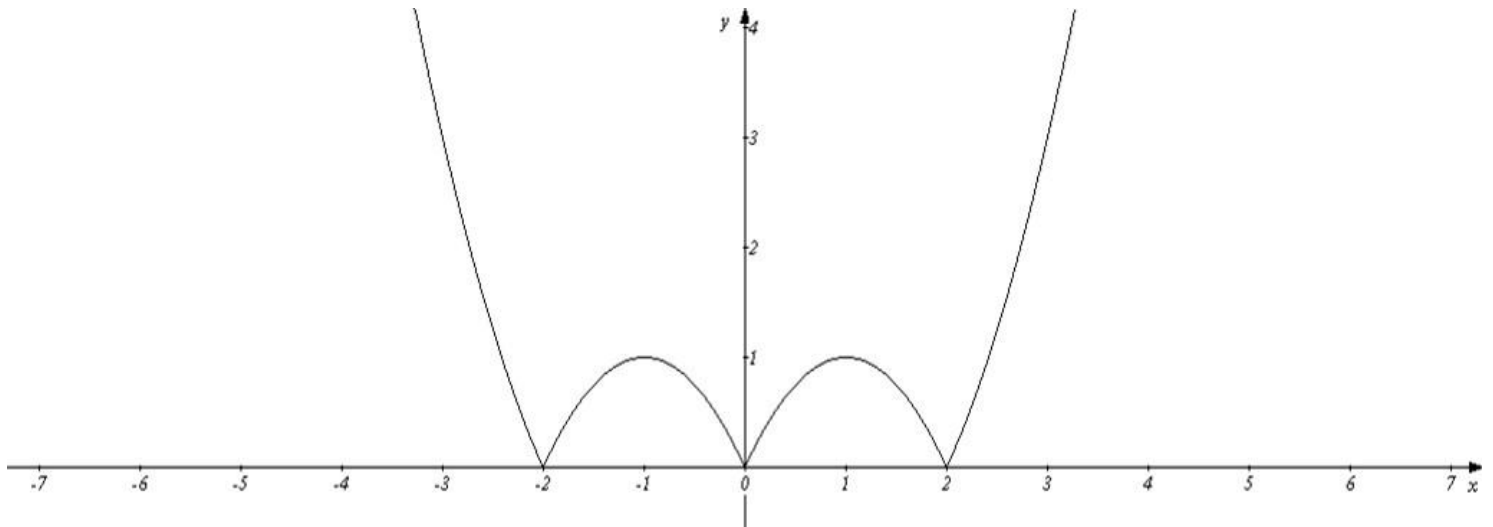


9 клас (II тур)

№1. Лукаш О.В., Пресс Е.М. Розв'язуємо задачі з параметрами-Х.: Видав. гр. „Основа”, 2007.-144 с.-(Серія „Бібліотека журналу „Математика в школах України”).

Вказівка. Побудуємо графік функції, що розташована в лівій частині рівняння.



Відповідь.

При $a < 0$ – розв'язків немає; при $a = 0$ – три розв'язки; при $0 < a < 1$ – шість розв'язків; при $a = 1$ – чотири розв'язки; при $a > 1$ – два розв'язки.

№2. Ясінський В. А. Задачі математичних олімпіад та методи їх розв'язання.- Тернопіль: Навчальна книга,-2005.- 208 с.

Розв'язання. Нехай $a = \sqrt{11+6\sqrt{n}} + \sqrt{11-6\sqrt{n}}$. Оскільки $11-6\sqrt{n} \geq 0$, то $0 \leq n < 4$. Число $a^2 = 22 + 2\sqrt{121-36n}$ також натуральне. Число $121-36n$ повинно бути непарним, бо a^2 не може давати остачу 2 при діленні на 4. Тому, n – парне число, тобто $n=2$ або $n=0$. У першому випадку $a=6$. Другий випадок відпадає, бо $a^2=44$ і тому a – не натуральне.

Відповідь. $n=2$.

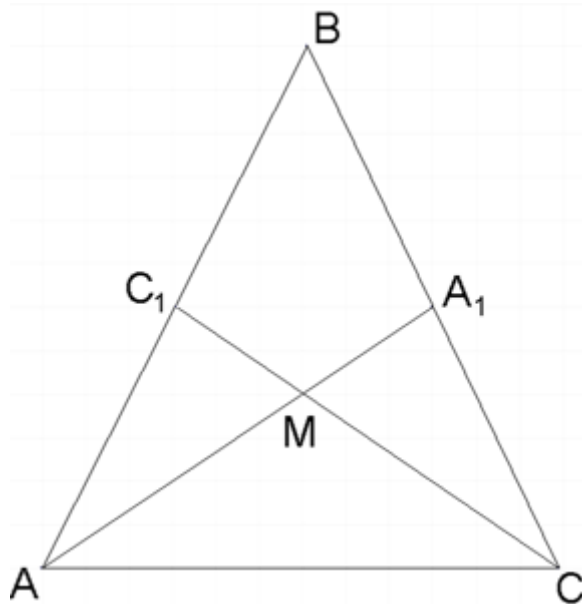
№3. Кушнір И. А. Неравенства. Задачи и решения. – К.: Астарта. – 1996.

Доведення.

$$a+b-2(ab+b\sqrt{a}+a\sqrt{b}-a^2-b^2) = a+b-2ab-2b\sqrt{a}-2a\sqrt{b}+2a^2+2b^2 = (a^2-2ab+b^2) + (a^2-2a\sqrt{b}+b) + (b^2-2b\sqrt{a}+a) = (a-b)^2 + (a-\sqrt{b})^2 + (b-\sqrt{a})^2 \geq 0.$$

№4. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. 11 клас/ М. І. Бурда, О. Я. Біляніна, О. П. Вашуленко та ін. – Х.: Гімназія, 2008. – 224 с.

Доведення.



$\triangle AC_1M \sim \triangle CA_1M$ (за двома кутами), тобто $\frac{AC_1}{CA_1} = \frac{AM}{MC} = \frac{\frac{2}{3}AA_1}{\frac{2}{3}CC_1} = \frac{AA_1}{CC_1}$. Останнє співвідношення означає, що

$\triangle AC_1C \sim \triangle CA_1A$ (сторони пропорційні, $\angle AC_1C = \angle CA_1A$). Отже, $\angle C_1AC = \angle A_1CA$, тобто $\triangle ABC$ – рівнобедрений.

№5. Ясінський В. А. Задачі математичних олімпіад та методи їх розв'язання.- Тернопіль: Навчальна книга,-2005.- 208 с.

Вказівка. Пофарбуйте дошку в шаховому порядку. Чорних клітинок буде парне число, а в кожен фігурку попаде одна або три.

Відповідь. Ні.