

ENS ULM Groupe C\S (M')-Session de 1996

1°) Préliminaire mathématique

1.1) On suppose la charge sphérique et homogène; par isotropie de l'espace autour de O, $f = f(r, t)$.

1.2) $Df - \frac{1}{c^2} \frac{\nabla^2 f}{\nabla t^2} = 0$, en M différent de O; $Df = \frac{1}{r} \frac{\nabla^2 r f}{\nabla r^2}$ et $c = rf \Rightarrow \frac{\nabla^2 c}{\nabla t^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\nabla^2 c}{\nabla t^2} = 0$; la solution générale est $c(r, t) = F(t - \frac{r}{c}) + G(t + \frac{r}{c})$ soit $f(r, t) = \frac{1}{r} F(t - \frac{r}{c}) + \frac{1}{r} G(t + \frac{r}{c})$.

On suppose l'élément de volume $dV = 4 \frac{\pi e^3}{3}$ sphérique de rayon $e \rightarrow 0$.

Pour la solution particulière $f(r, t) = \frac{1}{r} F(t - \frac{r}{c})$, on intègre sur la sphère de rayon e :

$$\iint_{S(O,e)} \frac{\nabla f}{\nabla r} dS = -4\pi \left[F(t - \frac{e}{c}) + \frac{e}{c} \frac{\nabla F(t - \frac{e}{c})}{\nabla t} \right]$$

$$\iint_{S(O,e)} \frac{\nabla f}{\nabla r} dS = \iint_{S(O,e)} \vec{\nabla} f \cdot d\vec{S} = \iiint_{V(S(O,e))} Df dt = dV (Df)_{e=0} = \frac{4\pi e^3}{3c^2} \left(\frac{\nabla^2 f(t - \frac{e}{c})}{\nabla t^2} \right) + 4\pi g(0, t) dV.$$

On a: $\frac{\nabla^2 f(t - \frac{e}{c})}{\nabla t^2} = \frac{1}{e} \frac{\nabla^2 F(t - \frac{e}{c})}{\nabla t^2}$; on identifie les deux expressions précédentes et on fait tendre e vers zéro; on obtient: $F(t) = -g(0, t) dV$ (sous la condition que $F(t)$ et ses dérivées première et seconde par rapport au temps soient bornées et que $g(0, t)$ ne le soit pas).

$$D'où: f(t - \frac{r}{c}) = - \frac{g(0, t - \frac{r}{c}) dV}{r}.$$

Soit un repère Oxyz; l'élément de volume dV précédent est centré en S, tel que $\vec{OS} = \vec{R}$; une solution particulière en $\vec{r} = \vec{OM}$ à la date t est $df(\vec{r}, t) = \frac{-g(\vec{R}, t - \frac{\|\vec{R} - \vec{r}\|}{c}) dV}{r}$; l'équation différentielle est linéaire; la solution particulière cherchée est la somme des solutions particulières dues aux différents éléments de volume soit (2) $f(\vec{r}, t) = - \iiint_{R^3} \frac{g(\vec{R}, t - \frac{\|\vec{R} - \vec{r}\|}{c}) dV}{r}$; le texte présente une erreur de signe au niveau des formules (1) ou (2).

1.3) Une autre solution particulière (2)' s'obtient en remplaçant $t - \frac{\|\vec{R} - \vec{r}\|}{c}$ par $t + \frac{\|\vec{R} - \vec{r}\|}{c}$ dans (2); la solution (2) respecte les liens de cause à effet alors que (2)' ne les respecte pas: les causes ne peuvent succéder aux effets; on rejette (2)' en général dans les phénomènes physiques. Remarquons que la solution générale est la somme d'une des deux solutions particulières précédentes et de la solution générale de l'équation homogène représentable sous forme d'une somme d'ondes planes. Mais physiquement on ne considère que la solution particulière retardée.

2) Rayonnement dipolaire

$$2.1) (MF) \vec{\nabla} \vec{U} \vec{E} = - \frac{\vec{\nabla} \vec{B}}{\nabla t} \quad (Mf) \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (MG) \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (MA) \vec{\nabla} \vec{U} \vec{B} = m_0 (\vec{j} + e_0 \frac{\vec{\nabla} \vec{E}}{\nabla t})$$

$$(Mf) \Rightarrow \vec{\nabla} \vec{A}(\vec{r}, t), \vec{B} = \vec{\nabla} \vec{U} \vec{A} \quad \text{et} \quad (MF) \Rightarrow \vec{\nabla} \vec{U} (\vec{E} + \frac{\vec{\nabla} \vec{A}}{\nabla t}) = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} V(\vec{r}, t), \vec{E} = - \{ \vec{\nabla} V - \frac{\vec{\nabla} \vec{A}}{\nabla t}$$

2.2) Supposons qu'il existe un second couple de potentiels $\vec{A}', V'$; les champs doivent être invariants de jauge: $\vec{B} = \vec{\nabla} \vec{U} \vec{A} = \vec{\nabla} \vec{U} \vec{A}' \Rightarrow \vec{\nabla} \vec{U} (\vec{A} - \vec{A}') = \vec{0} \Rightarrow \vec{\nabla} Y(\vec{r}, t), \vec{A}' - \vec{A} = \vec{\nabla} Y$

$$\vec{E} = - \{ \vec{\nabla} V - \frac{\vec{\nabla} \vec{A}}{\nabla t} = - \{ \vec{\nabla} V' - \frac{\vec{\nabla} \vec{A}'}{\nabla t} \Rightarrow \vec{\nabla} (V' - V) = - \frac{\vec{\nabla} (\vec{A}' - \vec{A})}{\nabla t} = - \{ \vec{\nabla} \frac{\nabla Y}{\nabla t} \Rightarrow V' - V + \frac{\nabla Y}{\nabla t} = 0 \text{ soit}$$

$$V' = V - \frac{\nabla Y}{\nabla t}.$$

Choisir un couple de potentiels vecteurs est effectuer un choix de jauge; il existe une infinité de jauges: il y a indétermination de jauge.

Si on introduit la condition de jauge de Lorentz $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\nabla V}{\nabla t} = 0$, on réalise une simplification des équations de propagation des potentiels mais en aucun cas on ne lève l'indétermination de jauge, contrairement à ce qu'affirme l'énoncé. On la réduit seulement.

Si deux jagues obéissent à la condition de jauge de Lorentz:

$$\vec{N} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\nabla V}{\nabla t} = \vec{N} \cdot \vec{A}' + \frac{1}{c^2} \frac{\nabla V'}{\nabla t} = 0 \Rightarrow \vec{N} \cdot (\vec{A}' - \vec{A}) + \frac{1}{c^2} \frac{\nabla(V' - V)}{\nabla t} = 0 \Rightarrow DY - \frac{1}{c^2} \frac{\nabla^2 Y}{\nabla t^2} = 0$$

C'est la condition sur la fonction $Y(\vec{r}, t)$ pour que les deux couples de potentiels vérifient simultanément la condition de jauge de Lorentz ; en imposant la condition de jauge de Lorentz, on réduit l'indétermination de jauge mais sans la supprimer.

2.3) On considère les équations (MA) et (MG) faisant figurer les sources.

$$\vec{B} = \vec{N} \vec{\nabla} \vec{A} \text{ et } \vec{E} = - \{ \vec{N} \vec{V} - \frac{\nabla \vec{A}}{\nabla t} \text{ portés dans (MA)} \Rightarrow \vec{N} \vec{\nabla} (\vec{N} \vec{\nabla} \vec{A}) = m_0 \vec{j} - e_0 \vec{N} \frac{\nabla V}{\nabla t} - e_0 \frac{\nabla^2 \vec{A}}{\nabla t^2}$$

mais à l'aide de $D\vec{A} = \vec{N}(\vec{N} \cdot \vec{A}) - \vec{N} \vec{\nabla} (\vec{N} \vec{\nabla} \vec{A})$ et de la condition de jauge de Lorentz, on obtient

$$D\vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\nabla^2 \vec{A}}{\nabla t^2} = - m_0 \vec{j}$$

$\vec{E} = - \{ \vec{N} \vec{V} - \frac{\nabla \vec{A}}{\nabla t} \}$ portée dans (MB) et à l'aide de la condition de jauge de Lorentz, on obtient:

$$DV - \frac{1}{c^2} \frac{\nabla^2 V}{\nabla t^2} = - \frac{\rho}{e_0}$$

2.4) Soit $\vec{e}_x = \vec{n}$; la condition de jauge de Lorentz, avec $\vec{A} = \vec{A}(t - \frac{x}{c})$ et $V = V(t - \frac{x}{c})$, s'écrit

$$\vec{N} \cdot \vec{A} = \frac{\nabla A_x}{\nabla x} = - \frac{1}{c} \frac{\nabla A_x}{\nabla t} = - \frac{1}{c^2} \frac{\nabla V}{\nabla t}; \text{ par intégration par rapport au temps et en rejetant les solutions}$$

statiques, fonctions de x seulement, non représentatives d'une onde, on a: $A_x = \frac{V}{c}$ soit $\vec{A} \cdot \vec{n} = \frac{V}{c}$. Une

autre méthode consiste à remarquer que $\vec{N} = - \frac{\vec{n}}{c} \frac{\nabla}{\nabla t}$; la condition de jauge de Lorentz s'écrit alors

$$- \frac{\vec{n} \cdot \vec{A}}{c \nabla t} + \frac{1}{c^2} \frac{\nabla V}{\nabla t} = 0 \text{ ce qui s'intègre en } \vec{A} \cdot \vec{n} = \frac{V}{c}$$

$$\vec{E} = - \{ \vec{N} \vec{V} - \frac{\nabla \vec{A}}{\nabla t} \} = (\frac{1}{c} \frac{\nabla V}{\nabla t} - \frac{\nabla A_x}{\nabla t}, - \frac{\nabla A_y}{\nabla t}, - \frac{\nabla A_z}{\nabla t}) = (0, - \frac{\nabla A_y}{\nabla t}, - \frac{\nabla A_z}{\nabla t}) = - \frac{\nabla}{\nabla t} (\vec{A} - (\vec{A} \cdot \vec{n}) \vec{n}) \text{ soit}$$

$$\vec{E} = \frac{\nabla}{\nabla t} ((\vec{A} \vec{\nabla} \vec{n}) \vec{\nabla} \vec{n}) \Rightarrow \vec{E} = (\frac{\nabla \vec{A}}{\nabla t} \vec{\nabla} \vec{n}) \vec{\nabla} \vec{n} \text{ et } \vec{B} = \vec{N} \vec{\nabla} \vec{A} = \frac{1}{c} \frac{\nabla (A_x \vec{e}_y - A_y \vec{e}_z)}{\nabla t} \Rightarrow \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\nabla \vec{A}}{\nabla t} \vec{\nabla} \vec{n}$$

L'autre méthode donne $\vec{E} = \frac{\vec{n}}{c} \frac{\nabla V}{\nabla t} - \frac{\nabla \vec{A}}{\nabla t} = \frac{\nabla}{\nabla t} (\vec{n}(\vec{n} \cdot \vec{A}) - \vec{A}) = (\frac{\nabla \vec{A}}{\nabla t} \vec{\nabla} \vec{n}) \vec{\nabla} \vec{n}$ et $\vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\nabla \vec{A}}{\nabla t} \vec{\nabla} \vec{n}$ directement.

$$2.5) \vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{m_0}{4p} \iiint_{R^3} \frac{j(\vec{R}, t - \frac{\|\vec{R} - \vec{r}\|}{c})}{\|\vec{R} - \vec{r}\|} d^3 R \text{ potentiel vecteur retardé.}$$

$$2.6) j_x(t) d^3 R = a I_x(t) = a \frac{dq_x(t)}{dt} = \frac{dM_x(t)}{dt}$$

$$A_x(\vec{r}, t) = \frac{m_0}{4p} \frac{j_x(t - \frac{r}{c}) d^3 R}{r} = \frac{m_0}{4pr} M'_x(t - \frac{r}{c}); \text{ idem en y et z d'où } \vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{m_0 \vec{M}'(t - \frac{r}{c})}{4pr}$$

2.7) A grande distance, on remplace localement la sphère (O,r) par son plan tangent; les ondes sont

$$\text{quasi-planes d'où } \vec{E} = \frac{m_0}{4pr} (\vec{M}' \vec{\nabla} \vec{n}) \vec{\nabla} \vec{n} \text{ et } \vec{B} = \frac{m_0}{4pcr} \vec{M}' \vec{\nabla} \vec{n}; \text{ on a } \vec{E} = \vec{B} \vec{\nabla} \vec{c} \text{ soit } \vec{B} = \frac{\vec{n}}{c} \vec{\nabla} \vec{E}$$

Le vecteur de Poynting est $\vec{p} = \vec{E} \vec{\nabla} \frac{\vec{B}}{m_0} = (B^2 \frac{c}{m_0}) \vec{n}$; la puissance rayonnée est le flux du vecteur de

Poynting à travers l'élément de surface dS de la sphère (O,r), vu sous l'angle solide $d\Omega = \frac{dS}{r^2}$ depuis

$$O, \text{ et vaut } dI = \vec{p} \cdot d\vec{S} = \frac{B^2 c}{m_0} r^2 d\Omega = \frac{m_0}{(4p)^2 c} (\vec{M}' \vec{\nabla} \vec{n})^2 d\Omega \text{ soit}$$

$$dI = \frac{m_0}{(4p)^2 c} \vec{M}'^2 \sin^2 \theta d\Omega$$

On intègre sur la sphère (O,r): $I = \frac{m_0}{(4\pi)^2 c} \vec{M}'' \iiint_{R^3} \sin^2 q d\Omega$; or $d\Omega = -2\pi \sin q dq$ et

$$J = \int_0^{\pi} \sin^3 q dq = \frac{4}{3} \text{ conduit à } I = \frac{\vec{M}''^2}{6\pi e_0 c^3}; \text{ il s'agit du moment retardé, pris à la date } t-r/c.$$

3) Diffusion par des charges libres

3.1) $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ avec $\vec{E} = \vec{B} \times \vec{c}$; $\|\vec{v} \times \vec{B}\| \gg \frac{v}{c} \|\vec{E}\| \ll \|\vec{E}\|$ si $v \ll c$ (charge non relativiste); alors $\vec{F} \gg q\vec{E}$.

Pour l'atome H, modèle de Bohr: $\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi e_0 r^2}$ et quantification du moment cinétique: $rmv = h$ dans

l'état fondamental d'où $\frac{v}{c} = \frac{e^2}{4\pi e_0 hc} \gg \frac{1}{137}$ (constante de structure fine); $v \ll c$; l'approximation est de l'ordre du centième.

3.2) A l'origine, on introduit -q et +q, confondues fixes; (O,-q) et (M,+q) forment un dipôle de moment $\vec{M}(t) = q\vec{r}(t)$ qui peut rayonner mais les charges fixes en O ne rayonnent aucune énergie.

3.3) s = puissance rayonnée totale/intensité du rayonnement incident; or l'intensité n'est pas définie; on peut prendre la définition qui nous arrange pour que s soit une surface; en fait, il faut définir l'intensité comme le flux surfacique d'énergie donc la norme du vecteur de Poynting. Ce sont les valeurs moyennes dans le temps.

Toute l'énergie est prélevée sur l'onde incidente passée à travers une surface normale à la direction de propagation égale à la section efficace totale.

Théorème de la quantité de mouvement pour l'électron: $m\ddot{x} = -eE_i(x=0, t) = -eE_0 \cos \omega t$

$$\vec{M}_{ret} = -e\ddot{x}_{ret} \vec{e}_x = \frac{e^2}{m} E_0 \cos \omega(t - \frac{r}{c}) \vec{e}_x \Rightarrow dI = \frac{m_0 \sin^2 q}{(4\pi)^2 c} \left(\frac{e^2 E_0}{m} \right)^2 \cos^2 \omega(t - \frac{r}{c}) d\Omega$$

$$\text{La valeur moyenne est } \langle dI \rangle = \frac{m_0}{2c} \left(\frac{e^2 E_0 \sin q}{4\pi m} \right)^2 d\Omega$$

Pour l'onde incidente $\langle p_i \rangle = \frac{e_0 c E_0^2}{2}$ d'où: $\frac{ds}{d\Omega} = \left(\frac{m_0 e^2}{4\pi m} \right)^2 \sin^2 q$; si on appelle $R_e = \frac{e^2}{4\pi e_0 m c^2}$ le rayon

classique de l'électron, on a: $\frac{ds}{d\Omega} = R_e^2 \sin^2 q$

La section efficace totale ou surface apparente de l'électron s'obtient en intégrant sur tout l'espace:

$$s = 2\pi R_e^2 \int_0^{\pi} \sin^3 q dq \text{ soit } s = \frac{8\pi}{3} R_e^2 \text{ ou } s = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{m_0 e^2}{m} \right)^2$$

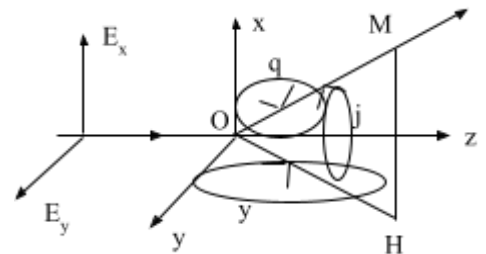
$$\text{A.N.: } R_e = 2,8 \cdot 10^{-15} \text{ m } s = 6,6 \cdot 10^{-29} \text{ m}^2 \text{ et } \frac{ds}{d\Omega} = 7,9 \cdot 10^{-30} \sin^2 q \text{ m}^2$$

3.4) Cas de la lumière naturelle: on appelle E_0 l'amplitude du champ électrique de l'onde; on schématise ce champ électrique par deux composantes transverses orthogonales incohérentes entre elles et d'amplitudes e_0 :

$$E_x = e_0 \cos[w(t - \frac{z}{c}) - j(t)]$$

$$E_y = e_0 \cos[w(t - \frac{z}{c}) - y(t)]$$

$\phi(t)$ et $\psi(t)$ sont aléatoires et très rapidement variables.



L'intensité totale (flux surfacique d'énergie) transportée par l'onde incidente est la somme des intensités transportées par les deux composantes: $\langle p \rangle = \frac{e_0 E_0^2 c}{2} = \frac{e_0^2 c}{2} + \frac{e_0^2 c}{2} = e_0^2 c$ d'où $e_0 = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \left(\frac{ds}{d\Omega}\right)_x = \frac{1}{2} R_e^2 \sin^2 q$; le facteur $\frac{1}{2}$ provient du remplacement de E_0 par $e_0 = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$ et du fait qu'on

élève au carré; $\left(\frac{ds}{d\Omega}\right)_y$ s'obtient de même en remplaçant $\|\vec{n}\vec{U}\vec{e}_x\|^2$ par $\|\vec{n}\vec{U}\vec{e}_y\|^2$; or

$\vec{n}\vec{U}\vec{e}_y = (\cos q, \sin q \cos y, \sin q \sin y) \vec{U}(0, 1, 0) = (-\sin q \sin y, 0, \cos q)$ d'où

$\|\vec{n}\vec{U}\vec{e}_y\|^2 = \cos^2 q + \sin^2 q \sin^2 y$ et donc $\left(\frac{ds}{d\Omega}\right)_y = \frac{1}{2} R_e^2 (\cos^2 q + \sin^2 q \sin^2 y)$; la section efficace

différentielle est la somme des sections efficaces différentielles en x et y et donc

$\frac{ds}{d\Omega} = \frac{1}{2} R_e^2 (1 + \sin^2 q \sin^2 y)$; or $\cos j = \vec{n} \cdot \vec{e}_z = \sin q \sin y$ d'où: $\frac{ds}{d\Omega} = \frac{1}{2} R_e^2 (1 + \cos^2 j)$

Une méthode plus simple consiste à remarquer que la lumière naturelle présente la symétrie de révolution autour de la direction de propagation; on peut choisir l'axe Ox dans le plan OM, Oz; les deux termes de la section efficace différentielle sont de façon évidente $\left(\frac{ds}{d\Omega}\right)_x = \frac{1}{2} R_e^2 \cos^2 j$ et

$\left(\frac{ds}{d\Omega}\right)_y = \frac{1}{2} R_e^2$ ce qui redonne le résultat déjà trouvé.

3.5) La masse du proton est 1836 fois supérieure à celle de l'électron: on peut supposer les protons au repos. Soit l'axe z'z de direction et sens de propagation ceux de l'onde incidente; soit deux plans d'abscisses z et z+dz perpendiculaires à z'z et une portion de surface S de ces plans; le volume considéré entre les deux portions de plans de volume Sdz contient NSdz centres (électrons) diffusants; chacun est affecté de la surface s; la section efficace totale de ces électrons est NSsdz; par définition c'est le rapport de la puissance prélevée (qui va être diffusée) sur le faisceau incident à la puissance surfacique du faisceau incident. On $\frac{dP}{I}(z) = NSsdz$; le faisceau incident s'est affaibli:

$dI(z) = -\frac{dP}{S} dz$ d'où $\frac{dI}{I} = -sNdz$; par intégration on obtient: $I(z) = I(0)e^{-\frac{z}{Ns}}$ avec $x = \frac{1}{Ns}$ (longueur).

A.N.: $N = 10^{22} m^{-3}$; $s = 6,6 \cdot 10^{-29} m^2$; $x = 1,5 \cdot 10^6 m$; c'est énorme; le plasma est transparent.

4) Fluorescence des gaz

4.1) Après excitation, l'atome entre en oscillations libres; il rayonne des ondes quasi-planes de fréquence celle des oscillations libres; on peut penser que l'excitation des atomes n'est possible que si le faisceau incident a la fréquence de l'oscillateur libre; le rayonnement doit avoir la fréquence de l'onde incidente. Le rayonnement est polarisé rectilignement (dipôle en oscillations selon Oy).

4.2) Sur une durée de l'ordre de quelques périodes, on peut négliger les modifications du mouvement du fait du rayonnement:

$my'' = -\alpha y$ avec $\alpha = mw_0^2$; $y = A \cos w_0 t + B \sin w_0 t$ et $y' = w_0 (-A \sin w_0 t + B \cos w_0 t)$;

l'énergie de l'oscillateur est $E = \frac{1}{2} my'^2 + \frac{1}{2} \alpha y^2 = \frac{1}{2} mw_0^2 (A^2 + B^2) = cste$.

Sur un grand nombre de périodes, on doit tenir compte des modifications du mouvement; la puissance

rayonnée est $p = \frac{e^2 w_0^4}{6pe_0 c^3} y_{ret}^2$; en valeur moyenne: $\langle p \rangle = \frac{e^2 w_0^4}{12pe_0 c^3} (A^2 + B^2) = -\frac{dE}{dt}$ d'où l'équation:

$\frac{dE}{dt} = -\frac{e^2}{6pe_0 mc^3} E$; par intégration, on obtient $E = E_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = \frac{3mc}{2pe_0 v_0^2 e^2}$

A.N.: $\tau = 4,8 \cdot 10^{-9} s$; remarquons que ce résultat obtenu classiquement donne le même temps caractéristique pour deux raies voisines d'un atome donné ce qui est contraire à l'expérience: les temps caractéristiques peuvent être très différents. Il n'est certainement pas valable.

La période est $T_0 = 1,1 \cdot 10^{-15} s$; on vérifie que $\tau \gg T_0$ ce qui valide la méthode.

On remarque que l'amplitude décroît en $e^{-\frac{t}{\tau}}$.

4.3) $m\vec{r}'' = -m\omega_0^2\vec{r} - e\vec{r}\vec{U}\vec{B}$; le champ magnétique statique est selon $z'z$, le champ électrique de l'onde incidente est selon $y'y$, l'onde se propage selon $x'x$.

En projection sur les axes: (1) $x'' = -\omega_0^2 x - \frac{e}{m}By'$ (2) $y'' = -\omega_0^2 y + \frac{e}{m}Bx'$ (3) $z'' = -\omega_0^2 z$

On pose $\omega_c = \frac{eB}{m}$ (pulsation cyclotron) et $u = x + iy$; en combinant (1) et i fois (2), on obtient

$u'' - i\omega_c u' + \omega_0^2 u = 0$, équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants

d'équation caractéristique $p^2 - i\omega_c p + \omega_0^2 = 0$, de racines imaginaires pures

$p_+ = i(\frac{\omega_c}{2} + \sqrt{\omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}})$ et $p_- = i(\frac{\omega_c}{2} - \sqrt{\omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}})$; de ce fait la solution est

$u = C_1 e^{p_+ t} + C_2 e^{p_- t}$, C_1 et C_2 appartenant au corps des complexes.

Il n'est pas indispensable de calculer ces constantes dans cette question mais comme on en a besoin par la suite, on peut le faire maintenant; à $t=0$, on peut supposer

$x(t=0) = y(t=0) = z(t=0) = 0$, $x'(t=0) = z'(t=0) = 0$, $y'(t=0) = y'_0$

On a donc $u(t=0) = 0 = C_1 + C_2$ et $u'(t=0) = iy'_0 = C_1(p_+ - p_-)$ d'où $C_1 = \frac{y'_0}{2\sqrt{\omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}}}$ et

$$u = \frac{iy'_0}{\sqrt{\omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}}} e^{\frac{i\omega_c t}{2}} \sin\left(\sqrt{\omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}} t\right)$$

Le champ magnétique statique est faible: $\omega_0 \gg \omega_c$; on pose $w = \frac{\omega_c}{2} = \frac{eB}{2m}$ et cela donne:

$u = \frac{y'_0}{\omega_0} (-\sin\omega t + i\cos\omega t)\sin\omega_0 t$; on en déduit x et y , en tenant compte de l'amortissement

exponentiel: $x = -\frac{y'_0}{\omega_0} e^{-\frac{t}{2}} \sin\omega t \sin\omega_0 t$ et $y = \frac{y'_0}{\omega_0} e^{-\frac{t}{2}} \cos\omega t \sin\omega_0 t$ soit encore

$x = \frac{y'_0}{2\omega_0} e^{-\frac{t}{2}} (\cos(\omega_0 + \omega)t - \cos(\omega_0 - \omega)t)$ et $y = \frac{y'_0}{2\omega_0} e^{-\frac{t}{2}} (\sin(\omega_0 + \omega)t + \sin(\omega_0 - \omega)t)$;

enfin $z = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t$ mais avec les conditions initiales choisies $z = 0$ à tout instant. D'où:

$\vec{r}_+ = \frac{y'_0}{2\omega_0} e^{-\frac{t}{2}} (\cos(\omega_0 + \omega)t \vec{e}_x + \sin(\omega_0 + \omega)t \vec{e}_y)$ et

$\vec{r}_- = \frac{y'_0}{2\omega_0} e^{-\frac{t}{2}} (-\cos(\omega_0 - \omega)t \vec{e}_x + \sin(\omega_0 - \omega)t \vec{e}_y)$

$\vec{r}_z = \vec{0}$; $\vec{r}_+$ et $\vec{r}_-$ représentent respectivement un mouvement circulaire gauche de fréquence $\nu_0 + \nu$ et

un mouvement circulaire droit de fréquence $\nu_0 - \nu$, de mêmes rayons $\frac{y'_0}{2\omega_0}$ avec $\nu = \frac{eB}{4\pi m}$.

4.4) $\vec{r}_+$ et $\vec{r}_-$ produisent $\vec{M}_+ = -e\vec{r}_+$ et $\vec{M}_- = -e\vec{r}_-$; on observe selon Oz donc perpendiculairement à $\vec{M}_+$ et $\vec{M}_-$; de ce fait les champs électriques $\vec{E}_+$ et $\vec{E}_-$ sont parallèles à $\vec{M}_+$ et $\vec{M}_-$; en principe on

observe deux vibrations circulaires de mêmes amplitudes l'une droite $\vec{E}_-$ tournant à la pulsation

$\omega_0 - \omega$ en sens rétrograde et l'autre gauche $\vec{E}_+$ tournant à la pulsation $\omega_0 + \omega$ en sens direct (effet Zeeman longitudinal); mais comme $\nu \ll \nu_0$ et qu'on ne met pas en évidence la séparation entre les fréquences, on observe une vibration rectiligne à chaque instant, de fréquence ν_0 , tournant très

lentement en sens direct à la fréquence ν dont l'amplitude décroît exponentiellement en $e^{-\frac{t}{2}}$; c'est pourquoi il apparaît lentement une vibration rectiligne selon Ox (en plus de la vibration rectiligne initialement selon Oy): le champ magnétique produit une lente dépolarisation.

4.5) Dans la suite, on posera $y_0 = \frac{y'_0}{w_0}$.

La puissance rayonnée dans l'angle solide $d\Omega$ dans la direction $q = \frac{p}{2}$ est, selon Ox et Oy respectivement:

$$dp_x = \left(\frac{ex_{ret}''}{4p} \right)^2 d\Omega = \frac{m_0}{c} \left(\frac{ew_0^2 x_{ret}}{4p} \right)^2 d\Omega \quad \text{et} \quad dp_y = \frac{m_0}{c} \left(\frac{ey_{ret}''}{4p} \right)^2 d\Omega = \frac{m_0}{c} \left(\frac{ew_0^2 y_{ret}}{4p} \right)^2 d\Omega$$

On pose $2K = \frac{m_0}{c} \left(\frac{ew_0^2}{4p} \right)^2 d\Omega$ d'où $dp_x = 2Kx_{ret}^2$ et $dp_y = 2Ky_{ret}^2$; on suppose le récepteur sensible à la puissance moyenne reçue sur une durée de l'ordre de quelques périodes $T_0 = 2\frac{p}{w_0}$ et de ce fait les

fonctions variant à la pulsation w et en $e^{\frac{-t}{t}}$ restant constantes; cela conduit à $\langle dp_x \rangle = Ky_0^2 e^{\frac{-t}{t}} \sin^2 wt$

et $\langle dp_y \rangle = Ky_0^2 e^{\frac{-t}{t}} \cos^2 wt$.

En intégrant entre 0 et t , on a:

$$W_x = \int_0^t \langle dp_x \rangle = Ky_0^2 \int_0^t e^{\frac{-t}{t}} \sin^2 wt dt \quad \text{et} \quad W_y = \int_0^t \langle dp_y \rangle = Ky_0^2 \int_0^t e^{\frac{-t}{t}} \cos^2 wt dt$$

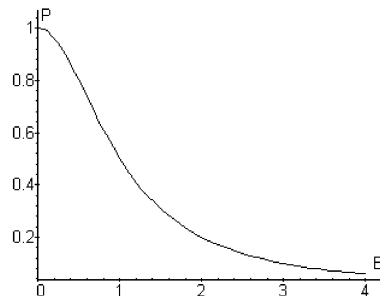
On exprime le carré des sinus et cosinus en fonction du cosinus de l'angle double; l'intégrale

$I = \int_0^t e^{\frac{-t}{t}} \cos 2wt dt$ se calcule en décomposant le cosinus en exponentielles complexes; on trouve

$$I = \frac{\frac{1}{t} - e^{\frac{-t}{t}} \left(\frac{1}{t} \cos 2wt - 2w \sin 2wt \right)}{4w^2 + \frac{1}{t^2}}; \quad \text{par ailleurs} \quad J = \int_0^t e^{\frac{-t}{t}} dt = t(1 - e^{\frac{-t}{t}}); \quad \text{d'où} \quad W_x = \frac{Ky_0^2}{2} (J - I) \quad \text{et}$$

$$W_y = \frac{Ky_0^2}{2} (J + I); \quad \text{or} \quad P = I/J \quad \text{d'où} \quad P = \frac{\frac{1}{t} - e^{\frac{-t}{t}} \left(\frac{1}{t} \cos 2wt - 2w \sin 2wt \right)}{t(1 - e^{\frac{-t}{t}}) \left(4w^2 + \frac{1}{t^2} \right)};$$

si $t \gg t \quad P = \frac{1}{1 + 4w^2 t^2}$ d'où la courbe représentative de P en fonction de B .



4.6) On peut envisager différentes méthodes:

- On éclaire par un flash très bref avec un laser femtoseconde; parmi tous les photons incidents seuls ceux ayant l'énergie $h\nu_0$ peuvent exciter les atomes; le fait important n'est pas la monochromaticité, non réalisée ici, mais que l'éclairement soit très bref; chaque atome excité émet alors un rayonnement cohérent avec les autres atomes excités; si N atomes ont été excités, les champs électriques sont multipliés par N , W_x et W_y par N^2 mais W_x/W_y est inchangé; on a encore $P = \frac{1}{1 + 4w^2 t^2}$
- Si au contraire on éclaire avec un faisceau laser continu de fréquence ν_0 et si à instant donné N atomes sont excités, les rayonnements des différents atomes sont incohérents et ce sont les puissances rayonnées qui s'ajoutent; W_x et W_y sont multipliés par N , mais W_x/W_y est inchangé; on a encore le même résultat.

A.N.: $P = 0,5 \Rightarrow t = \frac{1}{2w}$ soit $t = \frac{m}{eB}$

Au centre de la spire circulaire $B = \frac{m_0 I}{2R}$ soit numériquement $B = 1,6 \cdot 10^{-6} T$ et $t = 3,5 \cdot 10^{-6} s$

On trouve une valeur 750 fois supérieure au résultat théorique en supposant un rayonnement dipolaire; la théorie classique développée en 4.2° n'est pas valable; il faudrait faire un calcul quantique de la durée de vie de l'atome au sein d'une population d'atomes.

Le champ magnétique terrestre a une composante horizontale de 0,2 gauss soit $2 \cdot 10^{-5} T$ supérieure au champ magnétique dû à la spire; pour contourner le problème, il suffit de créer un champ magnétique qui annule le champ magnétique terrestre et fournit en plus le champ magnétique désiré; il faut orienter le montage par rapport au champ magnétique terrestre; on sait faire cela. Il faut également éviter toute hétérogénéité du champ magnétique sur le domaine occupé par les atomes.

5) Effets cinétiques

5.1) $d_3 P = A^3 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv_x dv_y dv_z$; on exprime que la somme des probabilités est unité et on utilise

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2} du = \sqrt{p} \text{ d'où } A = \left(\frac{m}{2pkT}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ et } d_3 P = \left(\frac{m}{2pkT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv_x dv_y dv_z$$

Par passage du système de coordonnées cartésiennes au système de coordonnées sphériques, l'élément de volume devient $v^2 \sin q dv dq dj$ et la probabilité d'avoir une norme de vitesse v à dv près dans la

direction q, j près s'écrit $d_3 P' = \left(\frac{m}{2pkT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 \sin q dq dj dv$; on intègre en q de 0 à π et en j

de 0 à 2π , ce qui donne: $P(v)dv = 4\pi \left(\frac{m}{2pkT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv$

Par définition: $\langle v \rangle = \int_{v=0}^{\infty} v P(v) dv = 4\pi \left(\frac{m}{2pkT}\right)^{\frac{3}{2}} \int_{v=0}^{\infty} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^3 dv$; or $\int_0^{\infty} e^{-u^2} u^3 du = \frac{1}{2}$ d'où

$$\langle v \rangle = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{\frac{1}{2}}$$

5.2) $P(\vec{v}_i, \vec{v}_j) d^3 \vec{v}_i d^3 \vec{v}_j = A_i^3 A_j^3 e^{-\frac{m_i v_i^2 + m_j v_j^2}{2kT}} dv_{ix} dv_{iy} dv_{iz} dv_{jx} dv_{jy} dv_{jz}$ avec $A_i = \left(\frac{m_i}{2pkT}\right)^{\frac{1}{2}}$ et

$A_j = \left(\frac{m_j}{2pkT}\right)^{\frac{1}{2}}$. La vitesse du centre d'inertie d'un couple (i,j) est $\vec{V} = \frac{m_i \vec{v}_i + m_j \vec{v}_j}{m_i + m_j}$ et la vitesse de i par

rapport à j est $\vec{v}_{ij} = \vec{v}_i - \vec{v}_j$; on en déduit $\vec{v}_i = \vec{V} + \frac{m_j}{m_i + m_j} \vec{v}_{ij}$ et $\vec{v}_j = \vec{V} - \frac{m_i}{m_i + m_j} \vec{v}_{ij}$; on obtient 6

relations algébriques en projection sur les axes Oxyz; le jacobien de la transformation

$v_{ix}, v_{jx} \rightarrow V_x, v_{ijx}$ est $\left| \frac{\partial(v_{ix}, v_{jx})}{\partial(V_x, v_{ijx})} \right|$ et vaut 1 d'où $dv_{ix} dv_{jx} \rightarrow dV_x dv_{ijx}$; il en est de même pour les deux autres

directions; par ailleurs $m_i v_i^2 + m_j v_j^2 = (m_i + m_j) V^2 + m v_{ij}^2$ avec $m_{ij} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$ (masse réduite);

enfin $A_i^3 A_j^3 = A_G^3 A_R^3$ avec $A_G = \left(\frac{m_i + m_j}{2pkT}\right)^{\frac{1}{2}}$ et $A_R = \left(\frac{m}{2pkT}\right)^{\frac{1}{2}}$ d'où

$P(\vec{V}, \vec{v}_{ij}) d^3 \vec{V} d^3 \vec{v}_{ij} = A_G^3 A_R^3 e^{-\frac{(m_i + m_j) V^2 + m v_{ij}^2}{2kT}} dV_x dV_y dV_z dv_{ijx} dv_{ijy} dv_{ijz}$; par définition de la norme de la

vitesse relative moyenne, on a $\langle v_{ij} \rangle = \iiint \iiint_R v_{ij} P(\vec{V}, \vec{v}_{ij}) d^3 \vec{V} d^3 \vec{v}_{ij}$

On sépare en un produit de deux intégrales triples; l'une porte sur $dV_x dV_y dV_z$ et est la probabilité de trouver une molécule d'un gaz fictif de masse $m_i + m_j$ dans l'espace et l'autre est la moyenne des

normes des vitesses de molécules de masse m d'où $\langle v_{ij} \rangle = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{8(m_i + m_j)kT}{\pi m_i m_j}\right)^{\frac{1}{2}}$ (ce résultat peut

sembler évident: on substitue à la masse la masse réduite) et $\langle v_{ij} \rangle^2 = \langle v_i \rangle^2 + \langle v_j \rangle^2$

5.3) Soit $T^{-1}dt$ le nombre de chocs que subit une molécule de type i avec une molécule de type j en dt; c'est le nombre de molécules de type j rencontrées par une molécule de type i qui parcourt la distance $\langle v_{ij} \rangle dt$, c'est-à-dire le nombre de molécules de type j contenues dans un cylindre de section droite πa_{ij}^2 , de volume $\pi a_{ij}^2 \langle v_{ij} \rangle dt$; d'où $T^{-1}dt = \pi a_{ij}^2 \langle v_{ij} \rangle n_j dt$ et donc le nombre de chocs subis par

unité de temps par une molécule de type i est $T^{-1} = \pi a_{ij}^2 \langle v_{ij} \rangle n_j = \pi a_{ij}^2 n_j \left(\frac{8(m_i + m_j)kT}{\pi m_i m_j} \right)^{\frac{1}{2}}$

Son libre parcours moyen est $l = \frac{\langle v_i \rangle}{T^{-1}}$ soit $l = \frac{\langle v_i \rangle}{\pi a_{ij}^2 \langle v_{ij} \rangle n_j} = \left(\frac{m_j}{m_i + m_j} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\pi a_{ij}^2 n_j}$

5.4) A.N.: $n_j = \frac{P_j}{kT} = 2,15 \cdot 10^{21}$ molécules d'argon par m^3 ; $l = 7,6 \cdot 10^{-5} m$ et $T^{-1} = 3,8 \cdot 10^{-6} s^{-1}$ soit $T = 2,6 \cdot 10^{-7} s$.

5.5) Soit $P(t)dt$ la probabilité pour qu'une molécule qui n'a pas subi de choc entre les dates 0 et t subisse un choc entre les dates t et t+dt: $df = -P(t)dt$ soit $P(t) = -\frac{df}{dt}$

Soit N_0 le nombre initial de molécules (t=0); à t_1 , il reste $N_1 = f(t_1)N_0$ molécules n'ayant pas subi de premier choc; du fait de l'indépendance des chocs, on peut prendre n'importe quelle origine des temps; prenons la date t_1 comme nouvelle origine des temps; à la date t_2 , il reste $N_1 f(t_2)$ molécules n'ayant pas subi de premier choc, soit $N_0 f(t_1) f(t_2)$ mais c'est aussi $N_0 f(t_1 + t_2)$ d'où

$$f(t_1 + t_2) = f(t_1) f(t_2)$$

$$f(t + dt) = f(t) f(dt) = f(t) \left(f(0) + \left(\frac{df}{dt} \right)_0 dt \right)$$

$f(0) = 1$; on pose $\frac{1}{T} = -\left(\frac{df}{dt} \right)_0$; le signe moins traduit la décroissance de $f(t)$ dans le temps; T est une

grandeur positive; d'où $f(t + dt) = f(t) \left(1 - \frac{dt}{T} \right)$ soit $df = -f(t) \frac{dt}{T}$; par intégration

$$f(t) = f(0) e^{-\frac{t}{T}}; \text{ comme } f(0) = 1, \text{ on trouve } f(t) = f(0) e^{-\frac{t}{T}}$$

La durée de vie moyenne sans premier choc est $\langle t \rangle = \int_0^\infty t df(t)$; une intégration par parties donne

$\langle t \rangle = T$ ce qui donne la signification physique de la constante T introduite.

On en déduit $P(t) = \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{T}$

Le nombre d'atomes qui subissent un premier choc entre t et t+dt est $|dN(t)| = \frac{N_0}{T} e^{-\frac{t}{T}} dt$.

5.6) Le champ magnétique statique est nul; de ce fait $v = 0$.

Pour $t < t_{\text{choc}}$ $x = 0, y = y_0 e^{-\frac{t}{2T}} \sin w_0 t, z = 0$

Pour $t > t_{\text{choc}}$ la dépolarisation est totale:

$$\vec{r}_+ = \frac{A}{2} e^{-\frac{t}{2T}} (+ \cos(w_0 t - f_1) \vec{e}_x + \sin(w_0 t - f_1) \vec{e}_y)$$

$$\vec{r}_- = \frac{A}{2} e^{-\frac{t}{2T}} (- \cos(w_0 t - f_2) \vec{e}_x + \sin(w_0 t - f_2) \vec{e}_y)$$

$\vec{r}_z = B e^{-\frac{t}{2T}} \sin(w_0 t - f_3) \vec{e}_z$; dans ces expressions, f_1, f_2, f_3 sont des valeurs inconnues fixées lors du premier choc subi, qui changent à chaque choc ultérieur subi, à amplitudes constantes, puisque la dépolarisation est déjà effectuée.

Les trois modes $\vec{r}_+, \vec{r}_-, \vec{r}_z$ ont des énergies mécaniques respectives:

$$\frac{1}{2}\alpha\vec{r}_+^2 + \frac{1}{2}m\vec{r}_+^2 = mw_0^2\left(\frac{A}{2}\right)^2 e^{\frac{-t}{\tau}}, \frac{1}{2}\alpha\vec{r}_-^2 + \frac{1}{2}m\vec{r}_-^2 = mw_0^2\left(\frac{A}{2}\right)^2 e^{\frac{-t}{\tau}}, \frac{1}{2}\alpha\vec{r}_z^2 + \frac{1}{2}m\vec{r}_z^2 = \frac{1}{2}mw_0^2 B^2 e^{\frac{-t}{\tau}}$$

; le mode initial avait l'énergie $\frac{1}{2}\alpha y^2 + \frac{1}{2}m\dot{y}^2 = \frac{1}{2}mw_0^2 y_0^2 e^{\frac{-t}{\tau}}$; par hypothèse, lors du choc,

l'énergie de l'atome se conserve: $2\left(\frac{A}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{A}{2}\right)^2 + B^2 = y_0^2$

et il se produit la dépolarisation totale $2\left(\frac{A}{2}\right)^2 = 2\left(\frac{A}{2}\right)^2 = B^2 = \frac{y_0^2}{3}$ d'où $A = \sqrt{\frac{2}{3}}y_0$ et

$$x = \sqrt{\frac{2}{3}}y_0 e^{\frac{-t}{2\tau}} \sin\left(\frac{Df}{2}\right) \sin(w_0 t - j)$$

$$y = \sqrt{\frac{2}{3}}y_0 e^{\frac{-t}{2\tau}} \cos\left(\frac{Df}{2}\right) \sin(w_0 t - j) \text{ avec } Df = f_1 - f_2 \text{ et } j = (f_1 + f_2)\frac{t}{2}$$

La composante selon z'z n'a pas d'importance car un dipôle ne rayonne pas selon la direction de son moment dipolaire et par ailleurs, on observe selon z'z.

L'angle Df va varier aléatoirement chaque fois qu'on aura un nouveau choc; avec $2K = \frac{m_0}{c} \left(\frac{ew_0^2}{4p} \right)^2 d\Omega$

, les puissances émises selon Ox et Oy sont $dp_x = 2Kx^2$ et $dp_y = 2Ky^2$; on utilise un récepteur

sensible à la puissance moyenne reçue sur quelques périodes $T_0 = 2\frac{p}{w_0}$, qui ensuite intègre cette

puissance sur une longue durée devant T_0 ; on a $\langle dp_x \rangle = \frac{2K}{3}y_0^2 e^{\frac{-t}{\tau}} \sin^2\left(\frac{Df}{2}\right)$ et

$$\langle dp_y \rangle = \frac{2K}{3}y_0^2 e^{\frac{-t}{\tau}} \cos^2\left(\frac{Df}{2}\right)$$

$$W_x = \frac{2K}{3}y_0^2 \sin^2\left(\frac{Df}{2}\right) \int_{u=t}^{\infty} e^{\frac{-u}{\tau}} du$$

$$W_y = Ky_0^2 \int_{u=0}^t e^{\frac{-u}{\tau}} du + \frac{2K}{3}y_0^2 \cos^2\left(\frac{Df}{2}\right) \int_{u=t}^{\infty} e^{\frac{-u}{\tau}} du \text{ (en appelant } t \text{ la date du premier choc)}$$

$$\text{Par intégration } W_x = \frac{2K}{3}y_0^2 t e^{\frac{-t}{\tau}} \sin^2\left(\frac{Df}{2}\right) \text{ et } W_y = Ky_0^2 \left[(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) + \frac{2}{3} e^{\frac{-t}{\tau}} \cos^2\left(\frac{Df}{2}\right) \right]$$

Ensuite Df varie aléatoirement tous les temps T (à chaque choc ultérieur, sans modification des amplitudes); pour $t \gg T$, on moyenne sur toutes les valeurs possibles de Df ; on obtient

$$W_x = \frac{K}{3}y_0^2 t e^{\frac{-t}{\tau}} \text{ et } W_y = \frac{K}{3}y_0^2 t (3 - 2e^{\frac{-t}{\tau}}) \text{ et } \frac{W_x}{W_y} = \frac{e^{\frac{-t}{\tau}}}{3 - 2e^{\frac{-t}{\tau}}}$$

On peut résumer en disant que $\vec{r}_+, \vec{r}_-$ créent $\vec{E}_+, \vec{E}_-$ qui leurs sont parallèles; ces deux vibrations

circulaires se recomposent en une vibration rectiligne de direction fixe entre deux chocs (angle $Df/2$, noté f avec Oy) qui transporte les 2/3 de l'énergie disponible; alors (loi de Malus) après choc

$$W_y \propto \frac{2}{3} \cos^2 f \int_{u=t}^{\infty} e^{\frac{-u}{\tau}} du \text{ et } W_x \propto \frac{2}{3} \sin^2 f \int_{u=t}^{\infty} e^{\frac{-u}{\tau}} du; \text{ après moyenne sur l'angle } f \text{ aléatoire, on retrouve}$$

$$\frac{W_x}{W_y} = \frac{\frac{1}{3} \int_{u=t}^{\infty} e^{\frac{-u}{\tau}} du}{\int_{u=0}^t e^{\frac{-u}{\tau}} du + \frac{1}{3} \int_{u=t}^{\infty} e^{\frac{-u}{\tau}} du} = \frac{e^{\frac{-t}{\tau}}}{3 - 2e^{\frac{-t}{\tau}}}$$

5.7) Pour une vapeur, en la supposant éclairée par un flash initial, au bout d'un temps très supérieur à la durée moyenne entre deux chocs, les émissions des différents atomes sont incohérentes; si N_0 est le

nombre d'atomes excités lors du flash initial, $W_x = \sum_{i=1}^{N_0} W_{x_i} = \int_{N=0}^{N_0} W_x(t) |dN(t)|$ avec $dN(t)$ explicité

en fin de 5.5); de même $W_y = \sum_{i=1}^{N_0} W_{y_i} = \int_{N=0}^{N_0} W_y(t) |dN(t)|$; on obtient

$$W_x = N_0 y_0^2 \frac{K}{3} \frac{t}{T} \int_{t=0}^{\frac{T}{2}} e^{-\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{T}\right)t} dt \text{ et } W_y = N_0 y_0^2 \frac{K}{3} \frac{t}{T} \int_{t=0}^{\frac{T}{2}} (3 - 2e^{-\frac{t}{t}}) e^{-\frac{t}{T}} dt \text{ soit } W_x = N_0 y_0^2 \frac{K}{3} \frac{t^2}{t+T},$$

$$W_y = N_0 y_0^2 \frac{K}{3} \frac{t(t+3T)}{t+T}, \quad \frac{W_x}{W_y} = \frac{t}{t+3T} \text{ et } P = \frac{1}{1 + \frac{2t}{3T}}$$

5.8) A.N.: selon 4.2° $t = 4,8 \cdot 10^{-9} s$ et selon 5.4° $T = 2,6 \cdot 10^{-7} s$ $P = 0,99$; forcément P est peu différent de l'unité car $T \gg t$. Selon 4.6° $t = 3,5 \cdot 10^{-6} s$ et alors $P = 0,10$; le premier résultat est inexact car la valeur théorique de t ne peut s'établir valablement sans la mécanique quantique; seule la valeur expérimentale de t doit être retenue; le second résultat semble correct car on utilise la valeur de t obtenue expérimentalement en 4.6° dans les conditions où tout autre effet que la dépolarisation par champ magnétique est négligeable, en particulier la dépolarisation par choc (en se plaçant à très basse pression par exemple).

En conclusion, on voit que les chocs exercent un fort pouvoir dépolarisant.