Exercice 1 :

Donner trois programmes (trois méthode vues dans le cours) permettant de résoudre numériquement le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{cases} -x+y+3z=12 \\ 2x-y+2z=-8 \\ 4x+y-4z=15 \end{cases}$$

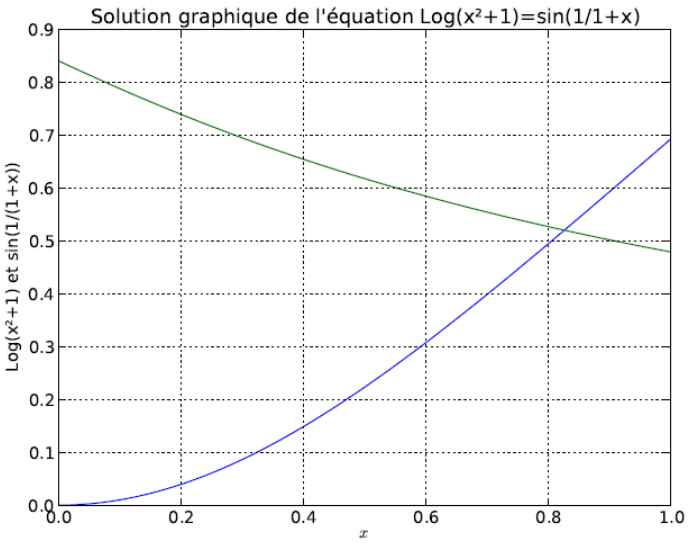
Exercice 2 : La résolution d'une équation non linéaire

1) Ecrire un programme qui donne la résolution graphique de l'équation suivante :

$$Log(x^2+1)=\sin(\frac{1}{1+x}) \qquad (E1)$$

C à d :

Donner le programme permettant d'avoir la figure ci-après.



2) Donner deux programmes, en appliquant deux méthodes (vues dans le cours), de résolution numérique de l'équation précédente (*E1*).

Exercice 3 :

1) Ecrire un programme (python) qui donne l'angle (en radian) délimité entre deux vecteurs $\vec{U}$ $\vec{W}$ dans une base orthonormée directe avec :

$$\vec{U}=\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix} \text{ et } \vec{W}=\begin{bmatrix}1\\2\\0\end{bmatrix}$$

2) Transformer l'angle calculé du radian en degré en utilisant une fonction (prédéfinie) appropriée.

Exercice 4 : Evolution d'une température en chimie

On note $y(t)$ la température en degrés Celsius d'une réaction chimique en fonction du temps t, t étant exprimé en heures.

Après étude, on constate que la température est solution de l'équation différentielle :

$$y' + y = e^{-0,25t} \qquad (E2)$$

Avec la condition initiale $y(0)=20°C$.

Ecrire un programme qui donne un tableau composé des températures de la réaction chimique chaque demi-heure pendant la première journée de la réaction.

Exercice 5 : Le parachute

La trajectoire suivie par un objet relié à un parachute est un axe vertical noté $(O, \vec{i})$. A un instant donné, le vecteur vitesse $\vec{V}$ de l'objet est défini par $\vec{V}(t) = v(t)\,\vec{i}$ où v est une fonction de la variable réelle positive t (*temps*).

Dans ces conditions de l'expérience, le vecteur $\vec{R}$ représentant la résistance de l'air est défini par $\vec{R} = -k\vec{V}$ où k est un nombre réel strictement positif. (*Voir Figure ci-après*)

On admet que la position $x(t)$ de l'objet et du parachute vérifie l'´equation différentielle suivante :

$$m\,x''(t) + k\,x(t) = mg \qquad (E3)$$

où m est la masse totale de l'objet et du parachute et g le coefficient de l'accélération de la pesanteur.

A partir de l'équation différentielle (*E3*) donner un programme de résolution numérique qui nous permet de donner comme résultat la distance x de la chute (l'objet+parachute) après 2 minutes avec un pas de 2 seconds.

On prendra : m=8 kg, g=10 m s^{-2}, k=25 unités SI, position initiale $x(0)$=0 m et vitesse initiale $v(0)=v_0$=3,2 m s^{-1}.

