

PARTIE A : PIEZOELECTRICITE

A-1 Propriétés fondamentales

A-1a $V = \frac{\alpha F}{C}$ et $p = \frac{CV}{\alpha S}$ AN : si $V = 1V$ $p = 4.10^4 Pa$

A-1b $p = \frac{CV}{\alpha S}$ donc $\frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta V}{V}$

En considérant une pression initiale de 1 bar, pour une variation de pression de 0,01 bar (ordre de grandeur des variations de pression atmosphérique), on obtient $\frac{\Delta V}{V} = 0,01$ ce qui est difficile à détecter

A-1c Par pression, on produit une tension et un courant électrique qui se manifeste sous forme d'étincelles

A-2 $\frac{\Delta L}{L} = \frac{F}{ES} = \frac{CV}{\alpha ES}$ donc $V = \frac{\alpha ES \Delta L}{LC} = 2.10^4 V$ valeur trop élevée !

Modélisation microscopique

A-3 Il y a n molécules par unités de longueur. Les molécules sont distantes de a : $a n = 1$

Soit une surface S rectangulaire qui a pour longueur L et largeur l $S = L l$

Il y a n molécules par unités de longueur, on a donc nL molécules sur une longueur L et nl molécules sur une largeur l soit $n^2 L l$ molécules sur une surface S.

On a donc $\frac{Ll}{a^2} = \frac{S}{a^2}$ molécules sur une surface S donc on agit sur $\frac{S}{a^2}$ ressorts perpendiculaires en exerçant une force F sur une surface S

Question hors programme

Soit une maille élémentaire : cube d'arête a avec à chaque sommet une molécule, ce cube contient 8 molécules mais chaque molécule appartient à 8 cubes, on a donc 1 molécule par maille élémentaire soit :

$$\rho = \frac{\frac{M}{N_A}}{a^3} = \frac{M}{N_A a^3}$$

A-4 $F = k_{eq} \varepsilon$ avec $k_{eq} = \frac{S}{a^2} k$ (on a S/ a^2 ressorts en parallèle) : $F = \frac{k S \varepsilon}{a^2}$

A-5 Sur une longueur $L = na$, on a nL ressorts en série qui subissent chacun un raccourcissement de ε .

On a donc globalement un raccourcissement de $\Delta L = n \varepsilon$ soit $\frac{\Delta L}{L} = \frac{n \varepsilon}{na} = \frac{\varepsilon}{a}$

A-6 $\frac{\Delta L}{L} = \frac{F}{E.S} = \frac{kS\varepsilon}{a^2ES} = \frac{k\varepsilon}{a^2E} = \frac{\varepsilon}{a} \text{ donc } E = \frac{k}{a}$ k en N.m⁻¹ ; a en m ; E en N.m⁻²
La formule est homogène

A-7 $a = \left(\frac{M}{\rho N_A} \right)^{\frac{1}{3}} = 3,35.10^{-10} \text{ m}$

$n = \frac{1}{a} = 2,98.10^9 \text{ m}^{-1}$
 $k = Ea = 2,38.10^{20} \text{ N.m}^{-1}$

Amplification

A-8 L'A.O. est idéal: $v_- = v_+$ $v_+ = v_e$
$$v_s = \frac{(R_1 + R_2)}{R_1} v_e$$

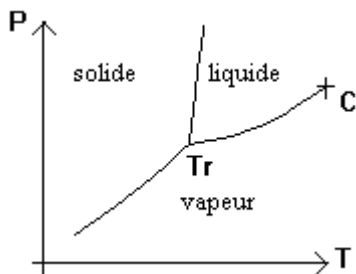
Donc $v_- = v_e$ Donc (diviseur de tension)

A-9 C' est un montage amplificateur non inverseur

PARTIE B : UN PEU D'OCEANOGRAPHIE

Le changement d'état solide-liquide

B-1



Les courbes représentent l'ensemble des points (P,T) de coexistence du corps pur sous deux phases.
Elles délimitent des domaines où le système est monophasé.
 T_r : point triple où les 3 phases coexistent.
C : point critique au-delà duquel on ne distingue plus le liquide du gaz : état supercritique.

B-2 Considérons les phases (1) et (2) en équilibre dans les conditions (T, P) : $\mu_{1(T,P)} = \mu_{2(T,P)}$

Sur la courbe de changement de phase : $d\mu_1 = d\mu_2 \Rightarrow v_1^* dP - s_1^* dT = v_2^* dP - s_2^* dT$

v_i^* est le volume molaire du corps pur dans la phase i et s_i l'entropie molaire du corps pur dans la phase i.
 $(v_2^* - v_1^*) dP = (s_2^* - s_1^*) dT$

or : $s_2^* - s_1^* = \frac{L_{1 \rightarrow 2}}{T}$ où $L_{1 \rightarrow 2}$ est l'enthalpie molaire de changement de phase 1 $\rightarrow$ 2

$$L_{1 \rightarrow 2} = T(v_2^* - v_1^*) \left(\frac{dP}{dT} \right)_{\text{équilibre } 1 \leftrightarrow 2} \quad \text{ou} \quad L_{1 \rightarrow 2, \text{massique}} = T(v_2 - v_1) \left(\frac{dP}{dT} \right)_{\text{équilibre } 1 \leftrightarrow 2}$$

d'où :

B-3a $\left(\frac{dP}{dT} \right)_{\text{équilibre } S \leftrightarrow L} = \frac{\Delta H_F}{T(v_L - v_S)} = -1,35.10^7 \text{ Pa.K}^{-1}$

B-3b

En assimilant la courbe de fusion à une droite : $\frac{\Delta P}{\Delta T} = \left(\frac{dP}{dT} \right)_{\text{équilibre 1} \leftrightarrow 2} \Rightarrow \Delta T = \frac{\Delta P}{\left(\frac{dP}{dT} \right)_{\text{équilibre 1} \leftrightarrow 2}} = -7,40$ K
 C'est une valeur très faible, liée à la très grande pente (en valeur absolue) de la courbe de fusion.

Pression sous-marine

B-4 Vectoriellement : $\vec{\text{grad}}P = \vec{\rho g}$ Algébriquement : $\frac{dP}{dz} = -\rho g$ (z vers le haut)
 Considérant que le liquide qui constitue l'océan est incompressible : $P(z) = P_0 - \rho g z$.

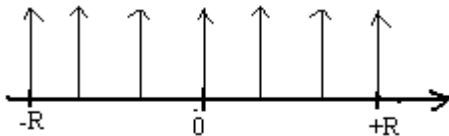
B-5 10 mètres d'eau équivalent à une augmentation de pression : $\Delta P = \rho g |z| = 9,8 \cdot 10^4 \text{ Pa} \approx 1 \text{ bar}$, quantité égale à la pression atmosphérique.

B-6 $\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$; A température constante : $\frac{dV}{V} = -\chi_T dP \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = -\chi_T \Delta P = -\chi_T \rho g |z| = -2 \cdot 10^{-4}$

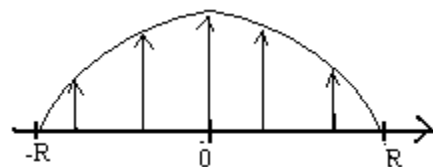
Cette valeur extrêmement faible justifie le fait de considérer l'eau comme incompressible

Une source sous-marine

B-7 Fluide parfait : vitesse uniforme



Fluide visqueux : profil parabolique



La viscosité caractérise la résistance à l'écoulement d'une substance déformable ; les forces de viscosité sont des forces de frottement s'opposant au glissement des couches de fluide les unes par rapport aux autres.

B-8 Conditions de validité de la loi de Poiseuille : écoulement laminaire, permanent, dans un champ de pesanteur uniforme, d'un fluide incompressible newtonien.

$D_v = \pi R^4 \frac{\Delta \hat{P}}{8 \eta L}$ avec $\hat{P} = P + \rho g z$ d'où $\Delta \hat{P} = \hat{P}(z) - \hat{P}(z+L) = \Delta P - \rho g L$

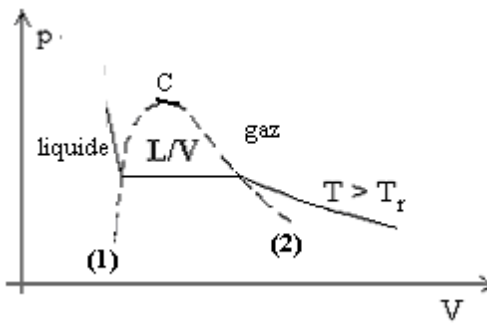
B-9a Quand $\Delta P = \rho g L$, il n'y a pas d'écoulement possible (cas statique).

B-9b $\Delta P - \rho g L = \frac{8 \eta L D_v}{\pi R^4} = 1,95 \text{ Pa}$; Cette valeur est extrêmement faible.

B-9c Vitesse moyenne : $v_m = \frac{D_v}{S} = \frac{D_v}{\pi a^2} = 0,51 \text{ m.s}^{-1}$

Nombre de Reynolds : $\Re = \frac{\rho v_m \cdot 2a}{\eta} = 2,5 \cdot 10^5$; Valeur très élevée qui correspond à un écoulement turbulent : l'hypothèse de validité de la loi de Poiseuille est donc fautive !

C-1



Mélange diphasé : coexistence de deux phases (liq- vap)

Palier de changement d'état : A une température donnée, le changement d'état se fait à pression constante correspondant à un palier horizontal dans le diagramme ci- dessus.

Courbe de rosée : courbe (2) : lieu des points de liquide saturant

Courbe d'ébullition : courbe (1) : lieu des points de vapeur saturante

Point critique C

C-2 $\Delta h = L_{vap} = 2,24.10^6 J.kg^{-1}$ (valeur très grande)

$$\Delta s = \frac{L_{vap}}{T} = 6005 J.K^{-1}.kg^{-1} \quad (\Delta s > 0 \text{ car on passe d'une phase liquide ordonnée à une phase désordonnée})$$

C-3 A pression extérieure constante, on a $Q = \Delta h = L_{vap}$ or : $\Delta s = s_c + s_e$

$$s_e = \frac{Q}{T} = \frac{\Delta h}{T} = \Delta s \quad \text{donc} \quad s_c = 0 J.K^{-1}$$

Stockage des fluides

C-4

Pour le propane : $\mu_{vap} = \frac{p_{satpro} M_{pro}}{RT} = 12,6 kg.m^{-3}$ $\mu_{liq} = 515 kg.m^{-3}$

Pour le butane : $\mu_{vap} = \frac{p_{satbut} M_{but}}{RT} = 2,6 kg.m^{-3}$ $\mu_{liq} = 585 kg.m^{-3}$

$$\mu_{moybout} = \frac{5}{0,35.\pi.0,15^2} = 202 kg.m^{-3}$$

Pour les deux corps purs on a : $\mu_{vap} \gg \mu_{moy} \gg \mu_{liq}$

Donc dans les deux bouteilles on a un mélange liquide – vapeur. La pression dans chacune des bouteilles est la pression de vapeur saturante du corps pur à la température considérée ;

pour le butane $P = P_{satbut} = 1,1 \text{ bar}$ et pour le propane $P = P_{satprop} = 7 \text{ bar}$

C-5 $P_{sat} > P_{atm}$ il faut donc un détendeur pour que le gaz sorte à la pression atmosphérique

C-6 Considérons n moles de gaz supposé parfait s'échappant de la bouteille. On suppose que la détente est adiabatique réversible, on peut donc appliquer la loi de Laplace au système constitué de ces n moles.

Etat initial : P_{sat}, T_o Etat final : P_{atm}, T_f

On peut donc écrire : $P_{sat}^{(1-\gamma)} T_o^\gamma = P_{atm}^{(1-\gamma)} T_f^\gamma$

$$T_f = T_o \left(\frac{P_{sat}}{P_o} \right)^{\frac{(1-\gamma)}{\gamma}} < T_o \quad \text{car } P_{sat} > P_o \text{ et } \frac{(1-\gamma)}{\gamma} < 0$$

il y a donc un refroidissement au niveau du détendeur.

Pression dans un gaz

C-7

D'après l'équation d'état des gaz parfaits : $\rho = \frac{pM}{RT}$ or $\frac{(n-1)M}{\rho} = Cte = C$

$$\frac{(n-1)M}{\rho} = \frac{(n-1)MRT}{pM} = \frac{(n-1)RT}{p} = C$$

Donc $\frac{(n-1)T}{p} = \frac{C}{M} = cte'$

$$(n-1) = \frac{cte' p}{T}$$

lorsque P tend vers 0, l'indice tend vers 1, ce qui est cohérent puisque on se rapproche du vide.

C-8

Soit un gaz réel de volume V, pression P. Dans le modèle de Van der Waals, b représente le volume occupé par les molécules et le volume du gaz parfait correspondant serait $V_{\text{gaz parfait}} = (V-b)$ représentant donc le volume « disponible ».

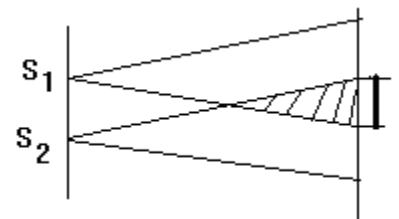
$P_{\text{gaz réel}} < P_{\text{gaz parfait}}$ à cause des interactions attractives entre particules correspondant au terme $\frac{a}{V^2}$

La pression du gaz parfait correspondant serait de $P_{\text{gaz parfait}} = \left(p + \frac{a}{V^2}\right)$

PARTIE D : PROPRIETES OPTIQUES

D-1

Zone d'interférence : partie commune aux deux faisceaux diffractés par S_1 et S_2 . Elle est représentée en gras sur l'écran.



D-2 Voir le cours : $\delta = [S_2M] - [S_1M] = \frac{ax}{D}$ dans un milieu d'indice 1.

or : $\tan \alpha \approx \alpha = \frac{x}{D} \Rightarrow \delta = a\alpha$

Intensité lumineuse :
$$I(M) = \frac{I_0}{2} \left(1 + \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \right) = \frac{I_0}{2} \left(1 + \cos 2\pi \frac{ax}{\lambda D} \right) = \frac{I_0}{2} \left(1 + \cos 2\pi \frac{a\alpha}{\lambda} \right)$$

I est maximale pour un ordre d'interférence p entier : $\delta = p\lambda$; Δx est la distance qui sépare deux franges

consécutives de même intensité : $\frac{ax}{D} = p\lambda$ et $\frac{a(x + \Delta x)}{D} = (p+1)\lambda \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda D}{a}$

D-3 AN : $D = \frac{a\Delta x}{\lambda} \Rightarrow D = 1,69 \text{ m}$ (on vérifie $D \gg a$ et Δx)

D-4

Calcul de la nouvelle différence de marche δ' à partir de δ :

$$\delta' = [S_2M] - [S_1M] = (n_2 - n_1)d + \delta = (n_2 - n_1)d + \frac{ax}{D}$$

$\delta' - \delta = (n_2 - n_1)d$ ce qui correspond à une translation de la figure ; en calculant la variation de l'ordre

d'interférence, on trouve le nombre de franges ayant défilé en M soit : $N = \frac{(n_2 - n_1)d}{\lambda}$

$$n_2 - n_1 = \frac{\lambda}{d} = 0,59 \cdot 10^{-6}$$

D-5 Pour $N = 1$, alors :

D-6 En supposant que cette variation de pression est très petite ($\Delta P \ll P$) et en différenciant la loi de

Gladstone à température fixée : $\frac{dn}{n-1} - \frac{dP}{P} = 0$ d'où $dP = P \frac{dn}{n-1}$

AN : $dP = 2,17 \cdot 10^{-3} \text{ bar}$

D-7 Différentions la loi de Gladstone en faisant aussi varier la température : $\frac{dn}{n-1} + \frac{dT}{T} - \frac{dP}{P} = 0$

On veut que dT/T soit négligeable devant les autres termes, il faut donc que :

$$\frac{dn}{n-1} = 2,2 \cdot 10^{-3}$$