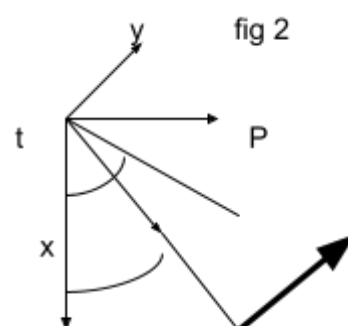
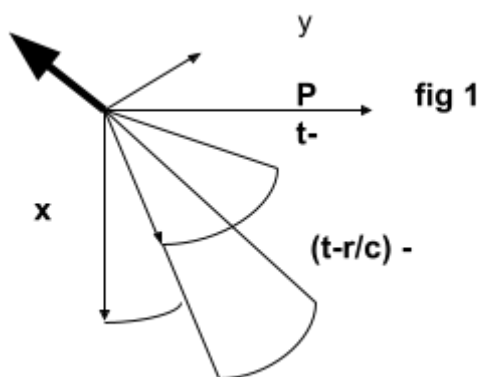


	Tpe96rayonnement
1.1	$\vec{A} = \frac{j\omega a \mu_0 q}{4\pi r} e^{j\omega(t-r/c)} ; \quad \vec{OP} = a \cdot e^{j\omega t}$
1.2	$V = \frac{ac^2 \mu_0 q}{4\pi r^2} \cdot \cos \theta \cdot (1 + j\omega r / c) \cdot e^{j\omega(t-r/c)}$
1.3	a / $\vec{E} = -\text{grad}V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}; \quad \vec{E} = -\frac{a\omega^2 \mu_0 q}{4\pi r} \cdot \sin \theta \cdot e^{j\omega(t-r/c)} \cdot \vec{e}_\theta$ b / E est polarisé selon $\vec{e}_\theta$ dans le plan contenant O, P, M c / La pulsation de l'onde est $k = (\omega / c) \cdot \vec{e}_r$
1.4	$\vec{B} = -\frac{a\omega^2 \mu_0 q}{4\pi r c} \cdot \sin \theta \cdot e^{j\omega(t-r/c)} \cdot \vec{e}_\phi$ $\vec{B}$ est orthogonal au plan (O, P, M) $= \vec{E} \wedge \vec{e}_r / c$
1.5	a / $\Pi = 1 / 2 \cdot \text{partie Ré elle} \left\{ \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}^*}{\mu_0} \right\}; \quad \Pi = \frac{a^2 \omega^4 \mu_0 q^2 \sin^2 \theta}{32 \cdot \pi^2 r^2 c}$ b / $P = \iiint_s \Pi \cdot 2 \cdot \pi \cdot r^2 \sin \theta \cdot d\theta ; \quad P = \frac{a^2 \omega^4 \mu_0 q^2}{12 \cdot \pi \cdot c}$ c / La charge émet de l'énergie dans la direction privilégiée $\theta = \pi / 2$
1.6	a/ l'énergie du dipôle est $\mathcal{E} = 2 E_K = m \cdot v^2$ donc $\langle \mathcal{E} \rangle = 1/2 m \omega^2 a^2$ Le dipôle perd une puissance P en moyenne : $d \langle \mathcal{E} \rangle / dt = -P \quad da / dt + a [\omega^2 \mu_0 q^2 / 12 \pi c \cdot m] = 0$ b) $a = a_0 \exp - t / \tau_0$ Avec $t_0 = 12 \pi \cdot c \cdot m / \omega^2 \mu_0 q^2$ c) $a = a_0 / 10 ; \tau = \tau_0 \cdot \ln 10 \quad \tau = 7,3 \text{ ns.}$ La vitesse d'amortissement est grande devant la période $T = 6,3 \cdot 10^{-16} \text{ s}$
1.7	$(\vec{OP} \wedge \vec{r}) \wedge \vec{r} = r^2 \vec{OP} \sin \theta$ On a donc $\vec{E} = f(r) (\vec{OP}(t-r/c) \wedge \vec{r})$ et $\vec{E} = cf(r) (\vec{OP}(t-r/c) \wedge \vec{r}) \wedge \vec{r}$ Avec $f(r) = -\mu_0 q \omega^2 / 4 \pi r^2 c$

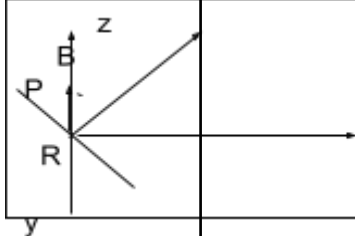
1.8	a) Le point P décrit un mouvement circulaire $\vec{OP} = a \cos \omega t \, \vec{e}_x + a \sin \omega t \, \vec{e}_y$ Le mouvement de P est la somme de deux mouvements oscillatoires sur l'axe ox et sur l'axe oy déphasés de $\pi/2$ $\vec{OP}_x = a \cos \omega t \, \vec{e}_x \quad \vec{OP}_y = a \cos (\omega t - \pi/2) \, \vec{e}_y$ b) Inutile de suivre l'énoncé. $\vec{OP} = a \cos \omega t \, \vec{e}_x + a \sin \omega t \, \vec{e}_y$ $\vec{e}_x = \cos \phi \sin \theta \, \vec{e}_r + \cos \theta \cos \phi \, \vec{e}_\theta - \sin \phi \, \vec{e}_\phi$ d'où $\vec{OP} \wedge \vec{r} = r.a. [\sin (\omega (t - r/c) - \phi) - \cos \theta \cos (\omega (t - r/c) - \phi)]$ $= a.r.f(r) [\sin (\omega (t - r/c) - \phi) - \cos \theta \cos (\omega (t - r/c) - \phi)]$ $\vec{E} = c \wedge$ $= c.a.r.f(r) [-\sin (\omega (t - r/c) - \phi) - \cos \theta \cos (\omega (t - r/c) - \phi)]$
1.9	La direction des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ dépendent de θ donc varie selon la position de M. (fig 1) M sur l'axe oz ; $\theta = 0$; $\vec{e}_z = \vec{e}_\theta$; $\phi = 0$ Onde circulaire directe tourne dans le même sens que OP mais avec un temps de retard $\tau = r/c$. $\vec{E} = -a.r.c.f(r) [\cos \Psi + \sin \Psi] \text{ avec } \Psi = \omega (t - r/c) - \phi$ M est dans le plan xoy (fig2) $\theta = \pi/2$; $\vec{e}_\theta = -\vec{e}_z$. $\vec{E} = a.r.c.f(r) \sin \omega (t - r/c) - \phi$ Polarisation rectiligne.



1.1 0	$\vec{\Pi} = \frac{a^2 r^2 c f^2 (r)}{2m_0} [\cos^2 \theta \cdot \cos^2 (\psi) + \sin^2 (\psi)] \vec{e}_r$ $\langle \Pi \rangle = \frac{a^2 r^2 c f^2 (r)}{2\mu_0} (\cos^2 \theta + 1) \vec{e}_r \quad P' = \iint \vec{\Pi} \cdot \vec{e}_r dS$ $P' = 2.P = \mu a^2 e^2 \omega^4 / 6\pi c$ On a deux dipôles donc puissance rayonnée double. La charge émet préférentiellement de l'énergie dans la direction Oz ($\theta = 0$). Ce résultat était prévisible dans le cas d'un mouvement sinusoïdal le long de l'axe Oz ; la charge émet dans une direction orthogonal à Oz.
----------	---

1.1 1	a/ $E = 1 / 2 \cdot m \omega^2 a^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a} = -2E_c$ $E = \frac{-e^2}{8\pi\epsilon_0 a} \quad ; \quad \omega^2 a^3 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m}$ mouvement circulaire de l'électron b/ L'électron tournant à la vitesse ω émet une onde de pulsation ω ; il rayonne la puissance P'. $dE / dt = - P'$. Soit $(e^2 / 8 \pi \epsilon_0 a^2) da / dt = - \mu_0 a^2 e^2 \omega^4 / 6 \pi c$ $da / dt < 0$; a décroît ; l'électron décrit une spirale de rayon décroissant. $c / \omega^2 a^3 = \text{cte}$ $a^2 da / dt = - 4/3 a^6 \omega^4 / c^3$ $a^3 - a_0^3 = - 4 a^6 \omega^4 t / c^3$ avec $\omega^2 a^3 = e^2 / 4 \pi \epsilon_0 m$ $a = 0$; $\tau = 4 \pi^2 \epsilon_0 m^2 c^3 a_0^3 / e^4$; $\tau = 1,32 \cdot 10^{-11} \text{s}$. $\tau \approx 13,2 \text{ ps}$.
----------	---

2.1	$\vec{m} = I \cdot \pi a^2 \vec{N} \quad I = -e / T = -e \omega / 2 \pi$ $= \pi a^2 \omega \vec{N}$ $\hbar = \gamma ; \gamma = -e / 2 m \quad \gamma \text{ rapport gyromagnétique.}$
2.2.	L'électron est soumis de la part du noyau à une force centrale. $d_0 / dt = 0 ; v_0 = \text{cte}$ le mouvement est plan. Mv circulaire $\omega^2 = e^2 / (4 \pi \epsilon_0 m a^2) ; \sigma_0^2 = (e^2 m / 4 \pi \epsilon_0) a$
2.3	$\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B} \quad \frac{d\vec{\sigma}}{dt} = \gamma \cdot \vec{\sigma} \wedge \vec{B} \quad \vec{\sigma} \cdot \frac{d\vec{\sigma}}{dt} = 0$
2.4	$\sigma^2 = \text{cte}$ en présence de
2.5	$\vec{B} \cdot \frac{d\vec{\sigma}}{dt} = 0 ; \frac{d(\vec{B} \cdot \vec{\sigma})}{dt} = 0 ; \vec{B} \cdot \vec{\sigma} = \text{cte}$ L'angle θ entre B et σ est constant;
2.6	$\frac{d\vec{\sigma}}{dt} = \vec{\Omega} \wedge \vec{\sigma}$ $= -\gamma \vec{\sigma} = e / 2m \quad \Omega = 0,88 \cdot 10^{11} \text{ rad.s}^{-1} \ll \omega = 10^{16} \text{ rad.s}^{-1}$ σ_0 est perpendiculaire au plan de l'orbite de l'électron ; donc l'orbite de l'électron effectue un mouvement de précession autour de oz.
2.7	a) Dans le cas général, on peut dire que l'électron tourne autour de σ_0 à la vitesse angulaire $\vec{\omega}$ et autour de oz avec la vitesse angulaire $\vec{\Omega}$. d'où $\vec{\omega}_p = (\vec{\Omega} + \vec{\omega}_\sigma) \wedge \vec{OP}$ $\vec{\omega}_p = (\Omega_z + \omega_\sigma) \wedge a$ $\vec{m} = - (ea^2 / 2) \wedge [\omega_\sigma \wedge + \Omega_z \wedge]$ b) $\vec{e}_r \wedge (\vec{e}_\sigma \wedge \vec{e}_r) = \vec{e}_\sigma$ $\vec{e}_r \wedge (\vec{e}_z \wedge \vec{e}_r) = \vec{e}_z - (\vec{e}_r \cdot \vec{e}_z) \vec{e}_r$ $\vec{e}_\sigma = \sin \theta \vec{e}_y + \cos \theta \vec{e}_z$ $\vec{e}_r = \cos \alpha \vec{e}_x + \sin \alpha [\cos \theta \vec{e}_y - \sin \theta \vec{e}_z]$ d'où la formule demandée. $\vec{m}(t) = -ea^2/2 [\omega (0, \sin \theta, \cos \theta) + \Omega (\sin^2 \alpha \cos \alpha \sin \theta, \sin^2 \alpha \sin \theta \cos \theta, 1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \theta)]$

2.8	Si $\Omega \ll \omega$ la base (e_x, e_y, e_z) peut être considérée comme fixe. a) $\alpha = \omega t$ $\langle m_x \rangle = 0$ $m_y = -ea^2/2 (\omega \sin \theta + \Omega \sin \theta (\cos \theta)/2)$ $m_z = -ea^2/2 (\omega \sin \theta + \Omega (1 - \sin^2 \theta)/2)$ b) Le vecteur m_y précessionne ; on peut admettre que sa valeur moyenne est nulle. Seul la composante m_z est détectable. $\langle m_z \rangle = -ea^2/2 [\omega \cos \theta + \Omega (1 + \cos^2 \theta)/2]_z$ $\int_0^\pi dP = 1 \Leftrightarrow K = 1/2 \quad \langle m_z \rangle = \int_0^\pi m_z \cdot K \sin \theta d\theta.$ c) $\langle m_z \rangle = (-ea^2\Omega/3)e_z$
2.9	$J = n \langle m_z \rangle = X_m \cdot H \approx (X_m / \mu_0) B$ $X_m = -\mu_0 ne^2 a^2 / 6 m$; c'est un diamagnétique.
3.1	$= -e \quad ; E = \rho \cdot \vec{r} / 3 \epsilon_0 \quad ; \quad = -e \rho \cdot \vec{r} / 3 \epsilon_0 = -(e^2 / 4 \pi a^3 \epsilon_0) \times$ Cette force est équivalente à celle d'un oscillateur de constante $k = e^2 / 4 \pi a^3 \epsilon_0$
3.2	$m \cdot d\vec{OP} / dt = -m \omega^2 \vec{OP} - e \vec{B} \wedge \vec{OP}$ $x'' + \omega^2 x = -2\Omega y'$ $y'' + \omega^2 y = +2\Omega x'$ $z'' + \omega^2 z = 0$ $z(t) = R \cdot \sin \theta \cdot \cos \omega t.$ $\Omega = eB/2m \quad ; \quad k/m = \omega^2$ 
3.3	$Z = x + iy$ $z'' - 2i\Omega z' + \omega^2 z = 0$ $\Delta' = -(\Omega^2 + \omega^2) \approx -\omega^2 \quad Z(t) = \exp(i\Omega t) [z_1 \exp(i\omega t) + z_2 \exp(-i\omega t)]$ $t = 0 : Z = -iR \cos \theta \quad dz/dt = \omega R$ $z(t) = iR/2 e^{i\Omega t} [-(1 + \cos \theta) e^{i\omega t} + (1 - \sin \theta) e^{-i\omega t}]$

3.4	$x = R/2 [(1 + \cos \theta) \sin (\Omega + \omega) t - (1 - \cos \theta) \sin (\Omega - \omega) t]$ $y = R/2 [- (1 + \cos \theta) \cos (\Omega + \omega) t + (1 - \cos \theta) \cos (\Omega - \omega) t]$ Donc le mouvement est la superposition : • d'un mouvement sinusoïdal de pulsation ω le long de oz ; • d'un mouvement circulaire de pulsation $(\Omega + \omega)$ et d'amplitude $R/2 (1 + \cos \theta)$ • d'un mouvement circulaire d'amplitude $R/2 (1 - \cos \theta)$ et de pulsation $(\omega - \Omega)$.
3.5	On se place donc sur l'axe oz. Le mouvement selon oz ne rayonne pas de l'énergie. • . Ce mouvement de pulsation $\omega + \Omega$ donne une onde polarisée circulairement. • . Le mouvement de pulsation $\omega - \Omega$ émet une onde polarisée circulairement.
3.6	On se place dans le plan xoy. • . Le mouvement selon oz émet une onde polarisée rectilignement suivant oz, de pulsation ω. • . Ce mouvement circulaire de pulsation $\omega + \Omega$ émet une onde polarisée rectilignement dans le plan xoy de pulsation $\omega + \Omega$. • . Le mouvement circulaire de pulsation $\omega - \Omega$ émet une onde polarisée rectilignement dans le plan xoy de pulsation $\omega - \Omega$.
3.7	$E = \frac{1}{2} m \omega^2 R^2 + \frac{1}{2} k r^2 = m \omega^2 R^2$ Le travail de la force magnétique est nul. Le système est conservatif s'il n'émet pas.
3.8	$P_z = \mu_0 e^2 \omega^4 R^2 \sin^2 \theta / 12 \pi c$ $P_- = \mu_0 e^2 \omega_-^4 (R^2 (1 - \cos \theta)^2) / 24 \pi c \quad \omega_- = \omega - \Omega \quad \omega_-^4 \approx \omega^4 (1 - 4 \Omega / \omega)$ $P_+ = \mu_0 e^2 \omega_+^4 R^2 (1 + \cos \theta)^2 / 24 \pi c \quad \omega_+ = \omega + \Omega \quad \omega_+^4 \approx \omega^4 (1 + 4 \Omega / \omega)$ $P_{\max} = \mu_0 e^2 \omega^4 R^2 / 12 \pi c \text{ graphique}$
3.9	En l'absence de B : $P' = \mu_0 e^2 \omega^4 R^2 / 6 \pi c$ En présence de B : $P'' = P_z + P_- + P_+ \quad P'' = P' [1 + 4(\Omega / \omega) \cos \theta]$ $P'' \approx P'$ si $\Omega \ll \omega$
3.10	$\langle P_z \rangle = \int_0^\pi P_z \sin \theta \cdot d\theta / 2$ $= P' / 3 ; \quad \langle P_- \rangle = P' / 3 = \langle P_+ \rangle \quad \text{à } \Omega / \omega \approx 0$ Les puissances calculées sont indépendantes de la direction d'observation ; les ondes émises ont la même intensité quelque soit la direction d'observation.
3.11	A.N. $\lambda_z = 41,90 \, 187 \, \text{nm} \quad \lambda_- = 41,90 \, 195 \, \text{nm} \quad \lambda_+ = 41,90 \, 179 \, \text{nm} ; \text{ elles sont très voisines.}$