

الاختبار الأول في الرياضيات

1.2 المدة

الأقسام : الثالثة تقني رياضي +3 ع ت
2: سا

التمرين الأول :

1. نعتبر المعادلة التفاضلية التالية :

$$(E) \quad y' + y = e^{-x} \dots\dots$$

بين أن الدالة f المعرفة على R كما يلي : $f(x) = xe^{-x}$ هي حل للمعادلة (E)

2. نعتبر المعادلة التفاضلية التالية :

$$(E') \quad y' + y = 0 \dots\dots$$

- حل المعادلة التفاضلية (E')
- نعتبر دالة g معرفة و اشتقاقية على R :
- أثبت أن : تكون g حل للمعادلة التفاضلية (E) إذا كانت $g - f$ حل للمعادلة التفاضلية (E')
- استنتج جميع حلول المعادلة التفاضلية (E)
- أوجد الحل الوحيد g للمعادلة التفاضلية (E) الذي يحقق : $g(0) = 2$

التمرين الثاني :

$$(I) \quad 1) \text{ نذكر أن : } +\infty = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} \text{ : بين أن : } \frac{\ln \ln x}{x} = 0$$

$$(2) \text{ استنتج أن من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ غير معدوم : } \frac{\ln \ln x}{x^n} = 0 \text{ (ضع } t = x^n \text{)}$$

(II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = x^2 - 2 + \ln \ln(x)$$

- o ادرس تغيرات الدالة g على $]0; +\infty[$
- o بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α بحيث : $\alpha \in]1, 31; 1, 32[$
- o استنتج إشارة المقدار $g(x)$ من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$

$$o \text{ أثبت أن : } \ln \ln(\alpha) = 2 - \alpha^2$$

(III) نعتبر الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي :

$$+ (2 - \ln x)^2 f(x) = x^2$$

و ليكن (C_f) بيان الدالة في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

- o أحسب نهاية الدالة f عند 0^+ , ثم قدم تفسيراً مناسباً للنتيجة
- o أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$, ثم بين أن (C_f) يقبل فرع لا نهائي باتجاه محور الترتيب
- o أحسب مشتقة الدالة f بدلالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(VI) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر مايلي :

$$\bullet \text{ بيان الدالة اللوغارتمية النيبيرية } (\ln)$$

$$\bullet \text{ نقطة من المستوى } A(0; 2)$$

$$\bullet \text{ نقطة من } M \text{ (} \delta \text{) فاصلتها } x \text{ حيث } x \in]0; +\infty[$$

$$1. \text{ بين أن : } AM = \sqrt{f(x)} \text{ حيث } AM \text{ هي المسافة بين النقطتين } A \text{ و } M$$

$$2. \text{ نعتبر الدالة العددية } h \text{ المعرفة على }]0; +\infty[\text{ كما يلي : } h(x) = \sqrt{f(x)}$$

- بين أن الدالتين f و h لهما نفس اتجاه التغيرات في المجال $]0; +\infty[$
- بين أن المسافة AM تكون أصغر ما يمكن في نقطة من (δ) بيان الدالة $(\ln)$ في نقطة P يطلب تعيين إحداثياتها

- بين أن: $AP = \alpha \sqrt{1 + \alpha^2}$
- هل المستقيم (AP) عمودي على المماس (T) للمنحنى (δ) بيان الدالة (ln) في النقطة P

بالتوفيق انتهى.