

Районная математическая олимпиада школьников
1 апреля 2010 г

5 класс

1. Определите, какие цифры обозначены буквами в примере, если различные буквы обозначают различные цифры:

$$\begin{array}{r} \text{ДОМНА} \\ + \text{ДОМНА} \\ \hline \text{ДОМНА} \\ \hline \text{ЗАВОД} \end{array}$$

2. В семье четверо детей, которым 5, 8, 13 и 15 лет. Их зовут Алла, Борис, Вера и Галя. Сколько лет каждому, если одна девочка ходит в детский сад, Алла старше Бориса, а сумма возрастов Аллы и Веры делится на 3?
3. Чтобы перевезти уголь, заводу нужно 10 трехтонных машин на 10 дней при условии, что каждая машина будет делать по 15 выездов в день. Какой грузоподъемности надо взять машины, чтобы 15 машинами перевезти уголь за 5 дней, делая в день по 10 выездов?
4. Однажды мачеха дала Золушке два ведра объемами 5 и 9 литров и сказала ей принести из колодца ровно 3 литра воды. Покажите, как Золушка справилась с задачей.

5. В двух классах 70 учеников. В одном классе $\frac{7}{17}$ учеников получили за контрольную работу по математике 6 баллов, а в другом – $\frac{2}{9}$ получили за контрольную работу по математике 8 баллов. Сколько учеников в каждом классе?

6. Малыш и Карлсон по очереди достают из коробки конфеты, при этом каждый берет на одну конфету больше или меньше, чем перед этим взял другой, не брать конфеты из коробки в свою очередь нельзя. Вначале в коробке было 25 конфет и Малыш и Карлсон договорились, что тому, кто возьмет последнюю конфету, достанется торт. Всегда ли Карлсон, который первым берет конфеты, сможет выиграть торт, если вначале он имеет право взять 1 или 2 конфеты?

Пользоваться калькулятором не разрешается.
Время выполнения работы 2,5 часа

Районная математическая олимпиада школьников

1 апреля 2010 г

Указания к решению

5 класс

1. **Ответ:**

$$\begin{array}{r} 12607 \\ + 12607 \\ \hline 12607 \\ \hline 37821 \end{array}$$

2. **Ответ:** Алле 13 лет, Борису 8 лет, Вере 5 лет, Гале 15 лет.

Девочке, которая ходит в сад, очевидно, 5 лет. Так как Алла старше Бориса, то либо ей 15, а Борису 13, либо ей 13, а Борису 8 лет. Поскольку сумма числа 15 и любого из чисел 5, 8 и 13 не делится на 3, а суммы $13 + 5$ и $13 + 8$ делятся на 3, то Алле 13 лет. Тогда Борису 8, Вере 5, Гале 15 лет.

3. **Ответ:** грузоподъемностью 6 тонн.

Если каждая из 10 машин делает в день по 15 выездов, то все машины сделают за день $10 \cdot 15 = 150$ выездов. За 10 дней они сделают 1500 выездов. Если же машин будет 15 и они будут делать в день по 10 выездов, то за 5 дней они сделают $15 \cdot 10 \cdot 5 = 750$ выездов, то есть в два раза меньше. Значит, грузоподъемность их должна быть в два раза больше, то есть машины грузоподъемностью 6 тонн.

4. **Решение:**

Составим таблицу последовательности переливаний.

9-литровое ведро	9 ↑	4 ↓	4	0 ↓	9 ↑	8	8	3 ↓	3
5-литровое ведро	0	5	0	4	4	5	0	5	0
Колодец (сток)									

Стрелки указывают на то, что вода налита из колодца или вылита в сток. Таким образом, Золушка принесла домой 3 литра воды.

5. **Ответ:** 34 и 36 учеников.

Так как $\frac{7}{17}$ от количества учеников в первом классе – число целое, число учеников этом классе должно делиться на 17. Аналогично количество учеников в другом классе должно делиться на 9. Рассматривая все случаи, получаем, что в одном классе 34 ученика, в другом – 36.

6. **Ответ:** Всегда.

Первым ходом (и всеми последующими) Карлсон возьмет одну конфету, тогда Малыш имеет право брать только по 2 конфеты. После каждого «круга» число конфет уменьшается на 3. Остаток от деления 25 на 3 равен 1, то есть после 8 полных «кругов» к ходу Карлсона останется 1 конфета, которую он и заберет.