ПЕРВЫЙ ЭТАП РЕСПУБЛИКАНСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ФИЗИКЕ
МИНСК. 2023/2024 УЧЕБНЫЙ ГОД
11 КЛАСС

1. Два груза равной массы m находятся на гладком горизонтальном столе и прикреплены к стенкам легкими горизонтально расположенными пружинами с коэффициентами жесткости k и $4k$ (рис. 1). Грузы одновременно приводят в колебательное движение вдоль оси Ox: первый – толкают влево, второй – отпускают, предварительно сжав пружину. Максимальные кинетические энергии грузов равны $E_к^{max}$. Определите, до какого минимального расстояния сблизятся грузы в процессе гармонических колебаний, если расстояние между ними при недеформированных пружинах равно $2\sqrt{\frac{2E_к^{max}}{k}}$.

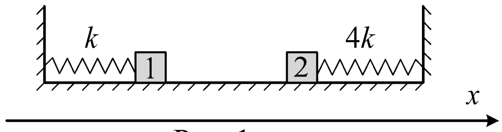

Рис. 1

2. С одноатомным идеальным газом провели процесс, при котором внутренняя энергия газа пропорциональна квадрату его объема $U = \alpha V^2$, где α – некоторая постоянная величина. Определите работу, совершенную силами давления газа, если газу было сообщено количество теплоты $Q = 4{,}0$ кДж.

3. Четыре конденсатора подключены к источнику тока, как показано на рисунке 2. Какой заряд протечет по резистору R, если ключ K замкнуть? Электроемкость конденсатора C_1 = 30 мкКл, C_2 = 40 мкКл, C_3 = 50 мкКл, C_4 = 80 мкКл. ЭДС источника тока $\varepsilon = 9{,}0$ В.

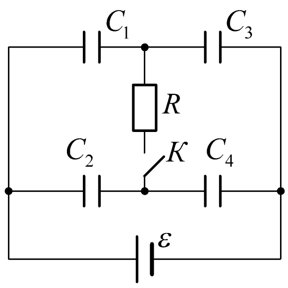

Рис. 2

4. В вертикальном сосуде под легким поршнем находится гелий. Сосуд и поршень теплоизолирующие, поршень может двигаться без трения. С высоты h = 60 см, считая от поршня, на него падает без начальной скорости небольшой шарик. На какой высоте от дна сосуда должен находиться поршень, чтобы после установления в системе равновесия, с лежащим на нем шариком, положение поршня совпало с первоначальным?

5. На горизонтальных рельсах стоит тележка массой M. В нее бросают шар массой m, который ударяется о правую стенку тележки и падает на ее дно, застревая в насыпанном на дно песке (рис. 3). Масса тележки с песком $M = 9m$. В момент, когда шар пролетал над левой стенкой тележки, модуль его скорости был $\upsilon_0 = 10\ \frac{м}{с}$ и направлена скорость была горизонтально, а высота над поверхностью песка составляла $H = 1{,}8$ м. Какой путь пройдет тележка к моменту падения шара на песок, если длина тележки $L = 2{,}0$ м? Удар шара о стенку считать абсолютно упругим, стенку и шар – гладкими. Трением при движении тележки и размером шара пренебречь.

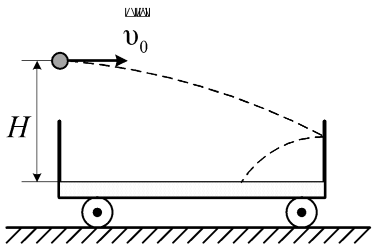

Рис. 3

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПЕРВОГО ЭТАПА РЕСПУБЛИКАНСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ФИЗИКЕ
11 КЛАСС

1. По закону сохранения механической энергии находим амплитуды колебаний грузов: $A_1 = \sqrt{\frac{2E_к^{max}}{k}}$ (1), $A_2 = \sqrt{\frac{E_к^{max}}{2k}}$ (2). Циклическая частота ($\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$) колебаний груза 2 в два раза больше циклической частоты колебаний первого груза, т. к. жесткости различаются в 4 раза. Выберем ноль оси Ox в месте нахождения груза 1 при недеформированной пружине и, учитывая начальные условия, запишем кинематические законы движения грузов: $x_1 =- A_1 sin(\omega t)$ (3), $x_2 = 2\sqrt{\frac{2E_к^{max}}{k}} + A_2 cos(2\omega t)$ (4). Расстояние между грузами $\Delta x = x_2 - x_1$ (5) меняется со временем по закону $\Delta x = 2\sqrt{\frac{2E_к^{max}}{k}} + A_2 \cos cos\,(2\omega t) + A_1 sin(\omega t)$ (6) и достигает минимального значения в те моменты времени, когда $\cos cos\,(2\omega t)$ и $sin(\omega t)$ одновременно становятся равными -1 (т. е. $\cos cos\,(2\omega t) =- 1$ и $\sin sin\,(\omega t) =- 1$) (7). Минимальное расстояние: $\Delta x_{min} = 2\sqrt{\frac{2E_к^{max}}{k}} - A_2 - A_1$ (8). С учетом (1) и (2) найдем ответ задачи: $\Delta x_{min} = \sqrt{\frac{E_к^{max}}{2k}}$ (9).

Примерная схема оценивания задачи 1

№ п/п	Содержание	Баллы
1	Найдена амплитуда колебаний (1)	2
2	Найдена амплитуда колебаний (2)	2
3	Записано уравнение (3)	2
4	Записано уравнение (4)	2
5	Записано уравнение (5)	1
6	Записано уравнение (6)	1
7	Указано условие минимального расстояния между грузами (7)	1
8	Получена формула (8)	1
9	Найден ответ задачи (9)	2
10	Даны комментарии и пояснения решения задачи	2
Всего		**16**

2. Внутренняя энергия идеального одноатомного газа $U = \frac{3}{2}\nu RT$ (1). Уравнение состояния идеального газа $pV = \nu RT$ (2). Тогда, учитывая данную в условии задачи зависимость, запишем уравнение $U = \frac{3}{2}\nu RT = \frac{3}{2}pV = \alpha V^2$ (3). Отсюда следует $p = \frac{2}{3}\alpha V$ (4), то есть в заданном процессе давление газа линейно зависит от его объема. Работа, совершенная силами давления газа при его

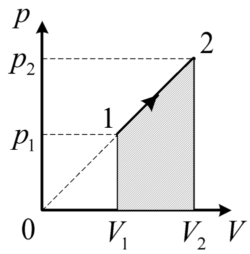

Рис. 1

расширении, численно равна площади под графиком, изображающей процесс на pV-диаграмме. $A = \frac{1}{2}\left(p_1 + p_2\right)\left(V_2 - V_1\right)$ (5). Подставив зависимость $p(V)$ (4) в (5), получим $A = \frac{1}{3}\alpha\left(V_2^2 - V_1^2\right)$ (6). Изменение внутренней энергии $\Delta U = \alpha\left(V_2^2 - V_1^2\right)$ (7). По первому закону термодинамики: $Q = \Delta U + A$ (8). Поэтому $Q = \alpha\left(V_2^2 - V_1^2\right) + \frac{1}{3}\alpha\left(V_2^2 - V_1^2\right)$ (9). Отсюда $Q = \frac{4}{3}\alpha\left(V_2^2 - V_1^2\right)$ (10). Из (10) следует $\alpha\left(V_2^2 - V_1^2\right) = \frac{3}{4}Q$ (11). Подставив (11) в (6), найдем ответ задачи: $A = \frac{1}{4}Q =$ 1 кДж (12).

Примерная схема оценивания задачи 2

№ п/п	Содержание	Баллы
1	Записано уравнение (1)	1
2	Записано уравнение (2)	1
3	Записано уравнение (3)	1
4	Получено уравнение (4)	1
5	Записано уравнение (5)	2
6	Получено уравнение (6)	1
7	Записано уравнение (7)	1
8	Записано уравнение (8)	1
9	Получено уравнение (10)	2
10	Получен ответ задачи (12)	2
11	Даны комментарии и пояснения решения задачи	3
Всего		**16**

3. Рассмотрим две обкладки конденсаторов C_1 и C_3, обращенные друг к другу. До замыкания ключа суммарный заряд на них $q_1 - q_3 = 0$ (1), так как они соединены только между собой и их суммарный заряд должен быть равен нулю. После замыкания ключа суммарный заряд на этих обкладках отличен от нуля (за счет заряда, протекшего через ключ). Пусть этот заряд равен Q. Таким образом, заряд, протекший через ключ $Q = q_{11} - q_{33}$ (2), где q_{11} и q_{33} – заряд соответственного первого и второго конденсатора во втором случае (после замыкания ключа). Для нахождения заряда Q рассмотрим цепь после замыкания ключа: конденсатор C_1 соединен параллельно с конденсатором C_2. Напряжение на них одинаково: $U_{11} = U_{22}$ (3) Конденсатор C_3 соединен параллельно с конденсатором C_4. Напряжение на них одинаково: $U_{33} = U_{44}$ (4). Заряд $q_{11} = C_1 U_{11}$ (5), $q_{33} = C_3 U_{33}$ (6). Суммарный заряд конденсаторов C_1 и C_2 равен суммарному заряду конденсаторов C_3 и C_4, так как эти группы конденсаторов соединены последовательно. Запишем уравнения: $U_{11} + U_{33} = \varepsilon$ (7). $\left(C_1 + C_2\right)U_{11} = \left(C_3 + C_4\right)U_{33}$ (8). Решая систему уравнений, получим: $U_{11} = \frac{C_3 + C_4}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}\varepsilon$ (9), $U_{33} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}\varepsilon$ (10), Из (2), (8) и (9) найдем ответ задачи: $Q = \frac{C_1 C_4 - C_2 C_3}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}\varepsilon = 18$ мкКл (11).

Примерная схема оценивания задачи 3

№ п/п	Содержание	Баллы

1	Записано уравнение (1)	1
2	Записано уравнение (2)	1
3	Записано уравнение (3)	1
4	Записано уравнение (4)	1
5	Записано уравнение (5)	1
6	Записано уравнение (6)	1
7	Записано уравнение (7)	1
8	Записано уравнение (8)	1
9	Записано уравнение (9)	1
10	Получено уравнение (10)	1
11	Выполнены математические преобразования и получен найден ответ задачи (11)	2
12	Даны комментарии и пояснения решения задачи	2
Всего		**14**

4. Обозначим первоначальное давление газа под поршнем p, температуру газа T, количество вещества газа ν, площадь поршня S. Уравнение Клапейрона - Менделеева для газа вначале имеет вид: $pSH = \nu RT$ (1).

Как только на поршень упал шарик, поршень стал колебаться. Через некоторое время колебания затухнут, при этом шарик, лежащий на поршне, увеличит давление газа на $\Delta p = \frac{mg}{S}$ (2), где m — масса шарика. Температура газа увеличится на ΔT, а объем газа, в соответствии с условием задачи, не изменится. Уравнение Клапейрона - Менделеева для конечного состояния газа принимает вид: $\left(p + \frac{mg}{S}\right)SH = \nu R\left(T + \Delta T\right)$ (3). Изменение температуры газа определим из закона сохранения энергии: полная работа, совершенная газом над поршнем равна нулю (начальное и конечное положение поршня совпадают), а потенциальная энергия шарика перешла во внутреннюю энергию газа: $mgh = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$ (4). Следовательно, $\nu R\Delta T = \frac{2mgh}{3}$ (5). Вычитая из (3) (1), получим $mgH = \nu R\Delta T$ (6). Подставляя (5) в (6), получим $H = \frac{2}{3}h$ (7). Ответ задачи: H = 40 см (8).

Примерная схема оценивания задачи 4

№ п/п	Содержание	Баллы
1	Записано уравнение (1)	1
2	Записана формула (2)	1
3	Записано уравнение (3)	1
4	Записана формула (4)	3
5	Выполнены математические преобразования и получена формула (7)	3
6	Найден ответ задачи (8)	1
7	Даны комментарии и пояснения решения	2
Всего		**12**

5. При упругом ударе шара о правую стенку тележки сохраняются горизонтальная проекция импульса и механическая энергия. На основании этого запишем два уравнения: $m\upsilon_0 = Mu - m\upsilon$ (1) и $\frac{m\upsilon_0^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2}$ (2), где u – модуль скорости тележки, υ – горизонтальная проекция скорости шара после удара. Из уравнений (1) и (2) получим:

$u = \frac{2m}{M+m}\upsilon_0$ (3). Поскольку вертикальная проекция скорости шара при ударе о гладкую стенку не меняется, время τ движения шара с момента, когда он пролетает над левой стенкой, до момента попадания его в песок равно времени свободного падения с высоты Н: время $\tau = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ (4). Время движения шара с момента, когда он пролетает над левой стенкой, до удара о правую стенку $\tau_1 = \frac{L}{\upsilon_0}$ (5). Приобретя после удара скорость $\vec{u}$, тележка пройдет до момента падения шара на песок путь $s = u\left(\tau - \tau_1\right)$ (6). Из уравнений (3) – (6) следует ответ задачи: $s = \frac{2m\upsilon_0}{M+m}\left(\sqrt{\frac{2H}{g}} - \frac{L}{\upsilon_0}\right)$ (7) или $s = 0{,}2\upsilon_0\left(\sqrt{\frac{2H}{g}} - \frac{L}{\upsilon_0}\right) = 80$ (8).

Примерная схема оценивания задачи 5

№ п/п	Содержание	Баллы
1	Записано уравнение (1)	2
2	Записано уравнение (2)	2
3	Получена формула (3)	2
4	Записана формула (4)	1
5	Записана формула (5)	1
6	Записана формула (6)	1
7	Получена формула (7)	2
8	Найден ответ задачи (8)	1
9	Даны комментарии и пояснения решения	3
Всего		**15**