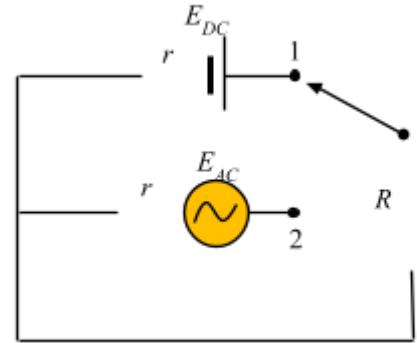


Από συνεχές σε εναλλασσόμενο θέλει προσοχή

Η αντίσταση $R = 3\Omega$, του διπλανού σχήματος βρίσκεται στο όριο υπερθέρμανσης και καταστροφής, όταν καταναλώνει ισχύ $P = 27W$. Με τον διακόπτη στη θέση 1, συνδέουμε την πηγή συνεχούς, που έχει εσωτερική αντίσταση $r = 1\Omega$.



α) Ποια πρέπει να είναι η μέγιστη ΗΕΔ E_{DC} αυτής της πηγής;

Θέλουμε να μεταφέρουμε τον διακόπτη στη θέση 2, συνδέοντας πηγή εναλλασσόμενης τάσης, που προέρχεται από στρεφόμενο ορθογώνιο πλαίσιο, με διαστάσεις $a = 30cm$, $b = 40cm$, μέσα σε μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 0,01T$ κάθετα στον άξονα περιστροφής του. Το πλαίσιο έχει $N = 1000$ σπείρες, συνολική εσωτερική αντίσταση $r = 1\Omega$ και στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\omega = 10\sqrt{2}rad/s$.

β) Κάποιος ισχυρίζεται ότι δεν πρέπει να το κάνουμε γιατί ο αντιστάτης θα λειώσει. Έχει δίκιο;

γ) Να γράψετε την εξίσωση $i = f(t)$ του εναλλασσόμενου ρεύματος, που θα παρέχει αυτή η πηγή σε συνάρτηση με το χρόνο, αν την $t_0 = 0s$, $i = 0A$ και το εμβαδικό διάνυσμα του πλαισίου είναι ομόρροπο με το διάνυσμα \vec{B} . Στη συνέχεια να την παραστήσετε γραφικά για μια περίοδο στο ίδιο σύστημα αξόνων με το αντίστοιχο ρεύμα I_{DC} , που παρέχει η πηγή συνεχούς.

δ) Ποιες χρονικές στιγμές στη διάρκεια της πρώτης ημιπεριόδου έχουμε $i = I_{AC}$; Σε τι ποσοστό του χρόνου μιας περιόδου αντιστοιχεί ο συνολικός χρόνος υπέρβασης του ορίου ρεύματος;

ε) Τι αλλαγές θα προτείνατε για την πηγή στρεφόμενου πλαισίου, ώστε να παρέχει την επιτρεπόμενη τάση στην αντίσταση;

στ) Αν υπολογίζαμε τη μέση ισχύ θα μπορούσαμε να εξετάσουμε αν κινδυνεύει να καταστραφεί ο αντιστάτης;

Απάντηση

Η ισχύς που καταναλώνει η αντίσταση είναι

$$P = I^2 R \Leftrightarrow I = \sqrt{\frac{P}{R}} \Leftrightarrow I = 3A$$

Ο νόμος Ohm στο κλειστό κύκλωμα δίνει

$$E = I \cdot R_{ολ} \Leftrightarrow E = I \cdot (R + r) \Leftrightarrow E = 12V$$

β) Το πλάτος E_{AC} της εναλλασσόμενης ΗΕΔ που παράγει το πλαίσιο είναι

$$E_{AC} = NBA\omega = NBa\beta\omega = 10^3 \cdot 10^{-2} \cdot 30 \cdot 10^{-2} \cdot 40 \cdot 10^{-2} \cdot 10\sqrt{2} = 12\sqrt{2}V$$

Αυτό έχει σαν συνέπεια το πλάτος του εναλλασσόμενου ρεύματος στο κύκλωμα να είναι

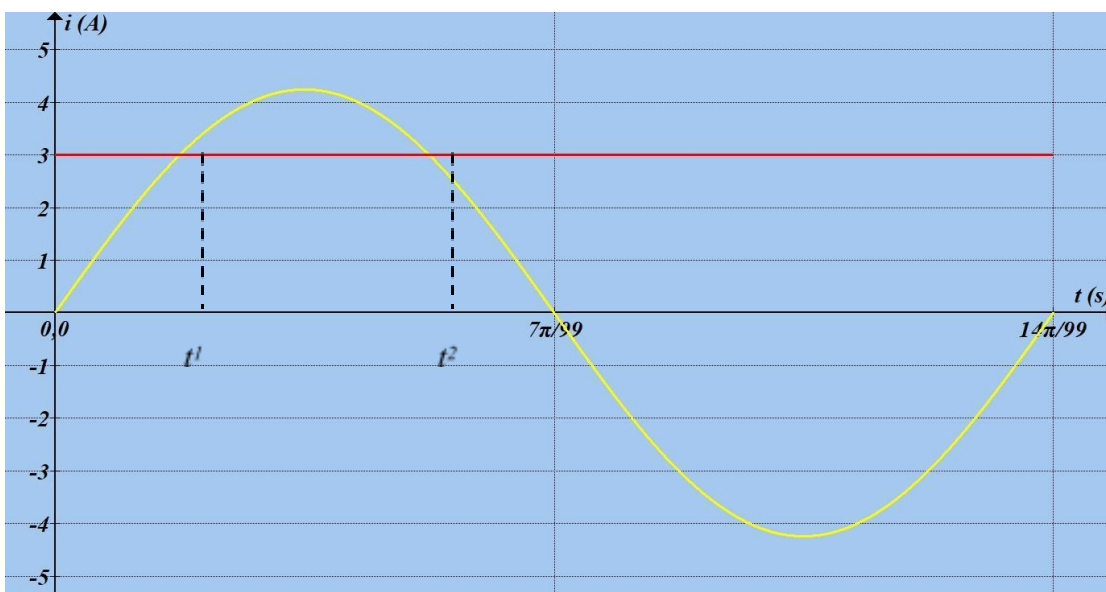
$$I_{AC} = \frac{E_{AC}}{R_{o\lambda}} = \frac{12\sqrt{2}}{4} = 3\sqrt{2}A$$

Άρα περιοδικά θα έχουμε ένταση ρεύματος στον αντιστάτη πάνω από το όριο των 3A με σίγουρη καταστροφή του.

γ) Η εξίσωση του εναλλασσόμενου ρεύματος θα είναι

$$i = I_{AC} \cdot \eta\mu(\omega t) \Leftrightarrow i = 3\sqrt{2} \cdot \eta\mu(10\sqrt{2}t) \text{ (S.I.)} \quad \text{με περίοδο} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{10} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,1\pi\sqrt{2}s$$

Η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι



δ) Μπορούμε να υπολογίσουμε τις χρονικές στιγμές με το στρεφόμενο διάνυσμα, αφού η εξίσωση είναι ανάλογη με εκείνη της θέσης ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή, χωρίς αρχική φάση (σχήμα 1).

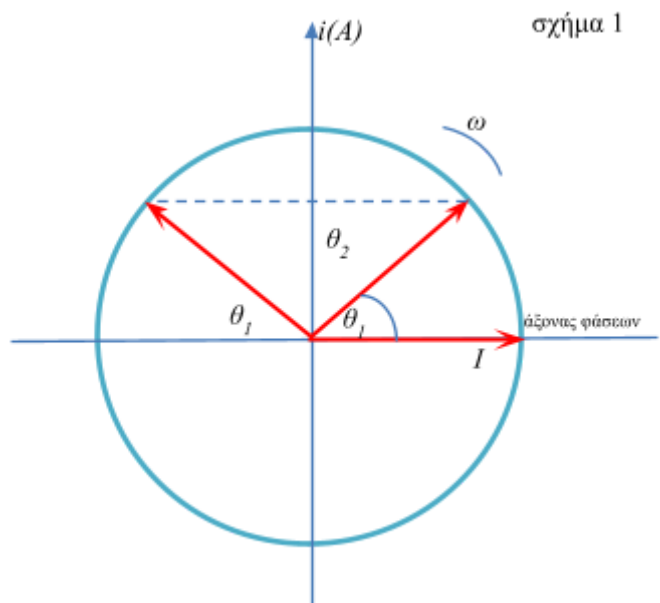
$$\eta\mu\theta_1 = \frac{3}{3\sqrt{2}} \Leftrightarrow \eta\mu\theta_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$\theta_1 = \omega \cdot t_1 \Leftrightarrow t_1 = \frac{\theta_1}{\omega} \Leftrightarrow t_1 = \frac{\pi/4}{10\sqrt{2}} \Leftrightarrow t_1 = \frac{\pi}{80}\sqrt{2}s$$

$$\theta_2 = \omega \cdot t_2 \Leftrightarrow t_2 = \frac{\theta_2}{\omega} \Leftrightarrow t_2 = \frac{3\pi/4}{10\sqrt{2}} \Leftrightarrow t_2 = \frac{3\pi}{80}\sqrt{2}s$$

Μην ξεχνάμε ότι θα υπάρχουν και δυο αντίστοιχες χρονικές στιγμές στη δεύτερη ημιπερίοδο. Το συνολικό χρονικό διάστημα θα είναι

$$\Delta t = 2(t_2 - t_1) = \frac{4\pi}{80}\sqrt{2} = \frac{\pi}{20}\sqrt{2}s$$



$$\frac{\Delta t}{T} \cdot 100 = \frac{(\pi / 20)\sqrt{2}}{0,1\pi\sqrt{2}} \cdot 100 = 50\%$$

Το ποσοστό χρόνου είναι

δηλαδή για μισή περίοδο το ρεύμα είναι πάνω από το όριο!

ε) Θα έπρεπε το πλάτος της έντασης του ρεύματος να είναι το πολύ $I_{max} = 3A$, άρα το πλάτος της εναλλασσόμενης ΗΕΔ $E_{max} = I_{max}(R+r) = 12V$.

Για να το επιτύχουμε θα μπορούσαμε να μειώσουμε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλαισίου, αφού οτιδήποτε άλλο αφορά τα κατασκευαστικά χαρακτηριστικά του.

$$E_{max} = NB\alpha\beta\omega_{max} \Leftrightarrow \omega_{max} = \frac{E_{max}}{NB\alpha\beta} = \frac{12}{10^3 \cdot 10^{-2} \cdot 12 \cdot 10^{-2}} = 10 \text{ rad / s}$$

στ) Η μέση ισχύς που καταναλώνει ο αντιστάτης στο εναλλασσόμενο ρεύμα είναι

$$\bar{P} = I_{ev}^2 \cdot R = 3^2 \cdot 3 = 27W \text{ ίση με αυτή που καταναλώνει στο συνεχές ρεύμα.}$$

Άρα δεν φαίνεται να υπάρχει πρόβλημα!

Αν όμως υπολογίζαμε το πλάτος της στιγμιαίας ισχύος

$$P_{AC} = I_{AC}^2 \cdot R = (3\sqrt{2})^2 \cdot 3 = 54W, \text{ θα βλέπαμε ότι είναι διπλάσια από την επιτρεπόμενη.}$$

Ανδρέας Ριζόπουλος