

Exercice 1.

1.a. $V(M_1) - V(M_2) = eE_0$.

1.b. $V(M) - V(M_2) = E_0(e/2 - x) = E_0(e/2 - r \cos \theta)$.

2.a. .

2.b.

3.a. Le dipôle est soumis à la force puisque le champ électrique est uniforme et au moment de force qui tend à lui donner la direction et le sens de ; alors l'énergie est minimum.

3.b. .

4.a. .

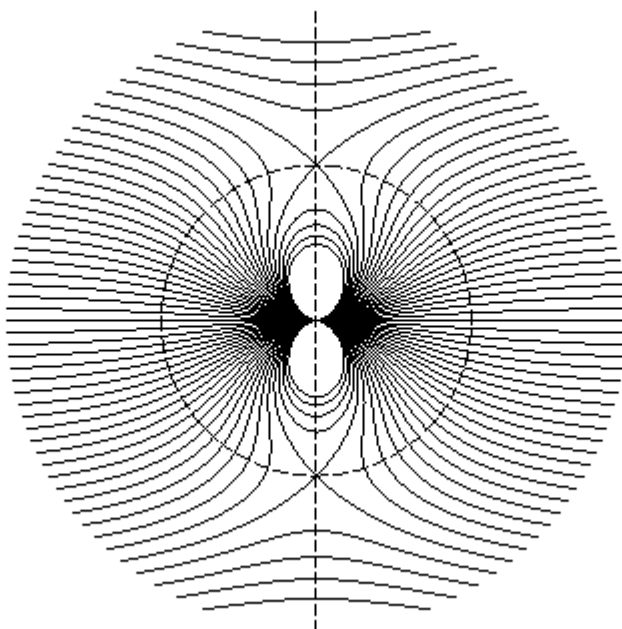
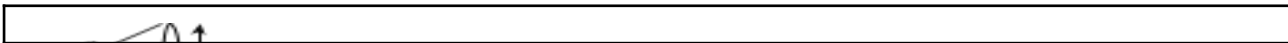
4.b.

L'équipotentielle médiane a pour équation

Pour qu'un produit soit nul, il faut et il suffit qu'un facteur soit nul. Cette équipotentielle est donc l'ensemble du plan Oyz et d'une sphère de centre O et de rayon a :

4.c. Si , les lignes de champ sont semblables à celle du dipôle. Si , elles sont semblables à celle d'un champ uniforme. Entre les deux, le raccordement est plus délicat ; il faut tracer des courbes qui coupent perpendiculairement l'axe Oy et le cercle de centre O et de rayon a.

En fait, il est possible de calculer leur équation et de les tracer :

**Obtention de l'équation des lignes de champ.****Méthode 1 : conservation du flux du champ électrique.**

D'après le théorème de Gauss, le flux du champ électrique à travers les sections successives d'un tube de champ de révolution autour de Ox est conservé, puisque ce tube contient une charge nulle. L'équation d'une ligne de champ s'obtient en écrivant que le flux à travers une surface s'appuyant sur le cercle (C) d'axe Ox passant par le point courant d'une ligne de champ est constant le long de cette ligne de champ. Comme ce flux est indépendant de la surface s'appuyant sur (C), on calcule comme la somme du flux du champ uniforme à travers le disque limité par (C) et du flux dans une calotte délimitée par (C) du champ du dipôle

L'équation d'une ligne de champ est donc

Comme ,

Les lignes de champ ont pour équation (k constante arbitraire).

La ligne de champ critique qui sépare les deux familles passant par le dipôle ou non correspond à .

Méthode 2 : tangence des lignes de champ au champ électrique.

En coordonnées polaires, la condition de tangence au champ électrique des lignes de champ est :

Faisons le changement de variable : et décomposons la fraction rationnelle à intégrer en éléments simples

qui est l'équation paramétrique en coordonnées polaires d'une ligne de champ.

On peut aussi écrire une équation paramétrique en coordonnées cartésiennes :

Exercice 2.

1.a. Plusieurs réponses sont possibles :

- un gaz parfait est un système dont l'équation d'état est $pV = nRT$;
- c'est un gaz pour lequel l'énergie d'interaction par molécule est négligeable devant kT
- c'est un gaz réel à basse pression ou à haute température.

1.b. C'est un grand nombre de particules dont l'énergie d'interaction par particule est négligeable devant kT ($k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K constante de Boltzmann).

2.a..

2.b. Le travail reçu par le gaz n'existe que pendant le retour du piston ; il vaut alors :

Le travail du moteur est .

2.c. $\Delta U = 0$, car la température est inchangée.

Comme l'entropie d'un gaz parfait est , et comme l'entropie de l'air expulsé dans l'aller ne varie pas, la variation d'entropie est celle de l'air qui reste enfermé, soit

2.d.

Annexe : programme maple

Superposition d'un champ uniforme et du champ d'un dipôle

```
> x:='x':int((1-x^3)/(2+x^3)/x,x);
```

```
> restart:with(plots):
```

Utilisons la forme cartésienne de l'équation des lignes de champ.

```
> y:=k/sqrt(1+2/r^3);
```

```
> x:=sqrt(r^2-y^2);
```

```
>
```

```
courbe:=k1->plot([subs(k=k1,x),subs(k=k1,y),r=0..2],[-subs(k=k1,x),subs(k=k1,y),r=0..2],color=red):
```

```
>
```

```
display({seq(courbe(i/5),i=-10..10),polarplot(1,color=blue,linestyle=3)},scaling=constrained,axes=none);
```

Utilisons la forme polaire.

```
>
```

```
plot({seq([r,arcsin(k/5/sqrt(r^2+2/r)),r=0..2],k=-10..10),seq([r,Pi-arcsin(k/5/sqrt(r^2+2/r)),r=0..2],k=-10..10)},coords=polar,scaling=constrained,color=red,axes=none);
```

```
> V:=cos(t)/r^2-r*cos(t);
```

```
> Er:=-diff(V,r);
```

```
> Et:=simplify(-diff(V,t)/r);
```

Pour mieux montrer les lignes de champ, traçons la ligne de champ critique qui passe par le point double de l'équipotentielle critique et calculons les intersections des lignes de champ avec l'axe Oy.

```
> N:=20;
```

```
> g:=sqrt(3/(r^2+2/r))*k/N:
```

```
> f:=arcsin(g):
```

```
>
```

```
gr:=plot({seq([r,f,r=0..2],k=-N..N),seq([r,Pi-f,r=0..2],k=-N..N)},coords=polar,color=red):
```

```
> for k from N+1 to N+4 do
```

```
> rmin:=fsolve(g=1,r=0..1);
```

```
> rmax:=fsolve(g=1,r=1..2);
```

```
>
```

```
gr:=gr,plot([r,f,r=0..rmin],[r,f,r=rmax..2],[r,-f,r=0..rmin],[r,-f,r=rmax..2],[r,
```

Véto 1998

```
Pi-f, r=0..rmin], [r, Pi-f, r=rmax..2], [r, Pi+f, r=0..rmin], [r, Pi+f, r=rmax..2]}, coords=p  
olar, color=red):  
> od:  
>  
display({gr, polarplot(1, linestyle=3, color=blue), plot([0, -2], [0, 2], linestyle=3, co  
lor=blue)}, scaling=constrained, axes=none);  
>
```