الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية: طارق بن زياد - عين طاية

الفرض الثاني للثلاثي الثاني لقسم السنة الثانية رياضيات

المادة: رياضيات — المدة: 1سا و30د

نص التمارين	العلامة مجزأة	العلامة كاملة

التمرين الأول:

نعتبر المتتاليتان (u_n) و (v_n) معرفتان من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بِـ :

$u_n = \sin\frac{1}{n^2} + \sin\frac{2}{n^2} + ... + \sin\frac{n}{n^2}$ و $v_n = \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + ... + \frac{n}{n^2}$.

1) أثبت أن المتتالية (v_n) متقاربة ونهايتها هي $\frac{1}{2}$.

2) نعتبر الدوال f , g و h المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بِـ :

$f : x \mapsto x - \sin x$ ؛ $g : x \mapsto -1 + \frac{x^2}{2} + \cos x$ ، $h : x \mapsto -x + \frac{x^3}{6} + \sin x$.

- أدرس اتجاه تغير لكل من الدوال f ، g و h مبيّنا أن كل من هذه الدوال موجبة، (لاحظ أنه توجد علاقة بين هذه الدوال).

3) برر أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $1^3 + 2^3 + ... + n^3 \leq n^4$.

استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $v_n - \frac{1}{6} \times \frac{1}{n^2} \leq u_n \leq v_n$.

4) أثبت أن المتتالية (u_n) متقاربة ، وما هي نهايتها ؟

التمرين الثاني:

التمرين الثالث:

بسّط مايلي:

1) $A = \cos\frac{\pi}{5} + \sin\frac{\pi}{5} + \cos\frac{4\pi}{5} - 2\sin\frac{4\pi}{5} + \cos\frac{3\pi}{10}$

2) $B = \cos^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{7\pi}{8} + \cos^2\frac{5\pi}{8}$

إعداد أستاذ المادة - رزيق.