Guía #4 de estudio de matemática de primer año

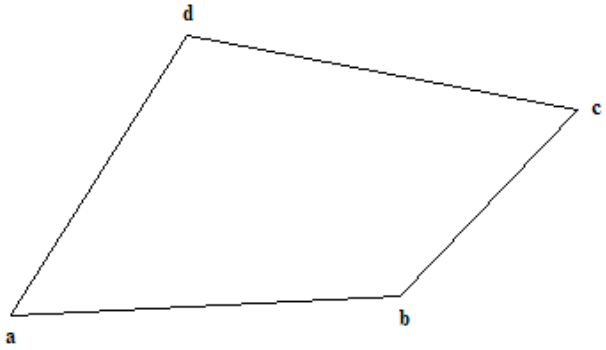
Cuadriláteros y polígonos regulares

Guía introductoria elaborada por el profesor Joel Fariñez

La presente guía es una introducción al tema de los cuadriláteros y de los polígonos regulares en donde expondrán sus características principales así como lo referente al cálculo de la suma de sus ángulos internos, cálculo de sus respectivas áreas y perímetros, todo esto puede ser ampliado y consultado en el libro de Matemática de 1er año Conexos de la editorial Santillana de la página 162 hasta la 171 respecto de los cuadriláteros y 172 hasta la 175 referente al cálculo de áreas de los mismos, así mismo leer de la página 178 hasta la 179 en lo referente a polígonos regulares. También pueden consultar el libro de Matemática de 7mo de la editorial Santillana de los autores: Estrella Suárez Bracho y Darío Durán Cepeda páginas de la 171 hasta la 179 (cuadriláteros) y de la 181 hasta la 187 (áreas). Así mismo también se puede utilizar el libro Matemática de7mo de ediciones CO-BO de los autores: José Sarabia y Fernando Barragán páginas de la 263 hasta la 268 (cuadriláteros) y desde de la 295 hasta la 304 (áreas). Estas indicaciones no limitan la posibilidad de utilizar otros textos de consulta así como de otros recursos proporcionados por la red a fin de complementar el proceso de estudio y aprendizaje desde casa.

Cuadriláteros

Un cuadrilátero es un polígono de cuatro lados, es decir, es una línea poligonal de cuatro lados y sus puntos interiores.



En el cuadrilátero de la figura anterior se pueden señalar las siguientes características básicas:

Sus lados son los segmentos **ab, bc, cd** y **da** respectivamente.

Sus lados opuestos son: **da** y **bc**; **dc** y **ab**

Sus vértices son: **a**, **b**, **c**, **d**

Sus ángulos interiores son: **dab**, **abc**, **bcd**,**cda**

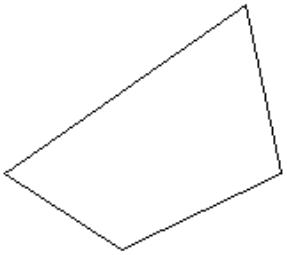
Sus ángulos opuestos son: **dab** y **bcd**; **cda** y **abc**

Sus diagonales son: **ac** y **db**

Clasificación de los cuadriláteros por el número de lados paralelos

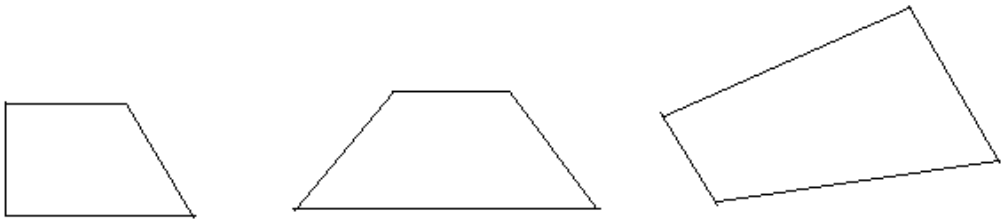
a.) Trapezoides: son aquellos cuadriláteros que no tienen ningún par de lados paralelos.

Ejemplo



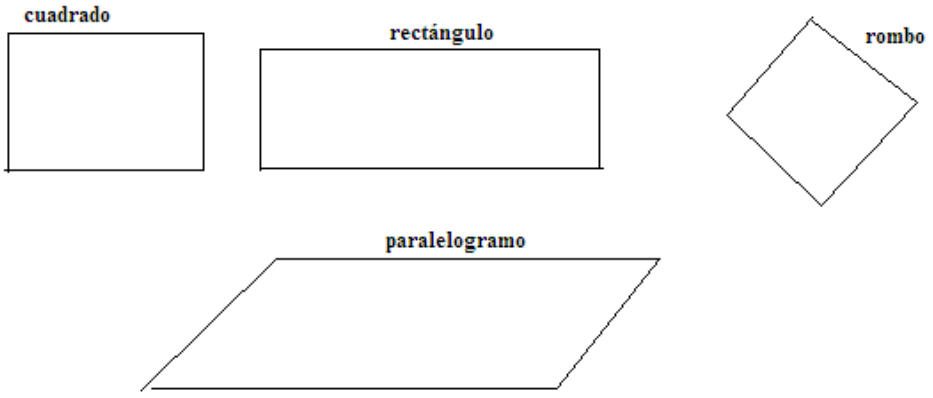
b.) Trapecios: son cuadriláteros que tienen un solo par de lados paralelos.

Ejemplo



c.) Paralelogramos: Son cuadriláteros que tienen dos pares de lados paralelos.

Ejemplo



Tipos de paralelogramos

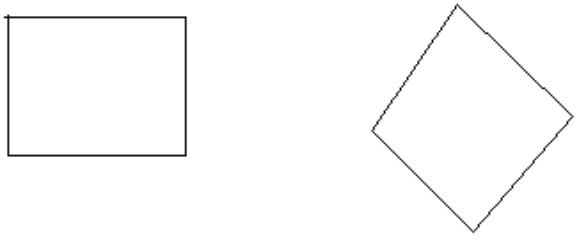
a.) Rectángulos: son paralelogramos que tienen sus ángulos internos rectos, esto es, de 90º. Si además tiene sus lados iguales se le llama cuadrado.

Ejemplo:



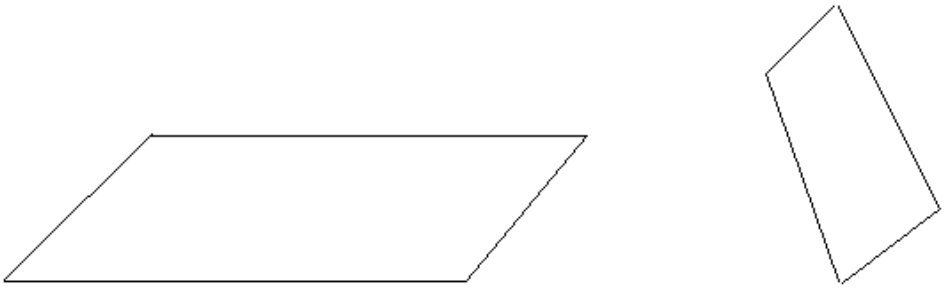
b.) Rombos: son paralelogramos que tienen todos sus lados iguales.

Ejemplo:



c.) Paralelogramo general: son paralelogramos que no son ni rectángulo ni rombos.

Ejemplo:



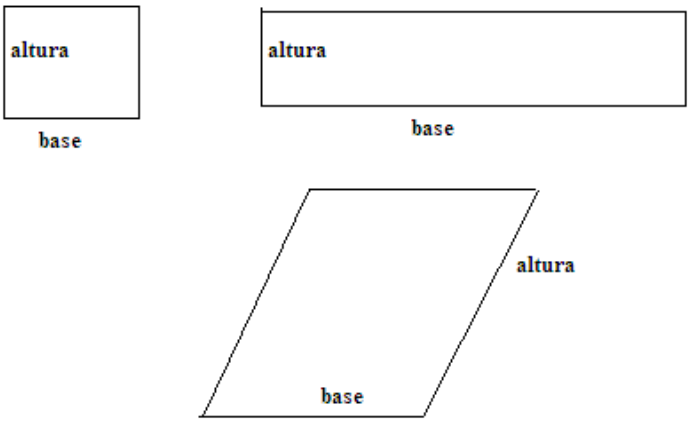
Áreas y perímetros de cuadriláteros

Perímetros: en cuanto a los perímetros de los cuadriláteros estos se obtienen simplemente sumando las medidas de sus cuatro lados.

Áreas: en cuanto a las áreas se dan a continuación las respectivas fórmulas de los mismos.

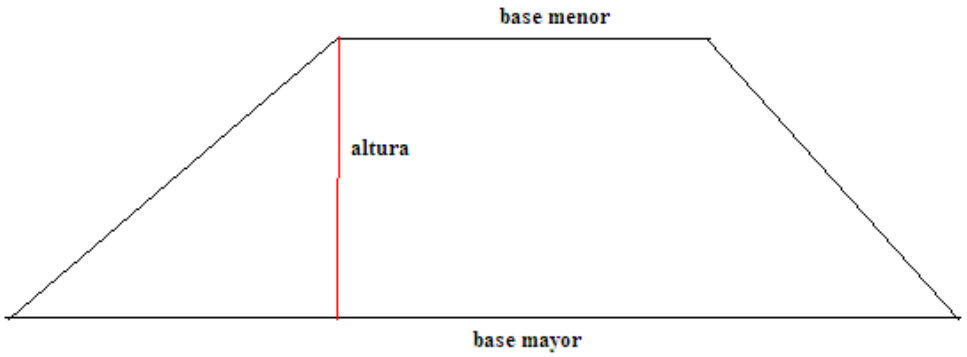
<u>Área de rectángulos, cuadrados y paralelogramos</u>

En estos casos para calcular el área de un rectángulo, cuadrado o paralelogramo se utiliza la fórmula: $A = b \cdot h$ en donde A representa el área, b la base y h la altura. Algunas veces el área del cuadrado se expresa por $A = l^2$ en donde l representa la medida de cualquiera de los lados del cuadrado.



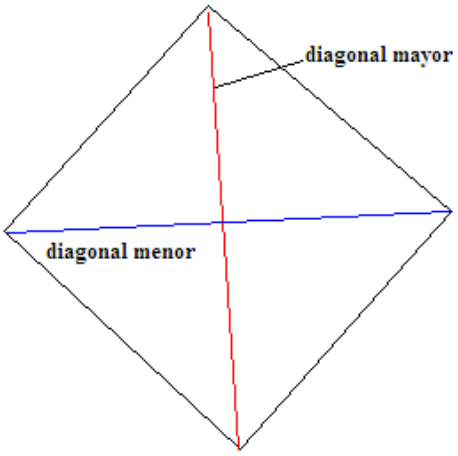
Áreas de trapecios

En estos casos para calcular el área de un trapecio se utiliza la fórmula $A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$ en donde A es el área, B la base mayor, b la base menor y h la altura.



Áreas de rombos

Para calcular el área de un rombo se usa la fórmula $A = \frac{D \cdot d}{2}$ en donde D representa la medida de la diagonal mayor y d la medida de la diagonal menor.



´

Polígonos regulares

Los polígonos se pueden clasificar según su número de lados, por ejemplo: triángulos (tres lados), cuadriláteros (cuatro lados), pentágonos (cinco lados, hexágono (seis lados), heptágono (siete lados), etc.

Los polígonos también se pueden clasificar en irregulares (número de lados de diferentes medidas) o regulares (números de lados cuyas medidas son iguales).

En este curso vamos a trabajar mayormente con los polígonos regulares. A continuación veamos algunos aspectos importantes respecto de los mismos.

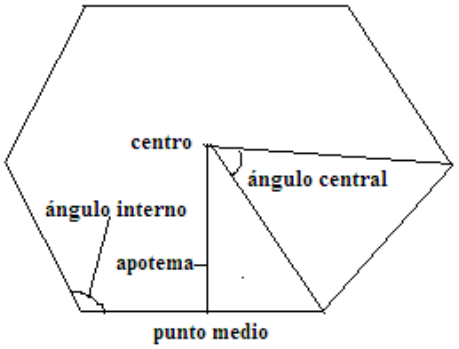
Suma de los ángulos internos de un polígono regular

La suma S de un polígono de N lados viene dado por: $S = 180 \cdot (N - 2)$
Así por ejemplo tenemos lo siguiente:
Triángulo $N = 3 \Rightarrow S = 180 \cdot (3 - 2) = 180 \cdot 1 = 180$ aquí se observa lo que ya se había explicado anteriormente en cuanto a que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180º.

Otro ejemplo, octágono aquí

$N = 8 \Rightarrow S = 180 \cdot (8 - 2) = 180 \cdot 6 = 1080$

Ángulos centrales y ángulos interiores de un polígono regular



En la figura anterior observamos un polígono regular (hexágono) con varios elementos señalados los cuales son

Centro: el centro de un polígono regular es un punto interior que equidista de cada vértice del polígono.

Apotema: la apotema de un polígono regular es el segmento que une el punto medio de un lado con el centro del polígono.

Ángulo central: el ángulo central de un polígono regular se calcula mediante la siguiente fórmula: $\alpha = \frac{360}{N}$ en donde N indica el número de

lados del polígono, así por ejemplo cada uno de los seis ángulos centrales de un hexágono medirá $\alpha = \frac{360}{6} = 60$ º

Ángulo interior: el ángulo interior de un polígono regular se obtiene utilizando la siguiente fórmula: $\alpha = \frac{180 \cdot (N-2)}{N}$ así por ejemplo cada uno de los seis ángulos internos de un hexágono como el de figura anterior medirá $\alpha = \frac{180 \cdot (6-2)}{6} = \frac{180 \cdot 4}{6} = \frac{720}{6} = 120$ º

Área y perímetro de un polígono regular

Perímetro: en cuanto al perímetro de un polígono regular este se calcula con la sencilla fórmula $P = N \cdot L$ en donde N es el número de lados y L la longitud de cada uno de esos lados. Así por ejemplo si en nuestro hexágono tenemos que cada lado mide 4cm entonces su perímetro será
$P = 6 \cdot 4\ cm = 24\ cm$

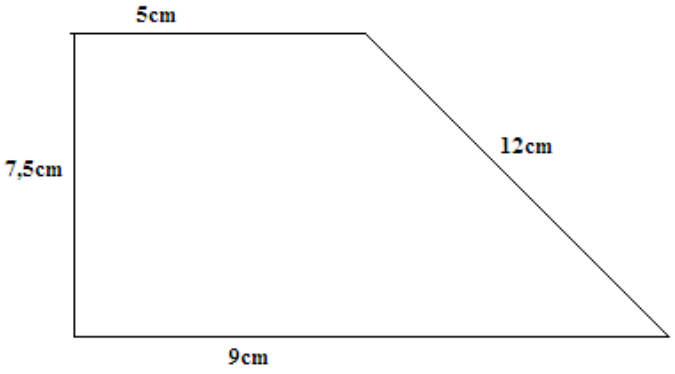
Área: el área de un polígono regular viene dada por la fórmula $A = \frac{n \cdot l \cdot a}{2}$ en donde n es el número de lados, l la longitud de cada lado y a la longitud del apotema.

Así por ejemplo en el caso de nuestro hexágono supongamos que $l = 4\ cm$ y $a = 3,5\ cm$ luego el área será

$A = \frac{6 \cdot 4\ cm \cdot 3,5\ cm}{2} = \frac{84\ cm^2}{2} = 42\ cm^2$

Ejemplos de aplicación

Hallar el área y perímetro de la siguiente figura



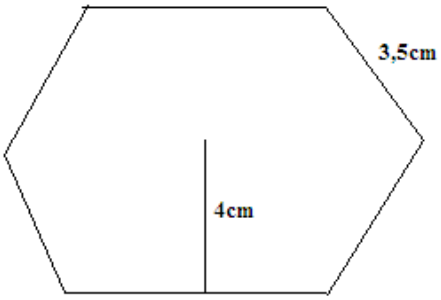
Como se observa se trata de un trapecio, pasemos a calcular primero su perímetro: P = 7,5cm + 9cm +12cm + 5cm= 33,5 cm

Ahora calculemos su área con la fórmula que le corresponde

$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$ aquí la base mayor B mide 9 cm, la base menor b mide 5cm y la altura h mide 7,5cm, teniendo en cuenta esto pasemos a hallar el área

$$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{((9\ cm + 5\ cm)\cdot 7,5\ cm}{2}$$
$$= \frac{14\ cm \cdot 7,5\ cm}{2} = \frac{105\ cm^2}{2} = 52,5\ cm^2$$

Hallar el área y perímetro de la siguiente figura



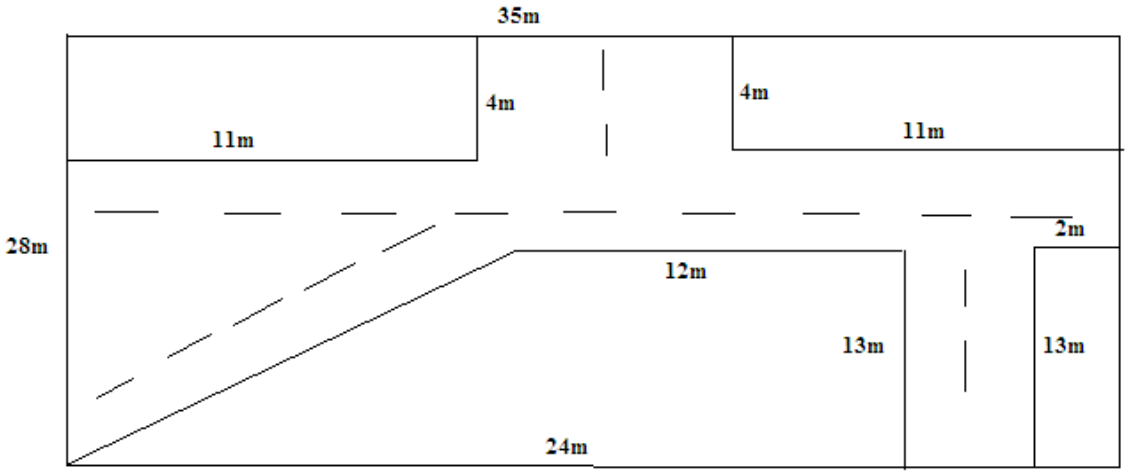
En este caso se trata de un hexágono regular, nótese que en estos ejercicios también se puede plantear el hallar la suma de sus ángulos internos, el valor del ángulo central o interno, etc.

En cuanto al perímetro como se trata de un hexágono pues basta con multiplicar el valor de cualquiera de sus lados por 6.

$P = 6 \cdot 3,5\ cm = 21\ cm$ ahora hallemos su área $A = \frac{n \cdot l \cdot a}{2}$ aquí n vale 3,5cm, l es igual a 6 y a vale 4cm, luego tenemos que

$$A = \frac{n \cdot l \cdot a}{2} = \frac{6 \cdot 3,5\ cm \cdot 4\ cm}{2} = \frac{84\ cm^2}{2} = 42\ cm^2$$

La siguiente figura representa el croquis de una ciudad en donde se necesita asfaltar el área de tránsito vehicular, hallar dicha área.



Primero hallamos el área total

$$A_T = b \cdot h = 28\ m \cdot 35\ m = 980\ m^2$$

Ahora hallamos las áreas parciales

$$A_1 = b \cdot h = 11\ m \cdot 4\ m = 44\ m^2$$

$$A_2 = b \cdot h = 11\ m \cdot 4\ m = 44\ m^2$$

$$A_3 = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{((12\ m + 24\ m)\cdot 13\ m)}{2}$$
$$= \frac{(36\ m \cdot 13\ m)}{2} = \frac{\left(468\ m^2\right)}{2} = 234\ m^2$$

$$A_4 = b \cdot h = 2\ m \cdot 13\ m = 26\ m^2$$

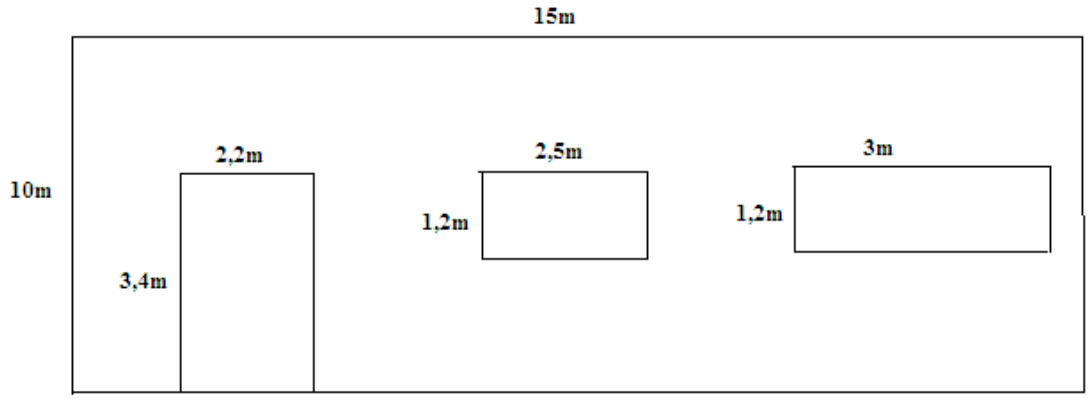
Luego sumamos las áreas parciales

$$A_i = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 44\ m^2 + 44\ m^2 + 234\ m^2 + 26\ m^2$$
$$= 348\ m^2$$

Finalmente restamos el resultado anterior con el área total obteniendo así el resultado pedido.

$$A_{vía} = A_T - A_i = 980\ m^2 - 348\ m^2 = 632\ m^2$$

Se contrata a un pintor para pintar la fachada de una casa, si el pintor cobrar 6$el metro cuadrado, ¿cuánto costará pintar toda la pared?.



Se procede en este caso como el ejemplo anterior, es decir, se calculan el área total y las áreas parciales, se suman las áreas parciales y luego se resta el resultado de dicha suma del área total.

Área total

$$A_T = b \cdot h = 10\ m \cdot 15\ m = 150\ m^2$$

Área de la puerta

$$A^1 = b \cdot h = 3,4\ m \cdot 2,2\ m = 7,48\ m^2$$

Área de la primera ventana

$$A^2 = b \cdot h = 1,2\ m \cdot 2,5\ m = 3\ m^2$$

Área de la segunda ventana

$$A^3 = b \cdot h = 1,2\ m \cdot 3\ m = 3,6\ m^2$$

Áreas parciales

$$A_i = A_1 + A_2 + A_3 = 7,48\ m^2 + 3\ m^2 + 3,6\ m^2 = 14,08\ \ m^2$$

Área de la pared

$$A_{pared} = A_T - A_i = 150\ m^2 - 14,08\ m^2 = 135,92\ m^2$$

Ganancia del pintor

$$6 \cdot 135,92 = 815,52\$$$

Ejercicios propuestos. Estos ejercicios sirven de modelo de práctica de lo que será el primer trabajo práctico.

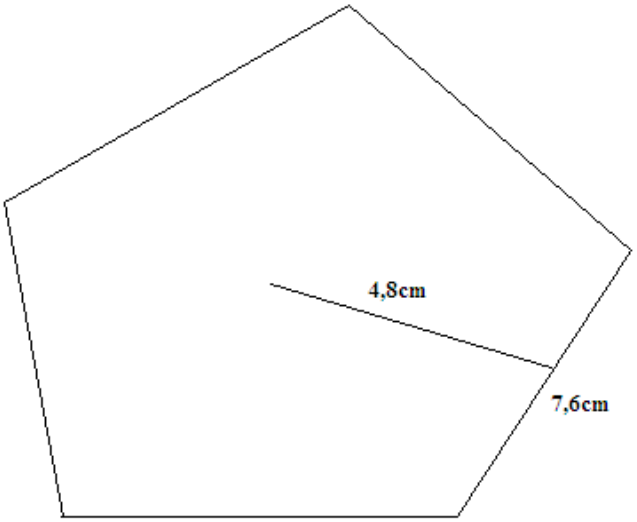
a.) Dibujar un rectángulo de base 6cm y altura 3,5 cm, luego hallar su área y su perímetro.

b.) Dibujar un paralelogramo de base 7,5 cm y altura de 4,4cm, hallar además su perímetro y su área.

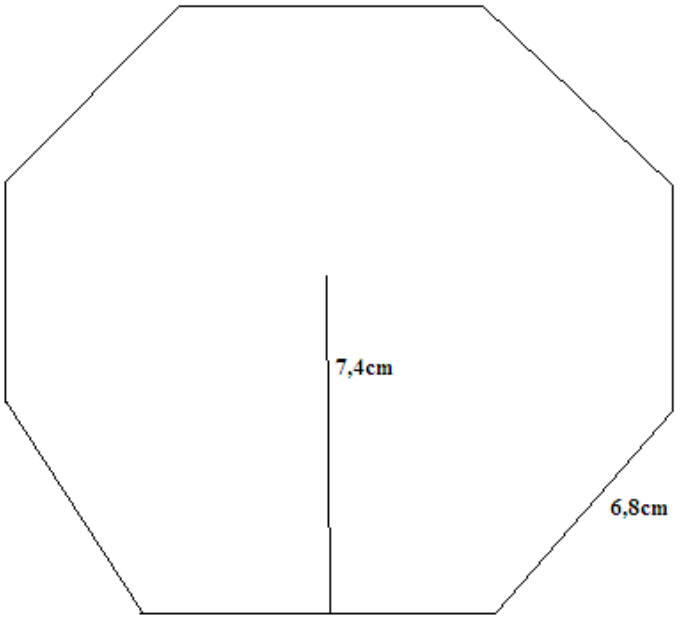
c.) Dibujar un heptágono de 4cm de lado, hallar la suma de sus ángulos internos y el valor de uno de sus ángulos centrales.

d.) Dibujar un decágono de 5cm de lado y hallar su apotema, perímetro, área y valor de uno de sus ángulos internos.

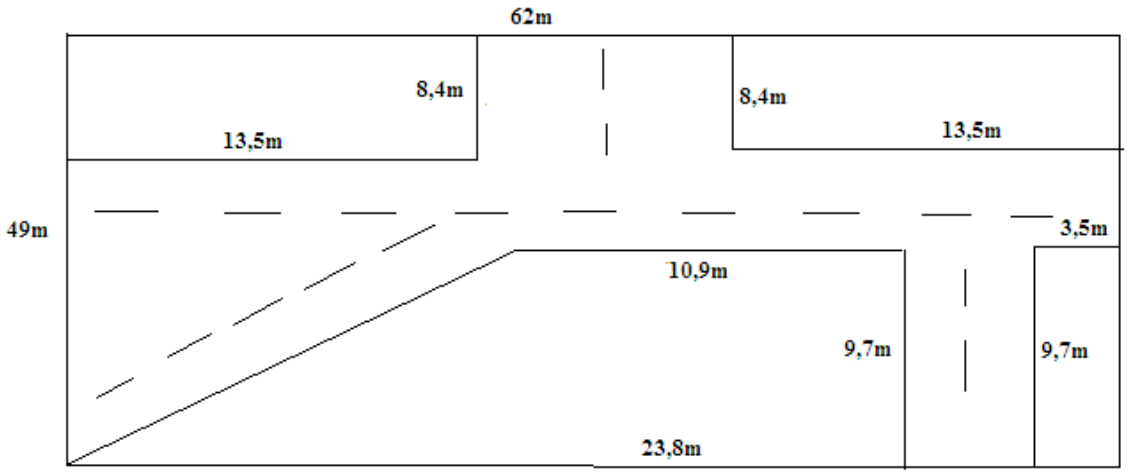
e.) La siguiente figura muestra un pentágono regular, hallar su área y su perímetro.



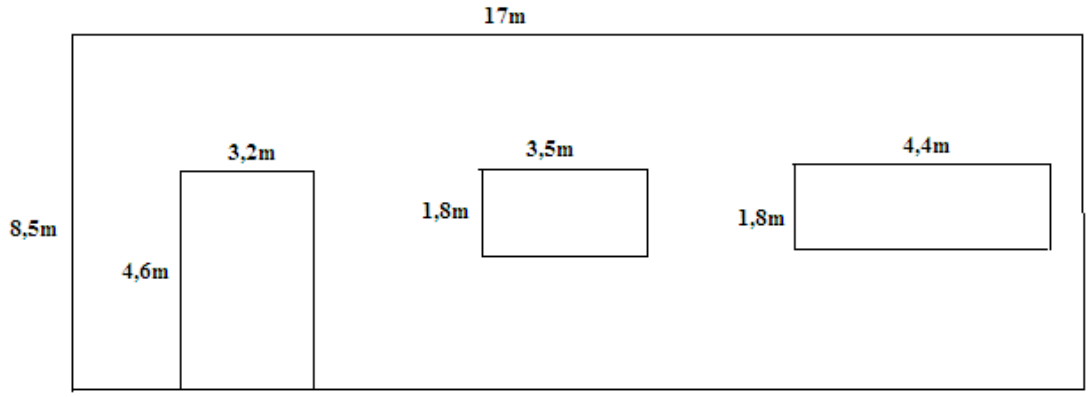
f.) La siguiente figura muestra un octágono regular, hallar la suma de sus ángulos internos, el valor de uno de sus ángulos internos y además hallar su área y perímetro.



g.) La siguiente figura representa el croquis de una ciudad en donde se necesita asfaltar el área de tránsito vehicular, hallar dicha área.



h.) Se contrata a un pintor para pintar la fachada de una casa, si el pintor cobrar 7,5 $ el metro cuadrado, ¿cuánto costará pintar toda la pared?.



Enlaces

https://www.youtube.com/watch?v=f2BXb11SMPo

https://www.youtube.com/watch?v=dUk--kq5Lv4

https://www.youtube.com/watch?v=wUmqDz3o8Uo

https://www.youtube.com/watch?v=kDIKukoGSGs