

Mines PSI

1/ Force d'inertie $-m \ddot{X} \vec{e}_x$; $m = -k x - mg - h - m \ddot{X}$ $0 = -kx_0 - mg$

d'où $+h/m + k/m x = -m \ddot{X}$ $\omega_0^2 = k/m$ $\sqrt{2} / \tau = h/m$

2/ $H = 1 / [1/x^2 - 1 - j \sqrt{2} / x]$

3/ $20 \lg |H| = -10 \lg [(1/x^2 - 1)^2 + 2/x^2]$

$x \rightarrow \infty \lg x \rightarrow \infty H \rightarrow 0$

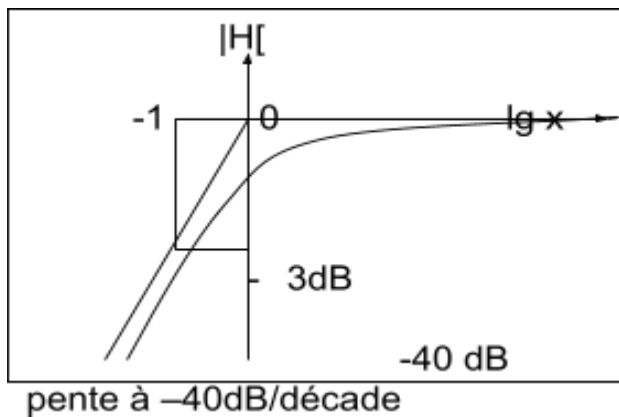
$x \rightarrow 0 \lg x \rightarrow -\infty H \rightarrow -40 \lg x$

$x \gg 1 \quad \omega \gg \omega_0$ filtre passe haut

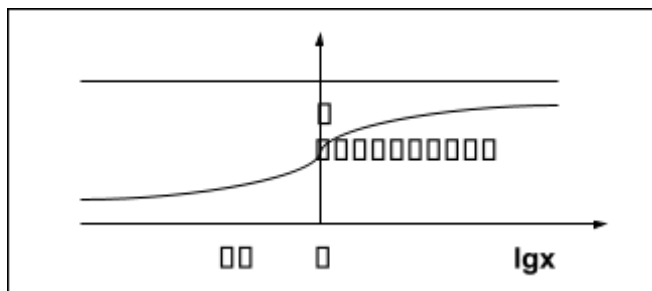
$x \ll 1 \quad \omega_0 \ll \omega$ double dérivateur

$x = 1, \lg x = 0 \quad \omega = \omega_0 \quad G = -3 \text{ dB}$

ω_0 est la pulsation de coupure à -3 dB .



$\tan \phi = \sqrt{2} x / [1 - x^2] \quad \sin \phi > 0 \quad \phi \in [0, \pi]$



5.

Tableau 1

3	3/2	2	2 π/5	/9	arctan(-6/5)	2/9
192,5°						
	5/2	1	-3 π/85	/25	arctan(-10/5)	/25
42,5°						
5						

$$x(t) = 4 \cos(\omega_0 t/2 - 2\pi \pi/5) + 3,5 \cos(\omega_0 t - 3 \pi/5) + 2 \cos(3/2 \omega_0 t + 2 \pi/5) + \cos(5/2 \omega_0 t - 3 \pi/5)$$

$$X(t) = 16,49 \cos(\omega_0 t/2 - 28,7^\circ) + 4,9 \cos(\omega_0 t + 198^\circ) + 1,95 \cos(3/2 \omega_0 t + 192,5^\circ) + 1,01 \cos(5/2 \omega_0 t + 42,5^\circ)$$

6/ Allure



7/ Pour déduire directement $X(t)$, il faut que la fréquence de coupure ω_c soit beaucoup plus faible que le fondamental soit ici $\omega_c \ll \omega_0/2$.

8/ Pour $\omega_0 T \gg 1$ il y aurait amplification de la fréquence pour $\omega \approx \omega_0$; il faut donc l'éviter

II Sismomètre à détection électromagnétique

9/

En se déplaçant l'aimant engendre une fem d'induction dans la bobine .Il apparaît une tension aux bornes de la bobine .

$$10 / R = \rho \ell / S$$

$$L = \mu_0 N^2 S / d \quad ; \quad L = \mu_0 \ell^2 / \pi d$$

$$11 / e = B_0 \ell$$

$$12 / e \cdot i + F_c = 0 \quad ; \quad F_c = - B_0 \ell \cdot i$$

$$13 / m \ddot{x} + kx = - B_0 \ell I - m \ddot{X}$$

$$14 / L di/dt + Ri = B_0 \ell \dot{X}$$

$$15 / \frac{d}{dt} [1/2 m \dot{x}^2] + \frac{d}{dt} [1/2 k x^2] + \frac{d}{dt} [1/2 L i^2] = - m \ddot{X} \cdot \dot{x} - Ri^2$$

$$\frac{d}{dt} [E_C + E_p + E_{em}] = P_J \text{ (Puissance dissipée) par effet joule} + P_m \text{ (puissance mécanique due aux tremblements du socle)}$$

16/

$$H = -j \omega^3 \sqrt{L_0} k / [(\omega_0^2 - \omega^2)(jL_0 \omega + R) + j \omega \cdot \omega_0^2 L_0]$$

$$\omega \rightarrow 0 \quad H \rightarrow (j \omega)^3 B_0 / \omega_0^2 R \quad \text{triple intégrateur}$$

$$\omega \rightarrow \infty \quad H \rightarrow B_0 / L \quad \text{filtre passe haut}$$

$$17 / \omega_0 \text{ est petit et fortement amorti } \omega_0 \tau \ll 1 \text{ dpnc le choix semble judicieux}$$

III

$$18 / I = I_0 [1 + \cos 4 \pi x / \lambda]$$

$$19 / I = 2 I_0 [1 + \cos(\Delta k \cdot x) \cos(4 \pi x / \lambda_m)]$$

$$20 / V = \cos(\Delta k \cdot x)$$

$$21 / \Delta f = c / 2 \Delta x$$

22 / On choisit une raie de l'hydrogène dans le visible par exemple .

$\Delta \lambda = \lambda^2 / 2 \Delta x$; On ne peut pas dépasser la longueur de cohérence de la radiation .

Prenons : $\Delta x = 10 \mu\text{m}$ $\lambda \approx 500 \text{ nm}$ $\Delta \lambda \approx 12,5 \text{ nm}$.