

Webtoan.com

CHUYÊN ĐỀ
TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI
VECTO

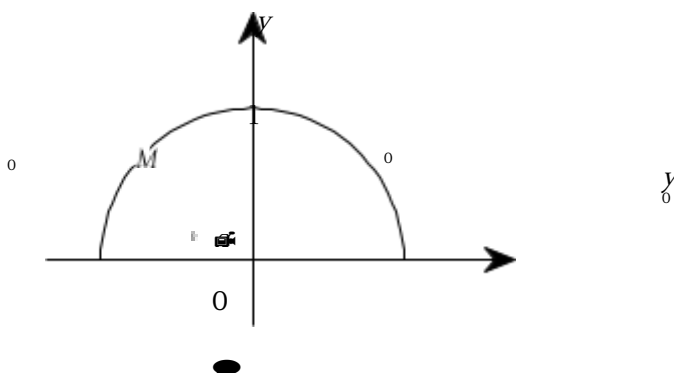
GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC BẤT KÌ

1. Định nghĩa

Với mỗi góc ta xác định một điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\widehat{xOM} = a$ và giả sử điểm M có tọa độ $M(x_0, y_0)$.

Khi đó ta có định nghĩa:

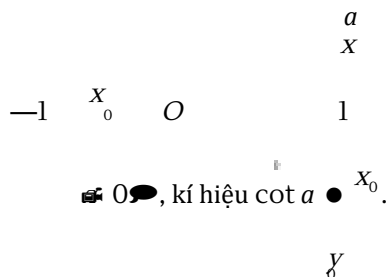
- sin của góc a là y_0 , kí hiệu $\sin a = y_0$;
- cosin của góc a là x_0 , kí hiệu $\cos a = x_0$;
- tang của góc a là $\frac{y_0}{x_0}$;



kí hiệu $\tan a = \frac{y_0}{x_0}$;

- cotang của góc a là $\frac{x_0}{y_0}$;

$\cot a = \frac{x_0}{y_0}$



2. Tính chất

Trên hình bên ta có dây cung $OM = a$
 NM song song với trục Ox
 và nếu

$\widehat{xON} = 180^\circ - a$. Ta có $y_N = -y_0$. Do đó

$y = -y_0$,

$\sin a = y_0$

$\sin(180^\circ - a) = y_0$

$\sin a = \sin(180^\circ - a)$

$-\cos a = -x_0$

$-\cos(180^\circ - a) = -x_0$

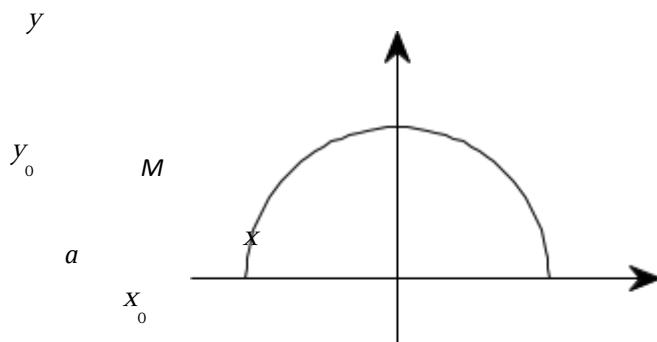
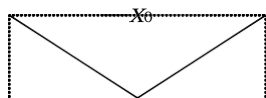
$-\cos a = -\cos(180^\circ - a)$

$\tan a = \frac{y_0}{x_0}$

$\tan(180^\circ - a) = \frac{y_0}{-x_0} = -\frac{y_0}{x_0} = -\tan a$

$\cot a = \frac{x_0}{y_0}$

$\cot(180^\circ - a) = \frac{-x_0}{y_0} = -\frac{x_0}{y_0} = -\cot a$



3. Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

Giá trị a lượng giác	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	180^0
$\sin a$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	1	0
$\cos a$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	—1
$\tan a$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		0
$\cot a$		$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	

Trong bảng kí hiệu " || " để chỉ giá trị lượng giác không xác định.

Chú ý. Từ giá trị lượng giác của các góc đặc biệt đã cho trong bảng và tính chất trên, ta có

thể suy ra giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt khác.

Chẳng hạn:

$$\sin 120^\circ = \sin (180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 135^\circ = \cos (180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

4. Góc giữa hai vector

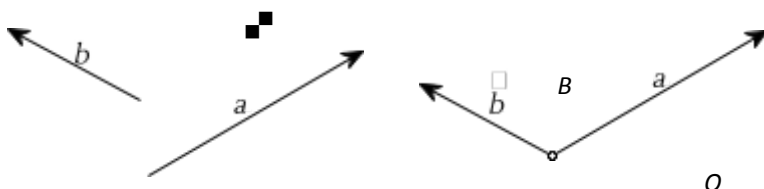
a) Định nghĩa

Cho hai vector a và b đều khác vector 0 . Từ một điểm O bất kì ta vẽ $OA = a$ và $OB = b$. Ta kí hiệu góc giữa hai vector a và b là $\widehat{(a, b)}$ với số đo từ 0° đến 180° .

Đặc biệt, nếu hai vector vuông góc với nhau, thì $\widehat{(a, b)} = 90^\circ$. Nếu hai vector cùng hướng thì $\widehat{(a, b)} = 0^\circ$.

Nếu hai vector ngược hướng thì $\widehat{(a, b)} = 180^\circ$.

Kí hiệu là $\widehat{(a, b)}$ hoặc $\widehat{(b, a)}$.



b) **Chú ý.** Từ định nghĩa ta có $\widehat{(a, b)} = \widehat{(b, a)}$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. GIÁ
TRỊ LƯỢNG
GIÁC

D. 0.

Câu 1. Giá trị $\cos 45^\circ$ và $\sin 45^\circ$ bằng bao nhiêu?

A. 1.

B. $\sqrt{2}$.

Câu 2. Giá trị của $\tan 30^\circ$ và $\cot 30^\circ$ bằng bao nhiêu?

$\sqrt{4}$ A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 2.

Câu 3. Trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào là đúng?

A. $\sqrt{\sin 150^\circ} = \frac{1}{2}$ B. $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 C. $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\cot 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 4. Tính giá trị biểu thức $P = \cos 30^\circ \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \sin 60^\circ$.

A. $P = \sqrt{3}$ B. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $P = 1$ D. $P = 0$

Câu 5. Tính giá trị biểu thức $P = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ$.

A. $P = 1$ B. $P = 0$ C. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 6. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

A. $\sin 45^\circ \neq \cos 45^\circ$

2.

B. $\sin 30^\circ \neq \cos 60^\circ \neq 1$.

Câu 7. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

A. $\sin 0^\circ \neq \cos 90^\circ$

B. $\sin 90^\circ \neq \cos 90^\circ \neq 1$.

C. $\sin 18^\circ$

D. $\sin 60^\circ \neq \cos 60^\circ$

Câu 8. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

A. $\cos 45^\circ \neq \sin 45^\circ$.

B. $\cos 45^\circ \neq \sin 135^\circ$.

C. $\cos 30^\circ \neq \sin 120^\circ$.

D. $\sin 60^\circ \neq \cos 120^\circ$.

Câu 9. Tam giác ABC vuông ở A có góc B $\neq 30^\circ$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\cos B \neq \frac{1}{2}$

B. $\sin C \neq \frac{1}{2}$

C. $\cos C \neq \frac{1}{2}$

D. $\sin B \neq \frac{1}{2}$

Câu 10. Tam giác đều ABC có đường cao AH. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sin B \neq \frac{AH}{BC}$

B. $\cos B \neq \frac{AH}{BC}$

C. $\sin A \neq \frac{BC}{AH}$

D. $\sin A \neq \frac{HC}{AH}$

Vấn đề 2. HAI GÓC BÙ NHAU – HAI GÓC PHỤ NHAU

Câu 11. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\sin(180^\circ - a) \neq -\cos a$.

B. $\sin(180^\circ - a) \neq -\sin a$.

C. $\sin(180^\circ - a) \neq \sin a$.

D. $\sin(180^\circ - a) \neq \cos a$.

Câu 12. Cho a và β là hai góc khác nhau và bù nhau. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?

A. $\sin a \neq \sin \beta$.

B. $\cos a \neq -\cos \beta$.

C. $\tan a \neq -\tan \beta$.

D. $\cot a \neq \cot \beta$.

Câu 13. Tính giá trị biểu thức $P \neq \sin 30^\circ \cos 15^\circ \sin 15^\circ \cos 165^\circ$.

A. $P \neq \frac{3}{4}$.

B. $P \neq 0$.

C. $P \neq \frac{1}{2}$.

D. $P \neq 1$.

Câu 14. Cho hai góc a và β với $a \neq \beta \neq 180^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $P \neq \cos a \cos \beta - \sin \beta \sin a$.

A. $P = 0$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = 2$.

Câu 15. Cho tam giác ABC . Tính $P = \sin A \cos B \cos C + \cos A \sin B \sin C$.

A. $P = 0$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = 2$.

Câu 16. Cho tam giác ABC . Tính $P = \cos A \cos B \cos C - \sin A \sin B \sin C$.

A. $P = 0$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = 2$.

Câu 17. Cho hai góc nhọn α và β phụ nhau. Hệ thức nào sau đây là sai?

A. $\sin \alpha = -\cos \beta$.

B. $\cos \alpha = \sin \beta$.

C. $\tan \alpha = \cot \beta$.

D. $\cot \alpha = \tan \beta$.

Câu 18. Tính giá trị biểu thức $S = \sin^2 15^\circ \cos^2 20^\circ \sin^2 75^\circ \cos^2 110^\circ$.

A. $S \bullet 0$.

B. $S \bullet 1$.

C. $S \bullet 2$.

D. $S \bullet 4$.

Câu 19. Cho hai góc a và β với $a \neq \beta \neq 90^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $P \bullet \sin a \cos \beta \neq \sin \beta \cos a$.

A. $P \bullet 0$.

B. $P \bullet 1$.

C. $P \bullet -1$.

D. $P \bullet 2$.

Câu 20. Cho hai góc a và β với $a \neq \beta \neq 90^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $P \bullet \cos a \cos \beta - \sin \beta \sin a$.

A. $P \bullet 0$.

B. $P \bullet 1$.

C. $P \bullet -1$.

D. $P \bullet 2$.

Vấn đề 3. SO SÁNH GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Câu 21. Cho a là góc tù. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sin a \blacksquare 0$.

B. $\cos a \heartsuit 0$.

C. $\tan a \blacksquare 0$.

D. $\cot a \heartsuit 0$.

Câu 22. Cho hai góc nhọn a và β trong đó $a \blacksquare \beta$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\cos a \blacksquare \cos \beta$.

B. $\sin a \blacksquare \sin \beta$.

C. $\cot a \heartsuit \cot \beta$.

D. $\tan a \neq \tan \beta \heartsuit 0$.

Câu 23. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\cos 75^\circ \heartsuit \cos 50^\circ$.

B. $\sin 80^\circ \heartsuit \sin 50^\circ$.

C. $\tan 45^\circ \blacksquare \tan 60^\circ$.

D. $\cos 30^\circ \bullet \sin 60^\circ$.

Câu 24. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin 90^\circ \blacksquare \sin 100^\circ$.

B. $\cos 95^\circ \heartsuit \cos 100^\circ$.

C. $\tan 85^\circ \blacksquare \tan 125^\circ$.

D. $\cos 145^\circ \heartsuit \cos 125^\circ$.

Câu 25. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin 90^\circ \blacksquare \sin 150^\circ$.

B. $\sin 90^\circ 15' \blacksquare \sin 90^\circ 30'$.

C. $\cos 90^\circ 30' \heartsuit \cos 100^\circ$.

D. $\cos 150^\circ \heartsuit \cos 120^\circ$.

Vấn đề 4. TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC

Câu 26. Chọn hệ thức đúng được suy ra từ hệ thức $\cos^2 a \neq \sin^2 a \bullet 1$?

A. $\cos^2 a \neq \sin^2 a \bullet 1$.

B. $\cos^2 a \neq \sin^2 a \bullet 1$.

C. $\cos^2 a \neq \sin^2 a \bullet 1$.

D. $5 \cos^2 a \neq \sin^2 a \bullet 5$.

A. $\cos^2 a \neq \sin^2 a \bullet 1$.

B. $\cos^2 a \neq \sin^2 a \bullet 1$.

$$\frac{8}{5} - \frac{1}{5}$$

Câu 27. Cho biết $\sin^2 a = \frac{3}{5}$. Giá trị của $P = 3 \sin^2 a$ bằng bao nhiêu ?

$$a = 5 \cos^2 a$$

- A. $P = \frac{105}{25}$ B. $P = \frac{107}{25}$ C. $P = \frac{109}{25}$ D. $P = \frac{111}{25}$

Câu 28. Cho biết $\tan a = -3$. $\frac{6 \sin a - 7 \cos a}{6 \cos a + 7 \sin a}$ bằng bao nhiêu ?

Giá trị của P :

- A. $P = \frac{4}{3}$ B. $P = \frac{5}{3}$ C. $P = \frac{4}{3}$ D. $P = \frac{5}{3}$

Câu 29. Cho biết $\cos a = \frac{1}{3}$. Giá trị của $P = \cot a + 3 \tan a + 2 \cot a \tan a$ bằng bao nhiêu ?

$$P =$$

A. $P = \frac{1}{1}$

B. $P = \frac{1}{1}$

C. $P = \frac{1}{5}$

D. $P = -1$

Câu 30. Cho biết $\cot a = 5$. Giá trị của $P = 2 \cos^2 a - 5 \sin a \cos a + 1$ bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{10}{26}$

B. $P = \frac{100}{26}$

C. $P = \frac{50}{26}$

D. $P = \frac{101}{26}$

Câu 31. Cho biết $3 \cos a = a$ và $a = 90^\circ$. Giá trị của $\tan a$ bằng

A. $\tan a = \frac{4}{3}$

B. $\tan a = \frac{3}{4}$

C. $\tan a = \frac{4}{5}$

D. $\tan a = \frac{5}{4}$

Câu 32. Cho biết $2 \cos a + \sqrt{2} \sin a = 2$, $0^\circ \leq a \leq 90^\circ$. Tính giá trị của $\cot a$.

A. $\cot a = \frac{5}{4}$

B. $\cot a = \frac{3}{4}$

C. $\cot a = \frac{3}{4}$

D. $\cot a = \frac{5}{4}$

Câu 33. Cho biết $\sin a + \cos a = a$. Tính giá trị của $\sin a \cos a$.

A. $\sin a \cos a = a^2$

B. $\sin a \cos a = 2a$

C. $\sin a \cos a = \frac{a^2 - 1}{2}$

D. $\sin a \cos a = \frac{a}{2}$

Câu 34. Cho biết $\cos a + \sin a = \frac{1}{3}$. Giá trị của $P =$

bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{5}{4}$

B. $P = \frac{7}{4}$

C. $P = \frac{9}{4}$

D. $P = \frac{11}{4}$

Câu 35. Cho biết $\sin a - \cos a = \frac{1}{5}$. Giá trị của $P =$ bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{1}{2}$

B. $P = \frac{1}{9}$

C. $P = \frac{2}{1}$

A. $P = \frac{1}{5}$

B. $P = \frac{1}{5}$

C. $P = \frac{1}{5}$

D. $P = \frac{1}{5}$

Vấn đề 5. GÓC GIỮA HAI VECTO

Câu 36. Cho O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều

120°

MNP .

Góc nào sau đây bằng

A. $\frac{MN}{NP}$

B. $\frac{MO}{ON}$

C. $\frac{MN}{OP}$

D. $\frac{MN}{MP}$

$\sqrt{}$
Câu 37. Cho tam giác đều ABC . Tính $P \bullet \cos \angle AB, BC \bullet \cos \angle BC, CA \bullet \cos \angle CA, AB$.

$\sqrt{A}$

$\frac{3}{2} P \bullet$

B. $P \bullet^3 \cdot 2$

C. $P \bullet \frac{3}{2}$

D. $\frac{P \bullet}{2}$

Câu 38. Cho tam giác đều ABC có đường cao AH . Tính $\angle AH, BA$.

A. 30°

B. 60°

C. 120°

D. 150°

Câu 39. Tam giác ABC vuông ở A và có góc $B \bullet 50^\circ$. Hệ thức nào sau đây sai?

$\frac{AB}{BC} \bullet$

$\frac{AC}{BC} \bullet$

A. $\angle AB, BC \bullet 130^\circ$

B. $\angle BC, AC \bullet 40^\circ$

C. $\angle ACB = 50^\circ$.

D. $\angle ACB = 40^\circ$.

Câu 40. Tam giác ABC vuông ở A và có $BC = 2AC$. Tính $\cos \angle ACB$.

A. $\cos \angle ACB = \frac{1}{2}$.

B. $\cos \angle ACB = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\cos \angle ACB = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\cos \angle ACB = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 41. Cho tam giác ABC . Tính tổng $\angle A + \angle B + \angle C$.

A. 180° .

B. 360° .

C. 270° .

D. 120° .

Câu 42. Cho tam giác ABC với $\angle A = 60^\circ$. Tính tổng $\angle A + \angle B + \angle C$.

A. 120° .

B. 360° .

C. 270° .

D. 240° .

Câu 43. Tam giác ABC có góc A bằng 100° và có trực tâm H . Tính tổng $\angle H + \angle A + \angle B + \angle C$.

A. 360° .

B. 180° .

C. 80° .

D. 160° .

Câu 44. Cho hình vuông $ABCD$. Tính $\cos \angle ACB$.

A. $\cos \angle ACB = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\cos \angle ACB = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

$\sqrt{2}$ B. $\cos \angle AC, BA = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\cos \angle AC, BA = 0$. D. $\cos \angle AC, BA = 1$.

-1 .

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 45. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Tính tổng $\angle AB, DC + \angle AD, CB + \angle CO, DC$.

A. 45° .

B. 405° .

C. 315° .

D. 225° .

TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO

1. Định nghĩa

Cho hai vectơ a và b đều khác vectơ 0 . $a \cdot b$ là một số, kí hiệu là $a \cdot b$ tích vô hướng của a và b

$a \cdot b$, được xác định bởi công thức sau:

$$a \cdot b = |a| |b| \cos \theta$$

$$a \cdot b = |a| |b| \cos \theta$$

Trường hợp ít nhất một trong hai vectơ a và b bằng vectơ 0 ta quy ước $a \cdot b = 0$.

Chú ý

Với a và b khác vectơ 0 ta có $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a \perp b$.

Khi $a = b$

tích vô hướng $a \cdot a$ được kí hiệu là a^2

và số này được gọi là bình phương vô

hướng của vectơ a .

Ta có:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \cdot \cos \\ \cdot \cos \\ \cdot \cos \\ \cdot \cos \\ \cdot \cos \end{array}$$

2. Các tính chất của tích vô hướng

Người ta chứng minh được các tính chất sau đây của tích vô hướng:

$$\begin{array}{l} \text{a) Tính chất cơ bản:} \\ \text{b) Tính chất giao hoán:} \\ \text{c) Tính chất phân phối:} \\ \text{d) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{e) Tính chất cộng:} \\ \text{f) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{g) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{h) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{i) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{j) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{k) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{l) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{m) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{n) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{o) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{p) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{q) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{r) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{s) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{t) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{u) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{v) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{w) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{x) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{y) Tính chất nhân với vô hướng:} \\ \text{z) Tính chất nhân với vô hướng:} \end{array}$$

$$\bullet \quad a \cdot 0 = 0, a \cdot 0 = 0 \quad a \cdot 0 = 0.$$

Nhận xét. Từ các tính chất của tích vô hướng của hai vector ta suy ra:

$$\begin{array}{l} \bullet \quad a \cdot b = b \cdot a \\ \bullet \quad a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \\ \bullet \quad (ka) \cdot b = k(a \cdot b) \end{array}$$

3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Trên mặt phẳng tọa độ cho hai vector

$$a = (a_1; a_2), b = (b_1; b_2)$$

Khi đó tích vô

hướng của hai vector

$$a \cdot b = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

hướng của hai vector

$$a \cdot b = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

Nhận xét. Hai vector $a = (a_1; a_2), b = (b_1; b_2)$ đều khác vector 0 vuông góc với nhau khi và

chỉ khi

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 \neq 0$$

4. Ứng dụng

a) Độ dài của vector

Độ dài của vector $a = (a_1; a_2)$ được tính theo công thức:

$$|a| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

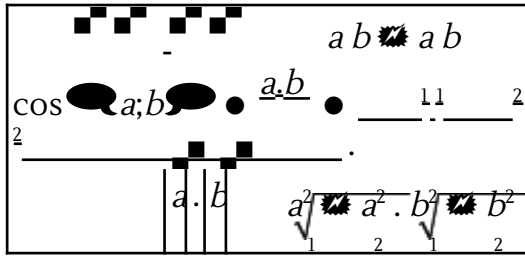
b) Góc giữa hai vector

Từ định nghĩa tích vô hướng của hai vector ta suy ra nếu

$$a = (a_1; a_2) \text{ và } b = (b_1; b_2)$$

$$b = (b_1; b_2) \text{ đều}$$

khác 0 thì ta có



c) Khoảng cách giữa hai điểm

Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ được tính theo công thức:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

CÔNG THỨC

Vấn đề 1. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTOR

Câu 1. Cho a và b là hai vector cùng hướng và đều khác vector 0 . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a \cdot b = a \cdot b$. B. $a \cdot b = 0$. C. $a \cdot b = -1$. D. $a \cdot b = -a \cdot b$.

Câu 2. Cho hai vector a và b khác 0 . Xác định góc α giữa hai vector a và b khi $a \cdot b = -a \cdot b$.

- A. $\alpha = 180^\circ$. B. $\alpha = 0^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 45^\circ$.

Câu 3. Cho hai vector a và b thỏa mãn $a \cdot b = 3$, $b \cdot b = 2$ và $a \cdot b = -3$. Xác định góc α giữa hai vector a và b .

- A. $\alpha = 30^\circ$. B. $\alpha = 45^\circ$. C. $\alpha = 60^\circ$. D. $\alpha = 120^\circ$.

Câu 4. Cho hai vector a và b thỏa mãn $a \cdot b = 1$ và hai vector $u = a - 3b$ và $v = a + b$ vuông góc với nhau. Xác định góc α giữa hai vector a và b .

- A. $\alpha = 90^\circ$. B. $\alpha = 180^\circ$. C. $\alpha = 60^\circ$. D. $\alpha = 45^\circ$.

Câu 5. Cho hai vector a và b . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$. B. $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$. C. $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$. D. $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$.

$a \cdot b$

Câu 9. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a và chiều cao AH . Mệnh đề nào sau đây là

- A. $AH \cdot BC = 0$.
B. $\frac{AH}{AB} = \frac{1}{2}$.
C. $\frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$.
D. $\frac{AC}{CB} = \frac{1}{2}$.

$\angle A = 150^\circ$.

Câu 10. Cho tam

giác cân tại A và có $AB = AC = a$. Tính $AB \cdot BC$.

- A. $AB \cdot BC = a$.
B. $AB \cdot BC = \frac{a^2}{2}$.
C. $AB \cdot BC = \frac{a^2}{2}$.
D. $AB \cdot BC = \frac{a^2}{2}$.

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A và có $AB = c$, $AC = b$. Tính $BA \cdot BC$.

- A. $BA \cdot BC = b^2$.
B. $BA \cdot BC = c^2$.
C. $BA \cdot BC = b^2 + c^2$.
D. $BA \cdot BC = b^2 - c^2$.

Câu 12. Cho tam giác ABC có $AB = 2$ cm, $BC = 3$ cm, $CA = 5$ cm. Tính $CA \cdot CB$.

- A. $CA \cdot CB = 13$.
B. $CA \cdot CB = 15$.
C. $CA \cdot CB = 17$.
D. $CA \cdot CB = 19$.

Câu 13. Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Tính $P = \frac{AB \cdot AC}{BC}$.

- A. $P = \frac{c^2 - b^2}{a}$.
B. $P = \frac{c^2 + b^2}{a}$.
C. $P = \frac{c^2 - b^2}{a^2}$.
D. $P = \frac{c^2}{a^2}$.

Câu 14. Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Tính

- A. $AM \cdot BC = \frac{b^2 - c^2}{2}$.
B. $AM \cdot BC = \frac{c^2 - b^2}{2}$.
C. $AM \cdot BC = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2}$.
D. $AM \cdot BC = \frac{c^2 - b^2 - a^2}{2}$.

a

2

2

Câu 15. Cho ba điểm

O, A, B không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để tích vô hướng



$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$ là

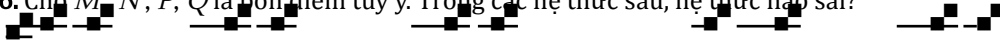
A. tam giác OAB đều.

B. tam giác OAB cân tại O .

C. tam giác OAB vuông tại O .

D. tam giác OAB vuông cân tại O .

Câu 16. Cho M, N, P, Q là bốn điểm tùy ý. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào sai?



A. $MN \cdot NP \cdot PQ = MN \cdot NP \cdot MN \cdot PQ$.

B. $MP \cdot MN = -MN \cdot MP$.



C. $MN \cdot PQ = PQ \cdot MN$.

D. $MN - PQ = MN \cdot PQ = MN^2 - PQ^2$.

Câu 17. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $AB \cdot AC$.

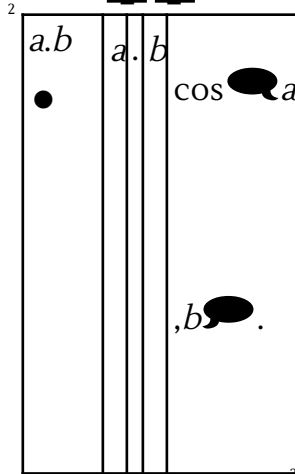


2



1^2

2



A. $AB \cdot AC = a$.

B. $AB \cdot AC = a^2$.

C. $AB \cdot AC = \frac{a}{2}$.

D. $AB \cdot AC = \frac{a}{2}$.



Câu 18. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $P \cdot AC \cdot CD \cdot CA$.

A. $P \bullet -1$.

B. $P \bullet 3a^2$.

C. $P \bullet -3a^2$.

D. $P \bullet 2a^2$.



Câu 19. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $P \bullet \frac{AB \cdot AC}{BC \cdot BD \cdot BA}$.

A. $P \bullet 2\sqrt{2}a$.

B. $P \bullet 2a^2$.

C. $P \bullet a^2$.

D. $P \bullet$



$-2a^2$.

Câu 20. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi E là điểm đối xứng của D qua C . Tính $AE \cdot AB$.

A. $AE \cdot AB$

B. $AE \cdot AB \bullet$

$3a^2$

C. $AE \cdot AB$

$5a^2$.

D. $AE \cdot AB$

$\bullet 2a^2$.

$\bullet$

$\bullet 5a^2$.

Câu 21. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 2. Điểm M nằm trên đoạn thẳng AC sao cho

$AM \bullet \frac{AC}{4}$. Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng DC . Tính $MB \cdot MN$.

A. $MB \cdot MN \bullet -4$.

B. $MB \cdot MN \bullet 4$.

C. $MB \cdot MN \bullet 16$.

$MB \cdot MN \bullet 0$.

Câu 22. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB \bullet 8$, $AD \bullet 5$. Tích $AB \cdot BD$.

A. $AB \cdot BD \bullet 62$.

B. $AB \cdot BD \bullet 64$.

C. $AB \cdot BD \bullet -62$.

D. $AB \cdot BD \bullet -64$.

Câu 23. Cho hình thoi $ABCD$ có $AC \bullet 8$ và $BD \bullet 6$. Tính $AB \cdot AC$.

A. $AB \cdot AC \bullet 24$.

B. $AB \cdot AC \bullet 26$.

C. $AB \cdot AC \bullet 28$.

D. $AB \cdot AC \bullet 32$.

Câu 24. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB \bullet 8$ cm, $AD \bullet 12$ cm, góc $\hat{A} BC$ nhọn và diện tích bằng 54 cm^2 . Tính $\cos \hat{A} BC$.

A. $\cos \hat{A} BC \bullet$

$\frac{27}{16}$

$\frac{16}{27}$

$\frac{57}{16}$

$\frac{16}{57}$

C. $\cos \hat{A} BC \bullet$

B. $\cos \hat{A} BC \bullet$

$\frac{27}{16}$

D. $\cos \hat{A} BC \bullet$

Câu 25. Cho hình chữ nhật

và $AD \bullet a$

. Gọi K là trung điểm của cạnh

$ABCD$ có $AB \bullet a$

AD . Tính $BK \cdot AC$.

 A. $BK.AC \bullet 0$.

 B. $BK.AC \bullet -a^2 2$.

 C. $BK.AC \bullet \sqrt{a^2 2}$.

 D. $BK.AC \bullet 2a^2$.

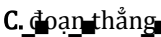
$\sqrt{}$

Vấn đề 2 QUY TÍCH

Câu 26. Cho tam giác ABC . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA \bullet MB \bullet MC \bullet 0$ là:

A. một điểm.

B. đường thẳng.

 C. đoạn thẳng.

D. đường tròn.

Câu 27. Tìm tập các hợp điểm M thỏa mãn $MB \bullet MA \bullet MB \bullet MC \bullet 0$ với A, B, C là ba

đỉnh của tam giác.

A. một điểm.

B. đường thẳng.

C. đoạn thẳng.

 D. đường tròn.

Câu 28. Cho tam giác ABC . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA.BC \bullet 0$ là:

A. một điểm.

B. đường thẳng.

C. đoạn thẳng.

D. đường tròn.

Câu 29*. Cho hai điểm



$AN.AB \bullet 2a^2$ là:

A. một điểm.

B. đường thẳng.

C. đoạn thẳng.

D. đường tròn.

Câu 30*. Cho hai điểm A, B cố định và

$AB \bullet 8$.

Tập hợp các điểm M thỏa mãn

là:
A. một điểm.

B. đường
thẳng.

C. đoạn
thẳng.

D. đường
tròn.

Vấn đề 3. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG HAI VECTƠ

Cho tam giác ABC đỉnh có tọa độ xác định $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$ thì

• Trung tâm G —

$$I \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right).$$

$$\frac{1}{3} \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

• Trọng tâm G —

$$G \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right).$$

$$\frac{1}{3} \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

• Trực tâm H —

$$HA \cdot BC = 0.$$

$$HB \cdot CA = 0$$

$$AE^2 = BE^2$$

Tâm đường tròn ngoại tiếp E — $EA = EB = EC$.

$$AE^2 = CE^2$$

• Chân đường cao K hạ từ đỉnh A —

$$AK \cdot BC = 0.$$



$$BK = k \cdot BC \quad \frac{AB}{DB} = \frac{AC}{DC}$$

• Chân đường phân giác trong góc A là điểm

D —

• Chu vi: $P = AB + BC + CA$.

• Diện tích: $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} AB \cdot AC$.

$$\frac{1}{2} \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

• Góc A : $\cos A = \cos \angle BAC$.

$$\frac{1}{2} \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

• Tam giác ABC vuông cân tại A —

$$AB \cdot AC = 0.$$

$$AB \cdot AC$$

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(3; -1)$, $B(2; 10)$, $C(-4; 2)$. Tính tích vô

hướng $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

A. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 40$.

B. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -40$.

C. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 26$.

D. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -26$.

Câu 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(2;10)$. Tính tích vô hướng

$$\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB}.$$

A. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = -4.$

B. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 0.$

C. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 4.$

D. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 16.$

Câu 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai

vectơ $a = 4i + 6j$

và $b = 3i - 7j$. Tính tích vô

hướng $a \cdot b$.

A. $a \cdot b = -30.$

B. $a \cdot b = 3.$

C. $a \cdot b = 30.$

D. $a \cdot b = 43.$

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $a = (-3; 2)$ và $b = (-1; -7)$. Tìm tọa độ

vector c

biết $c \cdot a = 9$ và $c \cdot b = -20$.

A. $c =$

B. $c = (-1; 3)$.

C. $c = (1; -3)$.

D. $c = (1; 3)$.

$(-1; -3)$.

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba vectơ $a = (1; 2)$, $b = (4; 3)$ và $c = (2; 3)$.

Tính $P = a \cdot b \cdot c$.

A. $P = 0$.

B. $P = 18$.

C. $P = 20$.

D. $P = 28$.

Câu 36. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $a = (-1; 1)$ và $b = (2; 0)$. Tính cosin của

góc giữa hai vectơ a và b .

A. $\cos(a, b) = \frac{1}{2}$.

B. $\cos(a, b) = \frac{2}{\sqrt{2}}$.

C. $\cos(a, b) = \frac{2}{\sqrt{2}}$.

D. $\cos(a, b) = 2$.

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $a = (-2; -1)$ và $b = (4; -3)$. Tính cosin

của góc giữa hai vectơ a và b .

A. $\cos(a, b) = \frac{5}{5}$.

B. $\cos(a, b) = \frac{2}{5}$.

$\frac{2}{5}$

$\frac{5}{5} \sqrt{}$

C. $\cos(a, b) = \frac{3}{2}$.

D. $\cos(a, b) = 2$.

Câu 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $a = (4; 3)$ và $b = (1; 7)$. Tính góc α giữa

hai vectơ a và b .

A. $\alpha = 90^\circ$.

B. $\alpha = 60^\circ$.

C. $\alpha = 45^\circ$.

D. $a \bullet 30^\circ$.

Câu 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy ,

cho hai vectơ

$$x \bullet \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ và } y \bullet \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Tính góc a

giữa hai vectơ x

và y .

D. $a \bullet 135^\circ$.

C. $a \bullet 90^\circ$.

A. $a \bullet 45^\circ$.

B. $a \bullet 60^\circ$.

Câu 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy ,

cho hai vectơ

$$a \bullet \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ và } b \bullet \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix}.$$

Tính

giữa hai vectơ a và b .

góc a

A. $a \bullet 30^\circ$.

B. $a \bullet 45^\circ$.

C. $a \bullet 60^\circ$.

D. $a \bullet 135^\circ$.

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho vectơ $a \bullet \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$. Vectơ nào sau đây không vuông

góc với vectơ a ?

A. $v_1 \bullet \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

B. $v_2 \bullet \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$.

C. $v_3 \bullet \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

D. $v_4 \bullet \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ và } C \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Tính

cosin của góc giữa hai vectơ AB và AC .

A. $\cos \angle BAC = \frac{1}{2}$.

B. $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\cos \angle BAC = \frac{1}{5}$.

D. $\cos \angle BAC = \frac{5}{13}$.

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ cho tam giác ABC có Oxy ,

$A(6;0)$, $B(3;1)$ và C

$(-1;-1)$.

Tính số đo góc B của tam giác đã cho.

A. 15° .

B. 60° .

C. 120° .

D. 135° .

Câu 44. Trong mặt phẳng tọa độ

Oxy ,

cho bốn điểm

$A(-8;0)$, $B(0;$

$4)$, $C(2;0)$ và

$D(-3;-5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hai góc $\widehat{BAD}$ và $\widehat{BCD}$ phụ nhau.

B. Góc $\widehat{BCD}$ là góc nhọn.

C. $\cos \angle BAD = \cos \angle BCD$.

D. Hai góc $\widehat{BAD}$ và $\widehat{BCD}$ bù nhau.

Câu 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $u = i - 5j$

và $v = ki - 4j$. Tìm k để

$u \perp v$

vector u vuông góc với v .

A. $k = 20$.

B. $k = -20$.

C. $k = -40$.

D. $k = 40$.

Câu 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $u = i - 5j$

và $v = ki - 4j$. Tìm k để

$u \perp v$

$u \perp v$

vector u và vector v có độ dài bằng nhau.

- A. $\sqrt{\frac{37}{4}}$ B. $\frac{3}{2}k$ C. $\frac{5}{2}k$ D. $\frac{k}{8}$

Câu 47. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba vector $a = (-2; 3)$, $b = (4; 1)$ và $c = ka + mb$ với $k, m \in \mathbb{R}$. Biết rằng vector c vuông góc với vector $a + b$. Khẳng định

nào sau đây đúng?

- A. $2k = 2m$. B. $3k = 2m$. C. $2k + 3m = 0$. D. $3k + 2m = 0$.

Câu 48. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy ,

cho hai vector $a = (-2; 3)$ và $b = (4; 1)$.
Tìm vector d

biết $a \cdot d = 4$ và $b \cdot d = -2$.

- A. $d = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ B. $d = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$ C. $d = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \end{pmatrix}$ D. $d = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix}$

Câu 49. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy ,

cho ba vector $u = (4; 1)$, $v = a + u + m \cdot v$ với

$(1; 4)$ và

$m \in \mathbb{R}$. Tìm m để a vuông góc với trục hoành.

- A. $m = 4$. B. $m = -4$. C. $m = -2$. D. $m = 2$.

Câu 50. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $u = (4; 1)$ và $v = (1; 4)$. Tìm m để vector

$a = m \cdot u + v$ tạo với vector $b = i + j$ một góc 45° .

- A. $m = 4$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = \frac{1}{4}$. D. $m = \frac{1}{2}$

Câu 51. Trong mặt phẳng tọa độ

Oxy ,

tính khoảng cách giữa hai điểm

$M(1; -2)$ và

$N(-3; 4)$.

A. $MN = 4$.

B. $MN = 6$.

C. $MN = 3\sqrt{6}$.

D. $MN = 2\sqrt{13}$.

Câu 52. Trong mặt phẳng tọa độ cho tam giác ABC có Oxy ,

$A(1; 4)$, $B(3; 2)$, $C(5;$

chu vi P của tam giác đã cho.

$\sqrt{4}$

4 . Tính

A. $P = 4\sqrt{2}$.

B. $P = 4\sqrt{42}$.

C. $P = 8\sqrt{82}$.

D. $P = 2\sqrt{22}$.

Câu 53. Trong hệ tọa độ $O; i; j$, cho vector $a = i - j$.

Độ dài của vector a bằng

A. $\frac{1}{5}$.

B. 1.

C. $\frac{6}{5}$.

D. $\frac{5}{7}$.

Câu 54. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , nào sau đây đúng?

cho hai vector $u = (3; 4)$ và $v = (-8; 6)$.

Khẳng định

A. $u \perp v$.

B. u và v cùng phương.

C. u vuông góc với v .

D. $u \perp -v$.

Câu 55. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(1; 2)$, $B(-2; -4)$, $C(0; 1)$ và $D(1; 3)$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. AB cùng phương với CD .

B. $AB \perp CD$.

C. $AB \parallel CD$.

D. $AB \perp CD$.

Câu 56. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm

D. Tứ giác $ABCD$ không nội tiếp đường tròn.

$A(7; -3)$, $B(8; 4)$, C

Khẳng định nào sau đây đúng?

$(1; 5)$ và

A. $AC \perp CB$.

B. Tam giác ABC đều.

C. Tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

$D(0;-2)$.

Câu 57. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
B. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi.
C. Tứ giác $ABCD$ là hình thang cân.
D. Tứ giác $ABCD$ không nội tiếp được đường tròn.

$A(-1;1)$, $B(0;2)$, $C(3;1)$ và $D(0;-2)$.

Câu 58. Trong mặt phẳng tọa độ cho tam giác ABC có Oxy ,
Khẳng định nào sau đây là đúng ?

$A(-1;1)$, $B(1;3)$ và $C(1;-1)$.

- A. Tam giác ABC đều.

C. Tam giác ABC cân tại B .
- B. Tam giác ABC có ba góc đều nhọn.

D. Tam giác ABC vuông cân tại A .

Câu 59. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(10;5)$, $B(3;2)$ và $C(6;-5)$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Tam giác ABC đều. B. Tam giác ABC vuông cân tại A .
C. Tam giác ABC vuông cân tại B . D. Tam giác ABC có góc A tù.

Câu 60. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2; -1)$, B

$(1; -1)$ và

$C(-2; 2)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Tam giác ABC đều. B. Tam giác ABC vuông cân tại A .
C. Tam giác ABC vuông cân tại B . D. Tam giác ABC vuông cân tại C .

Vấn đề 5. TÌM ĐIỂM THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Câu 61. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2; 4)$ và $B(8; 4)$. Tìm tọa độ điểm C

thuộc trục hoành sao cho tam giác ABC vuông tại C .

- A. $C(6; 0)$. B. $C(0; 0)$, $C(6; 0)$. C. $C(0; 0)$. D. $C(-1; 0)$.

Câu 62. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 2)$ và $B(-3; 1)$. Tìm tọa độ điểm C

thuộc trục tung sao cho tam giác ABC vuông tại A .

- A. $C(0; 6)$. B. $C(5; 0)$. C. $C(3; 1)$. D. $C(0; -6)$.

Câu 63. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-4; 0)$, $B(-5; 0)$ và $C(3; 0)$. Tìm điểm



M thuộc trục hoành sao cho $MA \cdot MB \cdot MC = 0$.

- A. $M(-2; 0)$. B. $M(2; 0)$. C. $M(-4; 0)$. D. $M(-5; 0)$.

Câu 64. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(-2; 2)$ và $N(1; 1)$. Tìm tọa độ điểm P

thuộc trục hoành sao cho ba điểm M, N, P thẳng hàng.

- A. $P(0; 4)$. B. $P(0; -4)$. C. $P(-4; 0)$. D. $P(4; 0)$.

Câu 65. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm điểm M thuộc trục hoành để khoảng cách từ đó đến điểm $N(-1; 4)$ bằng $2\sqrt{5}$.

- A. $M(1; 0)$. B. $M(1; 0)$, $M(-3; 0)$. C. $M(3; 0)$.

D. $M(1;0)$, $M(3;0)$.

Câu 66. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;3)$ và $B(4;2)$. Tìm tọa độ điểm C

thuộc trục hoành sao cho C cách đều hai điểm A và B .

- A. $C(5;0)$ B. $C(5;0)$ C. $C(3;0)$ D. $C(3;0)$

Câu 67. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm trực $A(2;2)$, $B(5;-2)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$?

- A. $M(0;1)$ B. $M(6;0)$ C. $M(1;6)$ D. $M(0;6)$

Câu 68. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;-1)$ và $B(3;2)$. Tìm M thuộc trục tung sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

- A. $M(0;1)$ B. $M(0;-1)$ C. $M(0;1)$ D. $M(0;-1)$

- Câu 69.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ biết $A(-2;0)$, $B(2;5)$, $C(6;2)$. Tìm tọa độ điểm D .
- A. $D(2;-3)$. B. $D(2;3)$. C. $D(-2;-3)$. D. $D(-2;3)$.

- Câu 70.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có tọa độ trọng tâm G của tam giác đã cho. $A(1;3)$, $B(-2;4)$, $C(5;3)$. Tìm
- A. $G(2;10)$. B. $G(8;-10)$. C. $G(2;5)$. D. $G(4;10)$.
- Đáp án: C

- Câu 71.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4;1)$, $B(2;4)$, $C(2;-2)$.

Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác đã cho.

- A. $I(1;-1)$. B. $I(1;1)$. C. $I(1;1)$. D. $I(1;-1)$.
- Đáp án: B

- Câu 72.** Trong mặt phẳng tọa độ cho tam giác ABC có $A(-3;0)$, $B(3;0)$ và $C(2;6)$.

Gọi $H(a;b)$ là tọa độ trực tâm của tam giác đã cho. Tính $a^2 + b^2$.

- A. $a^2 + b^2 = 5$. B. $a^2 + b^2 = 6$. C. $a^2 + b^2 = 7$. D. $a^2 + b^2 = 8$.

- Câu 73.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(4;3)$, $B(2;7)$ và $C(-3;-8)$.

Tìm tọa độ chân đường cao A' kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC .

A. $A'(-1; -4)$.

B. $A'(-1; 4)$.

C. $A'(-1; 4)$.

D. $A'(-4; 1)$.

Câu 74. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có

$A(2; 4)$, B

$C(3; -1)$.

$(-3; 1)$,

Tìm tọa độ chân đường cao A' vẽ từ đỉnh A của tam giác đã cho.

A. $A'(-3; 1)$

B. $A'(-3; -1)$

C. $A'(-3; 1)$

D. $A'(-3; 1)$

$A'(-3; 1)$

$A'(-3; 1)$

$A'(-3; 1)$

$A'(-3; 1)$

$A'(-3; 1)$

$A'(-3; 1)$

$A'(-3; 1)$

$A'(-3; 1)$

Câu 75. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(3; -2)$, $B(3; 6)$ và $C(11; 0)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

$A(3; -2)$, $B(3; 6)$

và $C(11; 0)$. Tìm

tọa

A. $D(5; -8)$.

B. $D(8; 5)$.

C. $D(-5; 8)$.

D. $D(-8; 5)$.

Câu 76. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 4)$ và $B(1; 1)$. Tìm tọa độ điểm C để tam giác ABC vuông cân tại B .

$A(2; 4)$ và

$B(1; 1)$. Tìm tọa độ điểm C

A. $C(4; 0)$.

B. $C(-2; 2)$.

C. $C(4; 0)$, C

D. $C(2; 0)$.

$C(-2; 2)$.

Câu 77. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có

$A(1; -1)$ và

$B(3; 0)$. Tìm

tọa độ điểm D , biết D có tung độ âm.

A. $D(0; -1)$.

B. $D(2; -3)$.

C. $D(2; -3)$, D

D. $D(-2; -3)$.

$D(0; 1)$.

Câu 78. Trong mặt phẳng tọa độ

Oxy ,

cho bốn điểm

$A(1;2)$, B

$(-1;3)$, C

$(-2;-1)$ và

$D(0;-2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $ABCD$ là hình vuông.

B. $ABCD$ là hình chữ nhật.

C. $ABCD$ là hình thoi.

D. $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 79. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác OAB với

$A(1;3)$ và $B(4;2)$. Tìm tọa độ

điểm E là chân đường phân giác trong góc O của tam giác OAB .

$$C.E \square \square - 2 \square 3 2; 4 \square$$

$$2 \square.$$

$$D.E \square \square - 2 \square 3 2; 4 \square$$

$$2 \square.$$

Câu 80. Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm

$A(2;0)$, $B(0;2)$ và C

$$\sqrt{\square} \sqrt{\square} \quad \sqrt{\square} \sqrt{\square}$$

đỉnh thứ tư D của hình thang cân $ABCD$.

- A. $D(7;0)$. B. $D(7;0)$, D C. $D(0;7)$, D D. $D(9;2)$.
- $(2;9)$. $(9;2)$.

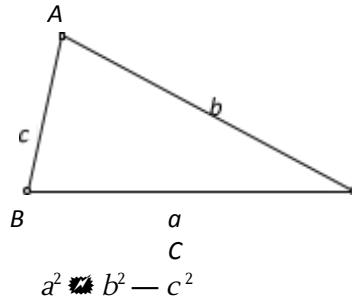
CÁC HỆ THỨC LƯỢNG GIÁC TRONG TAM GIÁC

1. Định lý côsin

Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$ và $AB = c$.

Ta có

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A; \quad b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B; \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



Hệ quả

$$b^2 = c^2 - a^2 \quad \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \quad \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}; \quad \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

2. Định lý sin

Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ và R là

bán kính đường tròn ngoại tiếp.

Ta có

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

3. Độ dài đường trung tuyến

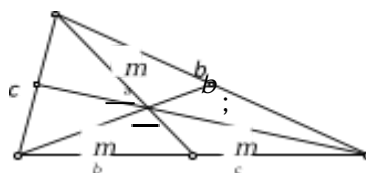
Cho tam giác ABC có m_a , m_b , m_c lần lượt là các trung tuyến kẻ từ A , B , C .

Ta có

$$m^2 = \frac{b^2 + c^2}{4} - \frac{a^2}{4};$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$



$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

4. Công thức tính diện tích tam giác

Cho tam giác ABC có

- h_a, h_b, h_c là độ dài đường cao lần lượt tương ứng với các cạnh BC, CA, AB ;
- R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác;
- r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác;

• p •

$$a^2 + b^2 + c^2$$

là nửa chu vi tam giác;

2

• S là diện tích tam giác. Khi đó ta có:

$$S = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}ch$$

$$= \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$$

$$= \frac{abc}{4R}$$

$$\frac{1}{4R} = \frac{1}{p} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM Vấn đề 1. GIẢI TAM GIÁC

Câu 1. Tam giác ABC có $AB = 5$, $BC = 7$, $CA = 8$. Số đo góc A bằng:

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 2. Tam giác ABC có $AB = 2$, $AC = 1$ và $\angle A = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC .

A. $BC = 1$.

B. $BC = 2$.

C. $BC = 2\sqrt{3}$.

D. $BC = 3$.

Câu 3. Tam giác ABC có đoạn thẳng nối trung điểm của AB và BC bằng 3, cạnh $AC = 6$. Tính độ dài cạnh BC .

A. $BC = 3\sqrt{6}$.

B. $BC = 3\sqrt{3}$.

C. $BC = 3\sqrt{2}$.

D. $BC = 6$.

Câu 4. Tam giác ABC có $AB = \sqrt{2}$, $AC = 2$ và $\angle C = 45^\circ$. Tính độ dài cạnh BC .

A. $BC = \sqrt{5}$.

B. $BC = \sqrt{2}$.

C. $BC = \sqrt{3}$.

D. $BC = 6$.

Câu 5. Tam giác ABC có $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$ và $AB = 5$. Tính độ dài cạnh AC .

A. $AC = 5\sqrt{2}$.

B. $AC = 5\sqrt{3}$.

C. $AC = 5\sqrt{2}$.

D. $AC = 10$.

Câu 6. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh bằng 1 cm và có $\angle B = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh AC .

A. $AC \bullet \sqrt{3}$.

B. $AC \bullet 2$.

C. $AC \bullet 2\sqrt{3}$.

D. $AC \bullet 2$.

Câu 7. Tam giác ABC có $AB \bullet 4$, $BC \bullet 6$, $AC \bullet 2\sqrt{7}$. Điểm M thuộc đoạn BC sao cho

$MC \bullet 2MB$. Tính độ dài cạnh AM .

A. $AM \bullet 4\sqrt{2}$.

B. $AM \bullet 3$.

C. $AM \bullet 2\sqrt{3}$.

D. $AM \bullet 3\sqrt{2}$.

Câu 8. Tam giác ABC có $AB \bullet$

$\sqrt{2}$, $BC \bullet$

3 , $CA \bullet \sqrt{5}$. Gọi D là

chân đường phân

đường của tam giác ABC .

Góc trong góc A là 90° . Khi đó góc ADB bằng bao nhiêu độ?

A.

B.

C.

Câu 9. Tam giác ABC vuông tại A , đường cao $AH = 32 \text{ cm}$. Hai cạnh AB và AC tỉ lệ với 3 và 4. Cạnh nhỏ nhất của tam giác này có độ dài bằng bao nhiêu?

A. 38 cm .B. 40 cm .C. 42 cm .D. 45 cm .

Câu 10. Tam giác MPQ vuông tại P . Trên cạnh MQ lấy hai điểm E, F sao cho các góc

 $\hat{MPE}, \hat{EPF}$

g nhau. Đặt sau, hệ

$MP = q, PQ = m, PE = x, PF = y$. Trong các hệ thức

A. $ME \cdot EF = FQ$. B. $ME^2 = q^2 \cdot x^2 -$ C. $MQ^2 = q^2 \cdot m^2 - 2qm$.

xq .

C. $MF^2 = q^2 \cdot y^2 - yq$.

Câu 11. Cho góc $\hat{xOy} = 30^\circ$. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho

$AB = 1$. Độ dài lớn nhất của đoạn OB bằng:

A. $\sqrt{3}$.

$\sqrt{2}$.

$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. 3.

D. 2.

Câu 12. Cho góc $\hat{xOy} = 30^\circ$. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho

$AB = 1$. Khi OB có độ dài lớn nhất thì độ dài của đoạn OA bằng:

A. $\sqrt{3}$.

$\sqrt{2}$.

$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. 3.

D. 2.

Câu 13. Tam giác ABC có $AB = c, BC = a, CA = b$. Các a, b, c liên hệ với nhau bởi

đẳng thức $b^2 - a^2 = c^2 - a^2$. Khi đó góc BAC bằng bao nhiêu độ?

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

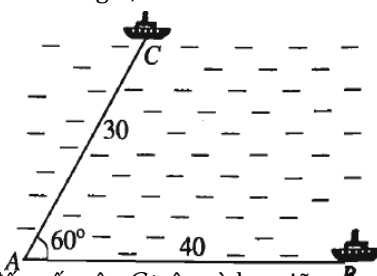
D. 90° .

Câu 14. Tam giác ABC vuông tại A , có $AB = c, AC = b$. Gọi α là độ dài đoạn phân giác AA_1 có trong góc BAC . Tính α theo b và c .

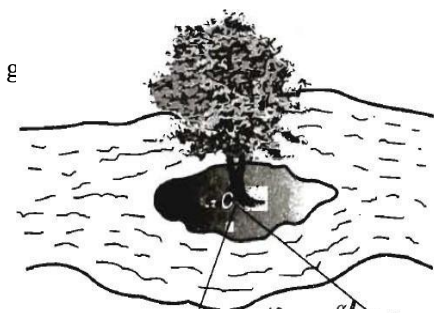
A. $\alpha = \frac{2bc}{a+b+c}$ B. $\alpha = \frac{2bc}{a+b-c}$ C. $\alpha = \frac{2bc}{a-b+c}$ D. $\alpha = \frac{2bc}{a-b-c}$

Câu 15. Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc 60° . Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lý một giờ. Tàu C chạy với tốc độ 15 hải lý một giờ. Sau hai giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lý?
Kết quả gần nhất với số nào sau đây?

- A. 61 hải lý.
- B. 36 hải lý.
- C. 21 hải lý.
- D. 18 hải lý.



Câu 16. Để đo khoảng cách từ một điểm A trên bờ sông đến gốc cây C trên cù lao giữa sông, người ta chọn một điểm B cùng ở trên bờ với A sao cho từ A và B có thể nhìn thấy điểm C . Ta đo được khoảng cách $AB = 40\text{m}$, $\hat{CAB} = 45^\circ$ và $\hat{CBA} = 70^\circ$.



c khoảng cách AC

Câu 17
(hình)

Biết

Chi
đây

A.]

B. 17m .

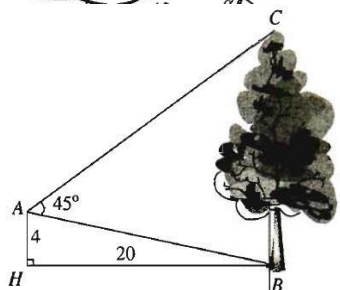
C. 16,5m .

D. 16m .

t cây cao

45° .

nào sau



A, B

Câu 18. Giả sử $CD \bullet h$ là chiều cao của tháp

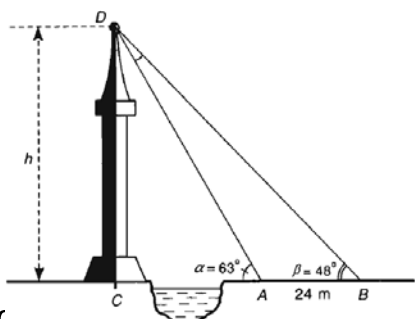
trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm

trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và C thẳng hàng. Ta đo được

$AB \bullet 24 \text{ m}$,

$\angle CAD \bullet 63^\circ$, $\angle CBD \bullet 48^\circ$.

trị nào sau đây?

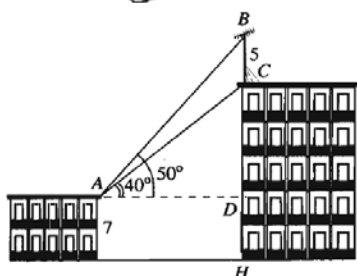


C.

cột ăng-ten cao 5 m . Từ vị trí quan sát A cao 7 m so

à chân C của cột ăng-ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang.

trị nào sau đây?



Câu 20. Xác định chiều cao của một tháp mà không cần lên đỉnh của tháp. Đặt kế giác thẳng đứng cách chân tháp một khoảng $CD \bullet 60\text{m}$, giả sử chiều cao của giác kế là $OC \bullet 1\text{m}$.

Quay thanh giác kế sao cho khi ngắm theo thanh ta nhìn thấy đỉnh A của tháp. Đọc trên giác kế số

đo của góc

$\angle AOB \bullet 60^\circ$. Chiều cao của ngọn tháp

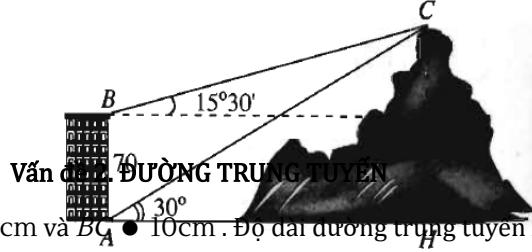
gần với giá trị nào sau đây:



- A. 40m.
B. 114m.
C. 105m.
D. 110m.

Câu 21. Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao của ngọn núi là $AB = 70m$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang góc 30° , phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang góc $15^\circ 30'$. Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 135m. B. 234m.
C. 165m. D. 195m.



Câu 22. Tam giác ABC có $AB = 6cm$, $AC = 8cm$ và $BC = 10cm$. Độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác bằng:

A. 4cm. B. $\sqrt{3}cm$. C. 7cm. D. 5cm.

Câu 23. Tam giác ABC vuông tại A và có $AB = AC = a$. Tính độ dài đường trung tuyến

$\sqrt{BM}$ của tam giác đã cho.

A. $BM = 1,5a$.

B. $BM = a/2$.

C. $BM = a/3$.

D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$

Câu 24. Tam giác ABC có $AB = 9cm$, $AC = 12cm$ và $BC = 15cm$. Tính độ dài đường trung tuyến AM của tam giác đã cho.

A. $AM = \frac{15}{2}cm$.

B. $AM = 10cm$.

C. $AM = 9cm$.

D. $AM = \frac{13}{2}cm$.

Câu 25. Tam giác ABC cân tại C , có

$\angle C = 120^\circ$. Gọi D là điểm đối xứng

của B qua C . Tính độ dài cạnh AD .

A. $AD = 6cm$.

B. $AD = 9cm$.

C. $AD = 12cm$.

D. $AD = 12$

Câu 26. Tam giác ABC có $AB = 3$, $BC = 8$. Gọi M là trung điểm của BC . Biết

$\cos \angle AMB = \frac{5}{13}$

và $AM = 3$. Tính độ dài cạnh AC .

26

A. $AC = \frac{13}{2}$.

B. $AC = 7$.

C. $AC = 13$.

D. $AC = 7$.

Câu 27*. Tam giác ABC có trọng tâm G . Hai trung tuyến $BM = 6$, $CN = 9$ và $\angle BGC = 120^\circ$.

Tính độ dài cạnh AB .

$\sqrt{13}$

■

■

$\sqrt{\quad}$ A. $AB \bullet \quad \cdot \frac{1}{2}$ B. $AB \bullet \quad 13 \cdot$ C. $AB \bullet \quad 2 \cdot$ D. $AB \bullet \quad 2 \cdot$

Câu 28.** Tam giác ABC có độ dài ba trung tuyến lần lượt là 9; 12; 15 . Diện tích của tam giác ABC bằng:

$\sqrt{A. 24.}$
 $B. 24.$
 $C. 72.$
 $D. 72\sqrt{.}$

Câu 29*. Cho tam giác ABC có $AB \bullet c, BC \bullet a, CA \bullet b$. Nếu a, b, c có liên hệ giữa

$b^2 \bullet c^2 \bullet 2a^2$ thì độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác tính theo a bằng:

$\sqrt{A. \frac{a}{2}.}$
 $B. \frac{a}{3}.$
 $C. 2a.$
 $D. 3a.$

Câu 30*. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB \bullet a, BC \bullet b, BD \bullet m$ và $AC \bullet n$. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào đúng:

$A. m^2 \bullet n^2 \bullet 3(a^2 \bullet b^2).$
 $B. m^2 \bullet n^2 \bullet 2(a^2 \bullet b^2).$
 $C. 2(m^2 \bullet n^2) \bullet a^2 \bullet b^2.$
 $D. 3(m^2 \bullet n^2) \bullet a^2 \bullet b^2.$

Câu 31.** Tam giác ABC có $AB \bullet c, BC \bullet a, CA \bullet b$. Các cạnh a, b, c liên hệ với nhau bởi đẳng thức $a^2 \bullet b^2 \bullet 5c^2$. Góc giữa hai trung tuyến AM và BN là góc nào?

$A. 30^\circ.$
 $B. 45^\circ.$
 $C. 60^\circ.$
 $D. 90^\circ.$

Câu 32.** Tam giác ABC có ba m_a, m_b, m_c thỏa mãn $5m^2 \bullet m^2 \bullet m^2$. đường trung tuyến Khi đó tam giác này là tam giác gì?

$A. Tam \text{ giác cân.}$
 $B. Tam \text{ giác đều.}$
 $C. Tam \text{ giác vuông.}$
 $D. Tam \text{ giác vuông cân.}$

Câu 33.** Tam giác ABC có $AB \bullet c, BC \bullet a, CA \bullet m_a, m_b, m_c$ là độ dài ba đường trung tuyến, G trọng tâm. Xét các khẳng định sau:

$I. m_a^2 \bullet m_b^2 \bullet m_c^2 \bullet 3(a^2 \bullet b^2 \bullet c^2).$
 $II. GA^2 \bullet GB^2 \bullet GC^2 \bullet \frac{1}{3}(a^2 \bullet b^2 \bullet c^2).$

Trong các khẳng định đã cho có

$A. I \text{ đúng.}$
 $B. Chỉ II \text{ đúng.}$
 $C. Cả hai cùng sai.$
 $D. Cả hai cùng đúng.$

TRÒN NGOẠI TIẾP

Câu 34. Tam giác ABC có $BC \bullet 10$ và $A \bullet 30^\circ$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$\sqrt{A. R \bullet 5.}$
 $B. R \bullet 10.$
 $C. R \bullet 10.$
 $D. R \bullet 10^3.$

Câu 35. Tam giác ABC có $AB \bullet 3, AC \bullet 6$ và $A \bullet 60^\circ$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. $R = 3$. B. $R = 3\sqrt{3}$. C. $R = 3$. D. $R = 6$.

✓

Câu 36. Tam giác ABC có $BC = 21\text{cm}$, $CA = 17\text{cm}$, $AB = 10\text{cm}$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. $R = \frac{85}{2}\text{cm}$. B. $R = \frac{7}{4}\text{cm}$. C. $R = \frac{85}{8}\text{cm}$. D. $R = \frac{7}{8}\text{cm}$.

Câu 37. Tam giác đều cạnh a nội tiếp trong đường tròn bán kính R . Khi đó bán kính R bằng:

$\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$

$a^2 + b^2 = c^2$

$c^2 = a^2 + b^2$

$a^2 + b^2 = c^2$

Câu 38. Cho tam giác ABC có $AB = 12$ cm và $AC = 4$ cm. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. $R = 2,5$ cm. B. $R = 1,5$ cm. C. $R = 2$ cm. D. $R = 3,5$ cm.

Câu 39. Cho tam giác ABC có $AB = 3\sqrt{3}$, $BC = 6$ và $CA = 9$. Gọi D là trung điểm BC .

- Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD .
- A. $R = 3$. B. $R = 3$. C. $R = 3$. D. $R = 3$.

Câu 40**. Tam giác nhọn ABC có $AC = b$, $BC = a$, BB' là đường cao kẻ từ B và $\widehat{BB'C} = \alpha$.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác ABC được tính theo a , b và α là:

- A. $R = \frac{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha}{2 \sin \alpha}$. B. $R = \frac{a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha}{2 \sin \alpha}$.
- C. $R = \frac{a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha}{2 \cos \alpha}$. D. $R = \frac{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha}{2 \cos \alpha}$.

Vấn đề 4. DIỆN TÍCH TAM GIÁC

Câu 41. Tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 6$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC .

A. $S_{ABC} = 9$. B. $S_{ABC} = 2\sqrt{3}$. C. $S_{ABC} = 9$. D. $S_{ABC} = 2$.

Câu 42. Tam giác ABC có $AC = 4$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$, $\widehat{ACB} = 75^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC .

A. $S_{ABC} = 8$. B. $S_{ABC} = 4$. C. $S_{ABC} = 4$. D. $S_{ABC} = 8$.

Câu 43. Tam giác ABC có $a = 21$, $b = 17$, $c = 10$. Diện tích của tam giác ABC bằng:

- A. $S_{ABC} = 16$. B. $S_{ABC} = 48$. C. $S_{ABC} = 24$. D. $S_{ABC} = 84$.

Câu 44. Tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 6$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính độ dài đường cao h_a của tam giác.

A. $h_a = 3$. B. $h_a = 3$. C. $h_a = 3$. D. $h_a = 2$.

Câu 45. Tam giác ABC có $AC = 4$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Tính độ dài đường cao h_a của tam giác.

uất phát từ đỉnh

$$\sqrt{A. h \bullet 2 \quad .3} \quad B. h \bullet 4\sqrt{3} \quad C. h \bullet 2 \quad D. h \bullet 4.$$

Câu 46. Tam giác ABC có $a \bullet 21$, $b \bullet 17$, $c \bullet 10$. Gọi B' là hình chiếu vuông góc của B trên cạnh AC . Tính BB' .

$$A. BB' \bullet 8. \quad B. BB' \bullet \frac{84}{5}. \quad C. BB' \bullet \frac{168}{17}. \quad D. BB' \bullet \frac{84}{17}.$$

Câu 47. Tam giác ABC có $AB \bullet 8$ cm, $\sin A$ bằng: $AC \bullet 18$ cm và có diện tích bằng 64 cm^2 . Giá trị

- $\sqrt{\quad}$ A. $\sin A \bullet \frac{1}{3}$ B. $\sin A \bullet \frac{3}{2}$ C. $\sin A \bullet \frac{4}{8}$ D. $\sin A \bullet \frac{8}{5}$ 9

Câu 48. Hình bình hành $ABCD$ có $AB \bullet a$, $BC \bullet a$ và $\hat{B} AD \bullet 45^\circ$. Khi đó hình bình hành

$\bullet a$

có diện tích bằng:

- $\sqrt{\quad}$ A. $2a^2$ B. a^2 C. a^2 D. a^2 3

Câu 49*. Tam giác ABC vuông tại A có $AB \bullet AC \bullet 30$ cm. Hai đường trung tuyến BF và

$\sqrt{\quad}$ CE cắt nhau tại G . Diện tích tam giác GFC bằng:

- A. 50 cm^2 B. 50 C. 75 cm^2 D. 15

Câu 50*. Tam giác đều nội tiếp đường tròn bán kính $R \bullet 4$ cm có diện tích bằng:

- A. 13 cm^2 B. 13 C. 12 D. 15 cm^2

Câu 51*. Tam giác ABC có $BC \bullet 2\sqrt{3}$, $AC \bullet 2AB$ và độ dài đường cao $AH \bullet 2$. Tính độ dài

cạnh AB .

- $\sqrt{\quad}$ A. $AB \bullet 2$ B. $AB \bullet \frac{2}{3}$

3

- $\sqrt{\quad}$ C. $AB \bullet 2$ hoặc $AB \bullet \frac{2}{21}$ D. $AB \bullet 2$ hoặc $AB \bullet \frac{2}{3}$

3

3

Câu 52*. Tam giác ABC có $BC \bullet a$, $CA \bullet b$, $AB \bullet c$ và có diện tích S . Nếu tăng cạnh BC

lên 2 lần đồng thời tăng cạnh AC lên 3 lần và giữ nguyên độ lớn của góc C thì khi đó diện tích của tam giác mới được tạo nên bằng:

- A. $2S$ B. $3S$ C. $4S$ D. $6S$

Câu 53*. Tam giác ABC có $BC \bullet a$ C bằng: và $CA \bullet b$. Tam giác ABC có diện tích lớn nhất khi góc

- A. 60° B. 90° C. 150° D. 120°

Câu 54*. Tam giác ABC có hai đường trung tuyến BM , CN vuông góc với nhau và có

$\sqrt{\quad}$ $BC \bullet 3$, góc $\hat{B} AC \bullet 30^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A. $S_{\triangle ABC} \bullet 3$ B. $S_{\triangle ABC} \bullet 6$ C. $S_{\triangle ABC} \bullet 9$ D. $S_{\triangle ABC} \bullet$

Vấn đề 5. BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP

Câu 55. Tam giác ABC có $AB \bullet 5$, $AC \bullet 8$ và $\hat{B} AC \bullet 60^\circ$. Tính bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho.

- $\sqrt{\quad}$ A. $r \bullet 1$ B. $r \bullet 2$ C. $r \bullet$ D. $r \bullet 2$

Câu 56. Tam giác ABC có $a \bullet 21$, $b \bullet 17$, $c \bullet 10$. Tính bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho.

A. $r \bullet 16.$

B. $r \bullet 7.$

C. $r \bullet .$

D. $r \bullet 8.$
2

Câu 57. Tính bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh a .

$\sqrt{}$

A. $r \bullet \frac{a}{3}.$
4

B. $r \bullet \frac{a}{2}.$
5

C. $r \bullet \frac{a}{3}.$
6

D. $r \bullet \frac{a}{5}.$
7

Câu 58. Tam giác ABC vuông tại A có $AB \bullet 6$ cm, $BC \bullet 10$ cm. Tính bán kính r của đường

tròn nội tiếp tam giác đã cho.

A. $r = 1$ cm.

B. $r = 2$ cm.

C. $r = 2$

D. $r = 3$

Câu 59. Tam giác ABC vuông cân tại A , có $AB = a$. Tính bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho.

A. $r = \frac{a}{2}$.

B. $r = \frac{a}{2}$.

C. $r = \frac{a}{2\sqrt{2}}$.

D. $r = \frac{a}{3}$.

$r = \frac{a}{2}$

$r = \frac{a}{2}$

$r = \frac{a}{2\sqrt{2}}$

$r = \frac{a}{3}$

Câu 60. Tam giác ABC vuông cân tại A và nội tiếp trong đường tròn tâm O bán kính R . Gọi r là bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Tính $\frac{R}{r}$ bằng:

Khi đó tỉ số $\frac{R}{r}$

r

A. 1

B.

$2\sqrt{2}$

C.

$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

D.

2