

Centrale 1996 Physique I

I) Étude de la chute d'un alpiniste

Les forces qui travaillent sont conservatives, il y a conservation de l'énergie mécanique. En prenant comme origine des potentiels $x=0$ (le ressort a sa longueur à vide):

$mv + kx - mgx = mv = \text{Cte}$, car à $t=0$, $x=0$ et $v=v$. x sera maximal si $v=0$

et donc $x - x - v = 0$ soit $F = kx$

Soit h la hauteur de chute et v la vitesse atteinte à partir d'une vitesse initiale nulle.

$$v = 2gh, F = mg + kx$$

$$= 1,9210\text{N}; F = 6,62\text{kN}; x = 12,7\text{m}$$

$$\text{dans ce cas } f = 5, F = 13,7\text{kN}; x = 2,6\text{m}$$

pour $x \in [0; \infty]$ la vitesse augmente, la phase de freinage commence donc lorsque $x =$.

Soit $-F$ la force exercée par la corde; travail élémentaire des forces $W = (P - F)dx$,

$$E = (F - P)x. mv + (F - P)x = mv + (F - P)x, P = mg$$

L'étude de la première phase donne la vitesse v :

$$\text{donc } (F - mg)x = mv + Fx = 2mgx + Fx$$

$$\text{A.N.: } L = 10\text{m}, f = 1, x = 2,6\text{m};$$

$$L = 1\text{m}, f = 5, x = 65\text{cm}.$$

$$f < mg \text{ AN: } F = 12\text{kN}, \text{ avec } 510f < 9,8\text{cm} \text{ donc inutilisable en alpinisme.}$$

La somme des forces extérieures agissant sur le tronçon de corde est nulle (vitesse constante).

vecteur tangent à l'anneau, $T()$ tension de la corde en $T(+d) - T(-d) + d =$,

avec direction du support. $d = -dT$

$$= f. < 0, T > 0 = -fT \text{ et donc } T() = T(0)e^{-fx/L}$$

$$f = L = 0,129; T(1/2) = 7,35\text{kN}.$$

$$= +, T = T + T + 2T(0)T(0)\cos(\theta)$$

$$T = T + T e^{-2fx/L} = 1 + e^{-2fx/L} = u$$

Cherchons le maximum de la fonction $u = 2e^{-fx/L}$

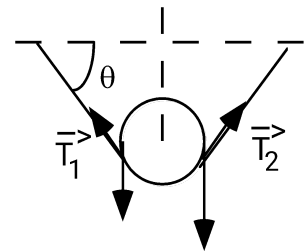
$$\cos(\theta) = \sin(\theta). \text{ Posons } \theta = \theta_0 \text{ avec } \theta_0 < 1, \sin(\theta_0) =$$

$e^{-fx/L}$, on trouve alors $\theta_0 = 8,810$ et donc $T = 15,08\text{kN}$, l'anneau résiste.

la sangle est fixe. $T \cos(\theta) = T \cos(\theta)$ et $T \sin(\theta) + T \sin(\theta) = F + F$

$T = T$, $\sin(\theta)$ est d'autant plus grand que la sangle est longue ce qui donne T plus petit. Il faut donc prendre une sangle de 1m. Dans ce cas on a $\sin(\theta) =$ et donc

$$T < 10\text{kN}$$



La longueur de la corde soumise à F est maintenant $(L - h)$. $F = F = EL = x$.

$= x$. en fonction de x est une droite de pente -1 . $FL =$

$x = (1 - x) < x$. On réduit donc l'allongement de la corde.

II) Thermodynamique - Échauffement du descendeur lors d'un rappel

$$\int_{\text{section}} \int_{x}^x dS = \text{chaleur traversant la section d'abscisse } x \text{ à } t = j \cdot S$$

section

$$Q = j(x, t) S dt - j(x + dx, t) S dt = S dx \mu c$$

$$-S dx dt = S dx \mu c dt \text{ et donc}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{Q}{S dx} \right) = -\mu c$$

La chaleur s'écoule du corps chaud vers le corps froid

$$[\mu] = \text{kgm}^{-1}, [j] = \text{Wm}^{-1}, [c] = \text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1} = \text{ms}^{-1}\text{K}^{-1}, [K] = \text{WmK}^{-1} = \text{kgms}^{-1}\text{K}^{-1}$$

$$j(x, t) = -K, -K = -\mu c$$

$$-K = -K$$

et donc:

$$= -e, X = -\exp,$$

$$= x \exp. = \exp$$

En utilisant la relation (*) on trouve: $\frac{d}{dx} [x] = m = [t] = s = m$

$$= m$$

$$= 10\text{ms}$$

À $t=0$, le courant de chaleur passe par le plan $x=0$, ce courant n'a pas encore évolué dans le milieu et donc:

$$j(x, t=0) = 0. \text{ La température n'a donc pas varié: } T(x, t=0) = T \text{ pour } x=0.$$

Le courant de chaleur n'atteindra un point infiniment loin qu'au bout d'un temps infini donc:

$$j(x, t) = 0 \text{ et } T(x, t) = T$$

$j(x, t)$ est solution de l'équation différentielle, on peut écrire $j(x, t) = A F(X) + B$, $X =$

pour t_0 , $F(X)=0$ et $j(x,t)=0$ B=0,
 $j(0,t)=AF(0)=A$ et donc: $j(x,t)=jF(x,t)$
 $F(X)=1$ pour $X<1,2$ et $F(X)=0$ pour $X>1,2$.

$j(x,t=1s)$	$j(x,t=5s)$	$j(x,t=10s)$
$x[0 ; 1,210m]$	$x[0 ; 2,6810m]$	$x[0 ; 3,810m]$
j	j	j

= - et $T(x,t)$
 = Cte -, expression valable si $x<1,2$

Or pour $x=1,2$, $T=T$, et donc Cte= $T+0,6$

$\Delta T(0,t)=0,6$. AN: $\Delta T(0,t)=60$

1s	5s	10s
60j	134,2j	189,7j

$\Delta T(x,t)=\Delta T(0,t)-$

L'Échauffement en $x=1cm$ n'a lieu que si $t>=0,69s$. Un Échauffement de 100j aura lieu en 9s ce qui donne un Échauffement de 11Ks, ce qui est très rapide.

II.B) fchanges de chaleur avec l'extÉrieur

Q = chaleur reçue par le descendeur. $=Pv$ et donc $Q=Ph= mc\Delta T$,

Augmentation Énorme!

Pendant dt , une longueur dl de la corde est soumise à l'action thermique du descendeur et passe de la température T^* à T . $Q=cdl=$ chaleur reçue par la corde.

$Q=mc=mc\frac{dt}{dt}$ = chaleur reçue par le descendeur. Cette chaleur est fournie par l'Énergie potentielle de pesanteur.
 $c+mc=Pv$

$\dot{v}=0$, température limite indépendante de la vitesse.

La constante de temps du système est τ . Si $v=0,5ms$, $\tau=50s$; si $v=2ms$, $\tau=12,5s$.

$h=50m$. Le descendeur arrive en bas lorsque $t=t_f$. Si $v=0,5ms$, $\tau=100s$; si $v=2ms$, $\tau=25s$. Sachant qu'à $t=0$, $T=T_0$,
 $(T-T_0)=(T-T_0)$. Si $v=0,5ms$, $T-T_0=346K$, et si $v=2ms$, $T-T_0=400K$.

$\frac{dT}{dt}= K\frac{dt}{dt}$, chaleur cédée à l'extÉrieur pendant dt et donc: $mc+K=Pv$

$(T-T_0)=$ et la constante de temps est τ .

Si $v=0,5ms$: $(T-T_0)=50K$ et $\tau=6,25s$. Si $v=2ms$: $(T-T_0)=200K$ et $\tau=6,25s$.

L'expression de $T-T_0$ la même que précédemment. Dans les deux cas cette température limite est atteinte.

+ $v+=$. $(T-T_0)=$

=

$T-T_0$. Si $\tau \gg 1$, $T-T_0=(T-T_0)$

Supposons que la vitesse limite cherchée soit telle que le régime permanent soit atteint, on désire alors que: $\tau \approx 100$
 soit $\tau < 100$. Pour cette vitesse le temps de chute s_{crit} est $\tau=8$ et on a bien $\tau < 1$.

On désire 2^{100} soit 2^{100} et donc $\exp^3$
On trouve