

التمرين الأول:

$n$  عدد طبيعي غير معدوم ، نضع  $a = 3n + 1$  و  $b = 5n - 1$

(1) جد قيم  $n$  حتى يكون  $\frac{a}{b}$  عددا صحيحا

(2) برهن أن  $PGCD(a, b)$  هو قاسم للعدد 8

(3) ماهي قيم  $n$  حتى يكون  $PGCD(a, b) = 8$

(4) عين تبعا لقيم  $n$   $PGCD(a, b)$

التمرين الثاني:

(1) أوجد الثنائيات  $(a, b)$  من الأعداد الطبيعية والتي تحقق

$$\begin{cases} PGCD(a, b) = 42 \\ PPCM(a, b) = 1680 \end{cases}$$

(2) عين مجموعة الأعداد الصحيحة  $x$  بحيث يكون  $8x \equiv 7[5]$

(3) حل في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة  $336x + 210y = 294$

التمرين الثالث:

(1) برهن أنه إذا كان  $x$  و  $y$  أوليان فيما بينهما فان العددين  $(3x + y)$  و  $(5x + 2y)$  أوليان فيما بينهما

(2) عين العددين الطبيعيين وغير المعدومين  $a$  و  $b$  اللذين يحققان

$$\begin{cases} (3a + b)(5a + 2b) = 1881 \\ a \times b = 3PPCM(a, b) \end{cases}$$

التمرين الرابع:

$a$  و  $b$  عددين طبيعيين حيث  $a = \overline{2310}$  و  $b = \overline{252}$  في نظام التعداد ذي الأساس  $n$  حيث  $n \geq 6$  وليكن  $d = PGCD(a, b)$

(1) برهن أن  $(2n + 1)$  يقسم كلا من  $a$  و  $b$  وأن  $d = 2(2n + 1)$  أو  $d = (2n + 1)$  حسب قيم  $n$  زوجية أو فردية

(2) نأخذ  $n = 6$  حل في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة  $ax + by = -26$

### التمرين الخامس:

(1) حل في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة  $18x + 4y = 84$  ، ماهي الحلول  $(x, y)$  التي تحقق  $x \times y > 0$

(2)  $n$  عدد طبيعي حيث  $n = \overline{30\alpha\beta\gamma}$  في نظام العد ذي الأساس 5 و  $n = \overline{55\alpha\beta}$

في نظام العد ذي الأساس 7

عين  $\alpha$  ،  $\beta$  ،  $\gamma$  ثم أكتب  $n$  في النظام العشري

### التمرين السادس:

(1) عين جميع الأعداد الصحيحة  $n$  بحيث يكون العدد الصحيح  $(n^2 + 3n + 4)$  يقبل القسمة

على 7

(2) أثبت أنه من أجل كل عدد صحيح  $n$  فإن العدد  $(n^2 + 3n + 4)$  لا يقبل القسمة على 49

### التمرين السابع:

(1) أوجد كل الأعداد الصحيحة  $x$  بحيث يكون  $x^2 + 2x + 6 \equiv 0 [7]$

(2)  $a$  عدد طبيعي يكتب في النظام ذي الأساس  $b$  بالشكل  $\overline{126}$  ، عين جميع الأعداد

الطبيعية  $b$  بحيث يكون  $a$  قابلاً للقسمة على 42

### التمرين الثامن:

عين جميع الثنائيات  $(a, b)$  من الأعداد الطبيعية وغير المعدومة والتي تحقق

$$\text{حيث } \begin{cases} d^2 + m^2 = 148 \\ a \times b = 24 \end{cases} \text{ حيث } d = \text{PGCD}(a, b) \text{ و } m = \text{PPCM}(a, b)$$

### التمرين التاسع:

$a$  و  $b$  عدنان طبيعيان حيث  $a > b$  نضع  $d = \text{PGCD}(a, b)$

(1) برهن أن  $\text{PGCD}(a - b, b) = d$

(2) باستعمال السؤال (1) أحسب  $\text{PGCD}(437, 323)$

### التمرين العاشر:

(1) أجد  $\text{PGCD}(72, 168)$

(2) نعتبر في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة  $(E) 72x - 168y = \alpha \dots$  حيث  $\alpha$  عدد صحيح

أوجد الشرط اللازم والكافي الذي يحققه  $\alpha$  حتى تقبل المعادلة  $(E)$  حلوًا في  $\mathbb{Z}^2$

3) نضع  $\alpha = 48$  حل في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة (E)

4) أستنتج حلول الجملة  $\begin{cases} x \equiv -3[7] \\ x \equiv -1[3] \end{cases}$  حيث  $x \in \mathbb{Z}$

5) أوجد الحلول  $(x, y)$  للمعادلة (E) بحيث يكون  $y$  يقسم  $x$

التمرين الحادي عشر :

1) أوجد  $PGCD(286, 1430, 2002)$

2) نعتبر في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة (1)  $1430x - 2002y = 286$ .....

أ) برهن أنه إذا كانت الثنائية  $(x, y)$  حلا للمعادلة (1) فان

$$(2) \dots\dots\dots 5x \equiv 1[7]$$

ب) حل في  $\mathbb{Z}$  المعادلة (2)

ج) أستنتج حلول المعادلة (1)

التمرين الثاني عشر:

1) حل في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة  $23x - 17y = 6$

2)  $n$  عدد طبيعي أقل من 1000 إذا قسم على 23 يكون الباقي 2 أما إذا قسم على

17 فان الباقي 8

عين الأعداد الطبيعية  $n$