

PORTADA

Proyecto integrador.

1. Lee y analiza el siguiente planteamiento:

¿Sabías que la velocidad de la luz es de 300,000 km/s? Existen laboratorios dedicados a la investigación en Física de partículas, mismas que se encuentran en todo el universo. Algunos investigadores intentan calcular qué tanto se puede acelerar una partícula y de esta manera acercarnos a saber si los objetos pueden viajar a velocidades cercanas a la velocidad de la luz.

Se estudia, en específico, el caso de una partícula cuya aceleración está dado por:

$$F''(x) = 3x^2 - 10x + 14$$

Los investigadores, están interesados en determinar:

- a) ¿Cuál es la función de velocidad si al instante $t=0$ la velocidad de dicha partícula es de 0?

$$F''(x) = 3x^2 - 10x + 14$$

Convierto de $f''(t)$ a $f'(t)$

Para ello debo de integrar esa función anterior.

$$\int f''(t)dt = \int (3t^2 - 10t + 14)dt$$

$$\int f''(t)dt = \int 3t^2 - \int 10tdt + \int 14dt$$

$$\int f''(t)dt = 3\int t^2 - 10\int tdt + 14\int dt$$

Usamos la siguiente fórmula:

$$\int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1}$$

$$f'(t) = 3\left(\frac{t^{2+1}}{2+1}\right) - 10\left(\frac{t^{1+1}}{1+1}\right) + 14t$$

$$f'(t) = 3\left(\frac{t^3}{3}\right) - 10\left(\frac{t^2}{2}\right) + 14t$$

Y obtenemos la función de velocidad.

$$f'(t) = 3t^3 - 5t^2 + 14t + C$$

Y evaluamos la partícula.

$$f'(0) = 3(0)^3 - 5(0)^2 + 14(0) + C$$

$$C = 0$$

b) ¿Cuál es la función de posición, la cual se sabe que en el instante $t=0$ toma un valor de 2?

$$f'(t) = 3t^3 - 5t^2 + 14t + C$$

$$\int f'(t) dt = \int (3t^3 - 5t^2 + 14t) dt$$

$$\int f'(t) dt = \int 3t^3 dt - \int 5t^2 dt + \int 14t dt$$

$$\int f'(t) dt = 3 \int t^3 dt - 5 \int t^2 dt + 14 \int t dt$$

Usamos la siguiente fórmula:

$$\int t^n dt = X^{n+1} / n + 1$$

$$f(t) = 3(t^{3+1} / 3 + 1) - 5(t^{2+1} / 2 + 1) + 14(t^{1+1} / 1 + 1)$$

$$f(t) = 3(t^4 / 4) - 5(t^3 / 3) + 14(t^2 / 2)$$

$$f(t) = 3/4 t^4 - 5/3 t^3 + 7t^2 + C$$
 Esta es la función de posición.

$$C = 2$$

c) ¿Cuánto ha recorrido la partícula en el intervalo $[3,6]$?

Usaremos el Teorema fundamental del cálculo.

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Integral definida.

$$\int_a^b f(t) dt = F(t) \Big|_3^6 \quad f(t) = 3/4 t^4 - 5/3 t^3 + 7t^2 + 2$$

Sustituimos...

$$= [3(6)^4 / 4 - 5(6)^3 / 3 + 7(6)^2 + 2] - [3(3)^4 / 4 - 5(3)^3 / 3 + 7(3)^2 + 2]$$

$$= [972 - 360 + 252 + 2] - [60.75 - 45 + 63 + 2]$$

$$= (866) - (80.75)$$

$$= 785.25 \text{ metros ha recorrido la partícula.}$$

d) Determina los puntos máximos y mínimos en su función de posición, si es que existen.

Para determinar los puntos máximos y mínimos de la función de posición

$f(t) = (3/4)t^4 - (5/3)t^3 + 7t^2 + 2$ necesitamos encontrar los valores de t en los que la derivada de la función se iguala a cero.

La derivada de $f(t)$ se calcula utilizando la regla de potencias y la regla del producto:

$$f'(t) = (3/4)(4t^3) - (5/3)(3t^2) + 7(2t) + 0$$

$$= 3t^3 - (5/3)t^2 + 14t$$

Para encontrar los puntos críticos, igualamos la derivada a cero:

$$3t^3 - (5/3)t^2 + 14t = 0$$

Podemos factorizar la ecuación para encontrar las soluciones:

$$t(3t^2 - (5/3)t + 14) = 0$$

La primera solución es $t = 0$.

Para encontrar las otras soluciones, resolvemos la ecuación cuadrática $3t^2 - (5/3)t + 14 = 0$. Sin embargo, al calcular el discriminante, encontramos que es negativo. Esto indica que la ecuación cuadrática no tiene raíces reales. Por lo tanto, no existen puntos máximos o mínimos en la función de posición $f(t) = (3/4)t^4 - (5/3)t^3 + 7t^2 + 2$.

e) ¿Cuál es la razón de cambio promedio de la función de posición en los intervalos de tiempo: [2,4] y [5,6]?

$$f(t) = 3/4 t^4 - 5/3 t^3 + 7t^2 + 2$$
 Esta es la función de posición.

Fórmula:

$$\text{Razón de cambio: } f(t_f) - f(t_i) / t_f - t_i$$

Sustituyo los valores en t[2]

$$f(t) = 3/4 t^4 - 5/3 t^3 + 7t^2 + 2$$

$$f(2) = 3/4(2)^4 - 5/3(2)^3 + 7(2)^2 + 2$$

$$f(2) = 12 - 13.33 + 28 + 2$$

$$f(2) = 28.67$$

Sustituyo los valores en t[4]

$$f(4) = 3/4(4)^4 - 5/3(4)^3 + 7(4)^2 + 2$$

$$f(4) = 192 - 106.66 + 112 + 2$$

$$f(4) = 114.27$$

$$\text{Razón de cambio: } f(4) - f(2) / (4) - (2) = (114.27) - (28.67) / (4) - (2) =$$

$$\text{Razón de cambio: } f(4) - f(2) / (4) - (2) = 114.43/2$$

$$\text{Razón de cambio: } f(4) - f(2) / (4) - (2) = 72.215$$

[5,6]

$f(t) = 3/4 t^4 - 5/3 t^3 + 7t^2 + 2$ Esta es la función de posición.

Fórmula:

Razón de cambio: $f(t_f) - f(t_i)/t_f - t_i$

Sustituyo los valores en t[5]

$$f(t) = 3/4 t^4 - 5/3 t^3 + 7t^2 + 2$$

$$f(5) = 3/4(5)^4 - 5/3(5)^3 + 7(5)^2 + 2$$

$$f(5) = 468.75 - 208.3333333 + 175 + 2$$

$$f(5) = 437.41$$

Sustituyo los valores en t[6]

$$f(6) = 3/4(6)^4 - 5/3(6)^3 + 7(6)^2 + 2$$

$$f(6) = 972 - 360 + 252 + 2$$

$$f(6) = 866$$

$$\text{Razón de cambio: } f(6) - f(5)/(6) - (5) = (866)-(437.41)/(6)-(5)=$$

$$\text{Razón de cambio: } f(6) - f(5)/(6) - (5) = 428.59/1$$

$$\text{Razón de cambio: } f(6) - f(5)/(6) - (5) = 428.59$$

La razón de cambio promedio en el intervalo de tiempo [2,4] es 72.215 y en el intervalo de tiempo [5,6] es 428.59.

2. Cuando hayas finalizado, analiza y da respuesta a los siguientes planteamientos:

A) ¿Qué nos indica la diferencia en el cálculo de la razón de cambio promedio en los intervalos de interés?

En resumen, la diferencia en el cálculo de la razón de cambio promedio en los intervalos [2, 4] y [5, 6] indica que la velocidad promedio de cambio de la función de posición es distinta en cada intervalo. En el intervalo [2, 4], la velocidad promedio de cambio es de 72.215 unidades por unidad de tiempo, mientras que en el intervalo [5, 6], la velocidad promedio de cambio es de 428.59 unidades por unidad de tiempo. Esto significa que la función de posición experimenta un cambio más rápido en el intervalo [5, 6] en comparación con el intervalo [2, 4].

b) Imagina que, en lugar de estar hablando de la velocidad de una partícula, estuviéramos calculando ingresos ¿Qué utilidad tendría el cálculo de la razón de

cambio promedio en el contexto de un negocio familiar? Argumenta tu respuesta en máximo 10 líneas.

El cálculo de la razón de cambio promedio en el contexto de un negocio familiar sería útil para evaluar el crecimiento o disminución de los ingresos a lo largo del tiempo. Permitiría identificar la tendencia de los ingresos y determinar si el negocio está experimentando un crecimiento sostenido o si hay fluctuaciones significativas en los ingresos. Esto proporcionaría información clave para la toma de decisiones estratégicas, como ajustar precios, implementar nuevas estrategias de marketing o realizar cambios en las operaciones para maximizar los ingresos. Además, la comparación de las razones de cambio promedio en diferentes períodos de tiempo permitiría evaluar la efectividad de las acciones tomadas y ajustar la estrategia empresarial en consecuencia.

3.Una vez que tengas tu archivo, guárdalo en tu equipo de la siguiente manera:

Apellidos_Nombre_M18PI-Recuperación

Fuentes:

González, A. (2017). Movimiento y Velocidad: Fundamentos de la Cinemática. Ciudad de México, México: Editorial Patria.

Rodríguez, M. (2015). Dinámica de Partículas: Teoría y Aplicaciones. Guadalajara, México: Editorial Universidad de Guadalajara.

López, R. (2018). Velocidad y Aceleración en Sistemas Mecánicos. Monterrey, México: Editorial Tecnológico de Monterrey.

Sánchez, E. (2014). Física y Movimiento: Conceptos Básicos de la Cinemática. Puebla, México: Editorial BUAP.

Vargas, C. (2016). Mecánica Clásica: Estudio de Velocidad y Trayectoria. Querétaro, México: Editorial Universidad Autónoma de Querétaro.