

### Βέλος μέσα από στρεφόμενο τροχό

Σε μια ταινία περιπέτειας, ο πρωταγωνιστής Hawkeye - δεινός τοξότης - φτάνει μπροστά από τον περιστρεφόμενο ακτινωτό τροχό ενός αεραγωγού και έχει στόχο να περάσει ένα λεπτό βέλος στην άλλη πλευρά. Ο τροχός έχει οκτώ ακτινωτά ευθύγραμμα πτερύγια και κάθε ένα έχει μήκος  $R = 30\text{cm}$ . Έτσι χωρίζεται σε οκτώ ίσους κυκλικούς τομείς. Κάθε πτερύγιο έχει σχήμα ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου, αμελητέου πάχους και πλάτους  $l = 6\text{cm}$ , με το επίπεδό τους κάθετο στο επίπεδο του τροχού. Ο τροχός στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα κάθετο στο επίπεδό του, με σταθερή συχνότητα  $f = 2,5\text{Hz}$ . Το βέλος μήκους  $d = 24\text{cm}$  θα πρέπει να κινηθεί παράλληλα με τον άξονα περιστροφής και να διαπεράσει κάθετα το επίπεδο του τροχού, χωρίς να χτυπήσει κάποιο από τα πτερύγια. Η κίνησή του θεωρείται ευθύγραμμη ομαλή και  $\pi^2 = 10$ .



(α) Υπολογίστε την περίοδο και τα μέτρα της γωνιακής ταχύτητας και κεντρομόλου επιτάχυνσης ενός οποιουδήποτε σημείου της περιφέρειας του τροχού και σχεδιάστε στο σχήμα τα αντίστοιχα διανύσματα.

(β) Ποιο είναι το ελάχιστο μέτρο  $v$  της ταχύτητας εισόδου, που πρέπει να έχει το βέλος;

(γ) Αν η αρχική απόσταση του βέλους από τον τροχό είναι  $s = 1,2\text{m}$  και τη στιγμή που εκτοξεύεται έχει απέναντί του πτερύγιο, τι θα συναντήσει φτάνοντας στον τροχό;

(δ) Έχει σημασία, πού θα περάσει οριακά το βέλος, ανάμεσα στον άξονα και την περιφέρεια του τροχού; Αν ναι, πού είναι το καλύτερο σημείο;

### Απάντηση

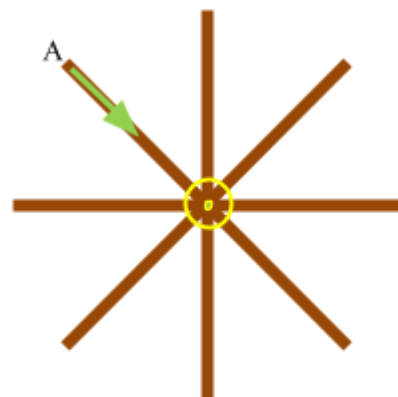
(α) Έστω ότι ο τροχός στρέφεται αντιωρολογιακά, όπως στο σχήμα 1. Η περίοδος περιστροφής είναι

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2,5} = 0,4\text{s}$$

Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας οποιουδήποτε σημείου του τροχού είναι

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,4} = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σημείου A είναι



σχήμα 1

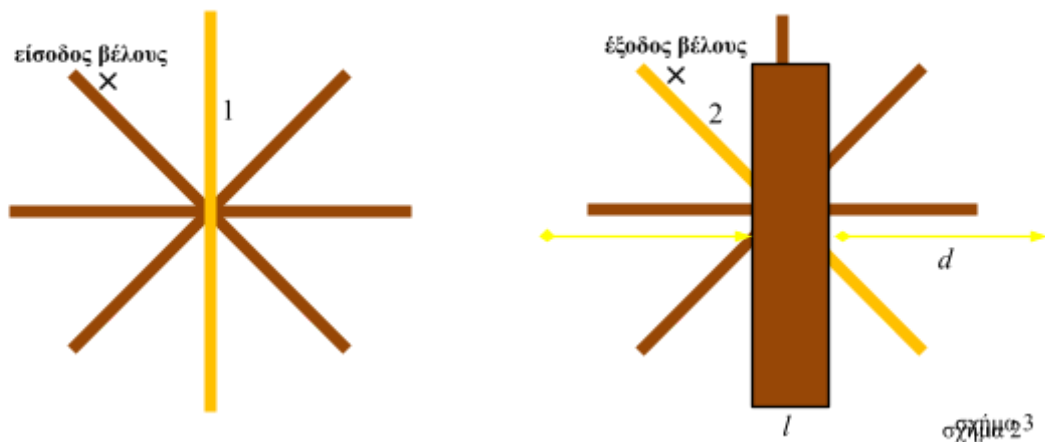
$$\alpha_{\kappa} = \omega^2 R = (5\pi)^2 \cdot 0,3 = 25\pi^2 \cdot 0,3 = 75\pi^2 / s^2$$

Τα διανύσματα  $\vec{\omega}$ ,  $\vec{\alpha}_{\kappa}$  φαίνονται στο σχήμα 1.

(β) Ας παρατηρήσουμε το σχήμα 2, όπου βλέπουμε εγκάρσια τομή της ουράς του βέλους.

Το βέλος πρέπει οριακά να εισέλθει κάθετα στην επιφάνεια του τροχού όταν η πορτοκαλί ακτίνα βρίσκεται στη θέση 1 και να εξέλθει οριακά όταν η πορτοκαλί ακτίνα βρίσκεται στη θέση 2.

Πόσο χρόνο έχει το βέλος στη διάθεσή του;



Ας δούμε το πέρασμα από το πλάι (σχήμα 3).

Το βέλος κινούμενο ευθύγραμμα και ομαλά χρειάζεται χρόνο

$$\Delta t = \frac{l+d}{v} \quad (1)$$

Ταυτόχρονα ο τροχός περιστρέφεται ομαλά κατά έναν από τους 8 ίσους κυκλικούς τομείς του, άρα

$$\Delta t = \frac{T}{8} \quad (2)$$

Από τις (1) και (2)

$$\frac{l+d}{v} = \frac{T}{8} \Leftrightarrow v = \frac{8(l+d)}{T} \quad (3)$$

Με αντικατάσταση

$$v = \frac{8 \cdot (0,06 + 0,24)}{0,4} \Leftrightarrow v = \frac{8 \cdot 0,3}{0,4} \Leftrightarrow v = 6 \text{ m/s}$$

Αυτό είναι το ελάχιστο μέτρο της ταχύτητας.

(γ) Η μύτη του βέλους χρειάζεται χρονικό διάστημα

$$\Delta t_0 = \frac{s}{v} = \frac{1,2}{6} = 0,2 \text{ s}$$

για να φτάσει στον τροχό. Σε αυτό το χρονικό διάστημα ο τροχός θα έχει στραφεί κατά

$$\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t = 5\pi \cdot 0,2 = \pi \text{ rad}$$

Δηλαδή το βέλος θα συναντήσει το αντιδιαμετρικό πτερύγιο και δεν θα περάσει...

(δ) Ας σκεφτούμε, τι επηρεάζει την ασφαλή διέλευση του βέλους; Η γωνία που θα διανύσει το πορτοκαλί πτερύγιο ή το μήκος του τόξου;

Το χρονικό διάστημα που αναφέραμε πριν, γράφεται και

$$\Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega} \quad (3)$$

$$\text{από τις (2) και (3) προκύπτει} \quad \frac{l+d}{v} = \frac{\Delta\theta}{\omega} \Leftrightarrow v = \frac{\omega(l+d)}{\Delta\theta}$$

Η σχέση αυτή μας λέει ότι η ταχύτητα διέλευσης επηρεάζεται **μόνο από τη γωνία στροφής** ανάμεσα στα πτερύγια και μάλιστα είναι αντιστρόφως ανάλογη.

Άρα δεν έχει καμιά σημασία, αρκεί να μπει στον κυκλικό τομέα ξυστά στο πτερύγιο.

### Σχόλιο

Όποιος έχει δει τι κάνουν οι υπερήρωες της Marvel, το παραπάνω είναι προπόνηση για τον **Hawkeye (Χωκάϊ)**. Το πετυχαίνει και πέφτοντας από κτίριο, ενώ τον πυροβολούν με λέιζερ εξωγήινοι... Άλλωστε στον παραπάνω σύνδεσμο, διαβάζουμε:

Ικανότητες:

Εξαιρετικός τοξότης και σκοπευτής.

Ειδήμων τακτικιστής, ακροβάτης και μάχης ένας προς έναν.

Χρήση ποικιλίας βελών με τεχνάσματα.



**Ανδρέας Ριζόπουλος**

