

1^ο και 3^ο Λύκειο Γιαννιτσών
Η άσκηση της εβδομάδας (25 – 1 – 2016)

Έστω μια συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία έχει συνεχή πρώτη παράγωγο και $f(5) = f(3) + 2$.

α) Να δείξετε ότι υπάρχουν $x_1, x_2 \in (3, 5)$ τέτοια ώστε

$$f'(x_1) + f'(x_2) = 2 \text{ .}$$

β) Να δείξετε ότι υπάρχει $x_o \in (3, 5)$ τέτοιο ώστε

$$f(x_o) = f(3) + 1 \text{ .}$$

γ) Να δείξετε ότι υπάρχουν $\xi_1, \xi_2 \in (3, 5)$ τέτοια ώστε

$$\frac{1}{f'(\xi_1)} + \frac{2}{f'(\xi_2)} = 2 \text{ .}$$