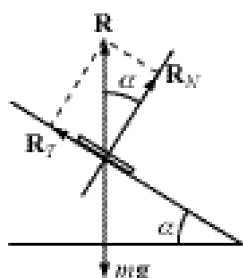
proche de V) et l proche de LP du 2.3.a) donc si on n'est pas trop proche du régime permanent de 2.3.a.4.1.a) Son nettement plus aigu que celui du diapason : $f_0 \approx 1000$ Hz. 4.1.b) $V \approx 0,25$ m.s⁻¹. La force de pression est donnée par le poids d'une masse m équivalente statiquement : $m \approx 0,1$ kg soit $R_N \approx 0,98$ N.4.1.c) INCORPORER Equation.DSMT4



INCORPORER Equation.DSMT4

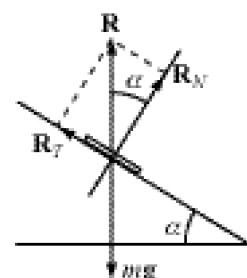


INCORPORER



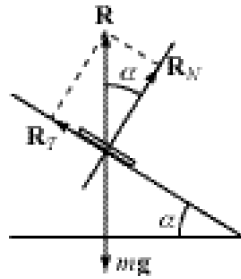
Equation.DSMT4

INCORPORER Equation.DSMT4



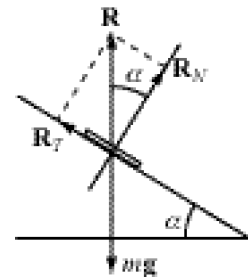
.4.1.d) La craie vibre ; un morceau du quart de la longueur de la craie a une raideur accrue la raideur

est inversement proportionnelle au cube de la longueur) : la fréquence de vibration augmente et sort du domaine audible 20-10000 Hz pour une oreille pas très sensible aux grandes fréquences). 4.2.a) Son voisin du la du diapason : $f_0 = 500$ Hz. 4.2.b) La porte grince lors d'une rotation lente ; si elle tourne de 90° en $t = 15$ s et si le contact grinçant se fait par la base du gond de diamètre moyen $d = 0,75$ cm :



INCORPORER Equation.DSMT4

.La masse m est celle de la porte divisée par

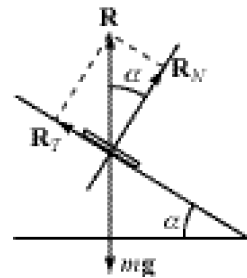


le nombre de gonds, disons 10 kg. 4.2.c) INCORPORER Equation.DSMT4

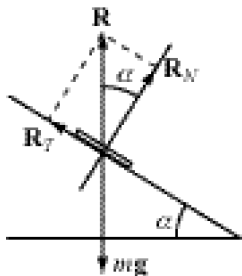
. 4.2.d) Huiler les gonds ; dégripper les gonds avec un anti-rouille ; mettre des rondelles en

plastique. 4.3.a) Un pneu crisse par freinage sur une route goudronnée par temps chaud surtout et aussi en tournant à faible allure sur les sols des parkings recouverts de peinture. 4.3.b) Par freinage sur une route : $V = 30$ m.s et 1 roue bloquée ; $m = 500$ kg le quart de la masse de l'automobile avec bagages et passagers). 4.3.c) Prendre des pneus neufs ; réaliser un freinage progressif système ABS. 4.3.d) Il vaut mieux supprimer le crissement pour un freinage efficace par freinage progressif. 4.4.a) Passer une

résine solide sur l'archet, la colophane, résidu de la distillation de la térébenthine. 4.4.b) La fréquence du la du diapason est 440 Hz. 4.4.c) La force de rappel F est due à la forme prise par la corde lors de l'appui de l'archet ; on peut l'exprimer en fonction de la tension T dans la corde : $F = T_1 - T_2$ de module $F = 2T \sin \frac{\pi x}{L}$ avec $x = L$ et donc $F = 2Tx/L$ de la forme kx d'où $k = 2T/L$; si la tension est égale au poids

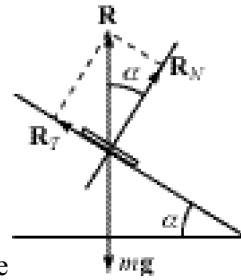


d'une masse de 10 kg et si $L = 0,2$ m, INCORPORER Equation.DSMT4

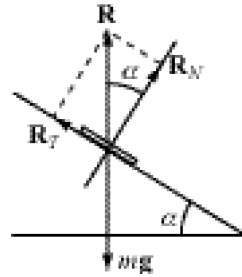


4.4.d) Il faudrait tenir compte de la propagation d'ondes transversales de

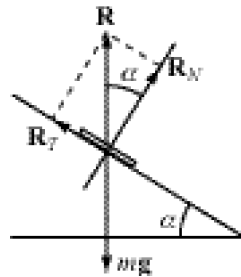
déplacement le long de la corde avec une des conditions aux limites définie par le contact de l'archet , en plus des conditions limites aux extrémités de la corde. 5.1.a) $l(t) = Vt - x(t)$; à la fin d'une phase fixe, $x(t)$ est un peu plus grand que prévu et donc $l(t)$ un peu plus petit que prévu ; au début, c'est le contraire ; les pointes de la courbe sont arrondies. 5.1.b) Le bristol est fait de cellulose dont les macromolécules comportent des motifs de 0,5 nm qui peuvent se répéter 4000 fois, soit de dimension



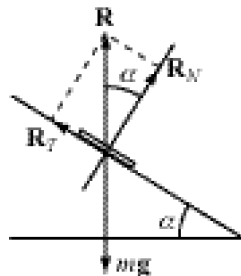
d 2 m. La distance de reptation est pratiquement égale à cette dimension ; elle correspond à la distance nécessaire pour que les macromolécules à la base du palet se positionnent au plus près de celles de la plaque ou pour qu'elles s'arrachent un peu de la plaque pour autoriser le



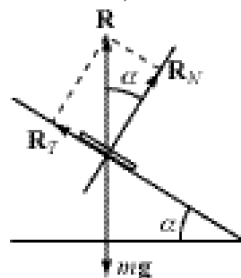
glissement. 5.1.c) INCORPORER Equation.DSMT4 Il ne s'agit que d'un ordre de grandeur. 5.1.d) Pour f, il faut trouver un produit en V, k, m, g de la dimension d'un temps :



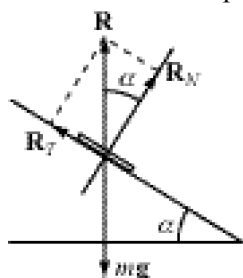
INCORPORER Equation.DSMT4 . Pour g, on peut prendre INCORPORER



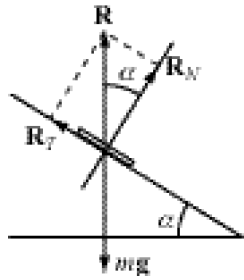
Equation.DSMT4 . 5.2.a) On a donc, sans tenir compte des facteurs numériques :



INCORPORER Equation.DSMT4 ; g f INCORPORER Equation.DSMT4

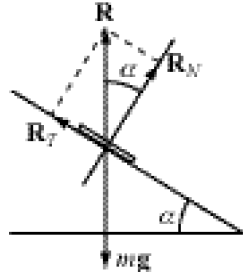


, droite de pente 2, dessus g f, dessous g f ; r g INCORPORER



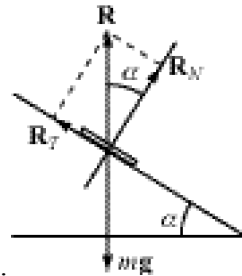
Equation.DSMT4

, droite de pente +2, dessus r g, dessous r g ; r f

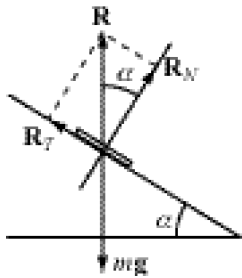


INCORPORER Equation.DSMT4

: droite de pente 0, dessus r f, dessous r



f ; Les 3 droites sont concourantes et délimitent six domaines.



5.2.b) Quand g augmente, devient comparable à r et que gV devient supérieur à d,

le palet ne peut plus se positionner assez près de la plaque pour qu'il puisse exister une phase fixe.

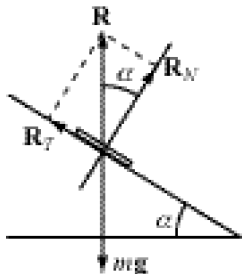
5.2.c) La reptation joue un rôle significatif quand r prend des valeurs supérieures à f et g voir

ci-dessus). 5.2.d) On observe le régime permanent dans le domaine de prédominance deg pour des

vitesses de plus en plus élevées). 5.3.a) On obtient le tableau et la

courbe : $V_m.s \propto (0,250,420,590,751s)^{23,1} 0,311,4$

$0,36,9 0,35,4 0,34,2 0,3Vm)^{5,84,84,14,14,25}$. 5.3.b) On s'attend à un loi en $1/V$; ce qui est approximativement le cas ; la loi est moins bien vérifiée pour les vitesses les plus faibles.



5.3.c) On obtient le

tableau : $V_m.s \propto (0,250,420,590,751lm)^{2,21,50,730,360,18}$ L'allongement l est continu à la

transition. 5.3.d) Si $\theta = 0$, le régime permanent de type 2.3.a est stable ; une fois obtenu après

augmentation de V, par diminution lente de V, le régime permanent subsiste. On ne retrouve pas le

régime fixe-glisce. Si $\theta = 0$, le régime permanent est instable et ne peut être obtenu de toute façon. 5.4.a)

On trouve : $V_m.s \propto (275525fs)^{3,61,6Vfm})^{990840f}$ doit être en $1/V$ ce qui est vérifié à 10

près. 5.4.b) L'allongement l est à valeur discontinue à la transition, soit de l'ordre de 1000 m soit

nulle.5.4.c) Si r_f , le palet n'a pas le temps de se positionner en contact intime avec la plaque ; soit il est bien positionné immédiatement et alors la phase fixe se produit et est suivie d'une phase glisse ; soit il n'est pas bien positionné et la phase fixe ne se produit pas ; d'où l'aspect aléatoire du départ de la phase fixe et de l'occurrence d'un fixe-glisse.5.4.d) Même réponse qu'en 5.3.d.