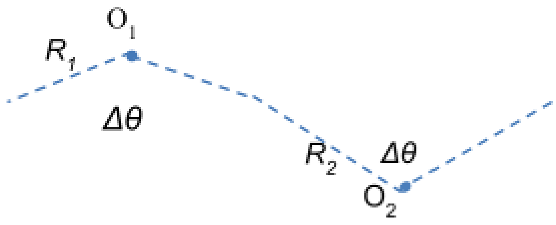
## Μετά τη λακκούβα πάρε και ένα σαμαράκι…

Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερό μέτρο ταχύτητας, όταν εισέρχεται σε βαθούλωμα κυκλικού σχήματος ακτίνας $R_1 = 100m$. Η επιτάχυνση που αισθάνεται ο οδηγός στο κατώτερο σημείο έχει μέτρο $0{,}4g$. Στη συνέχεια εξέρχεται από το βαθούλωμα και ανέρχεται σε «σαμάρι» κυκλικού σχήματος ακτίνας $R_2$, στο οποίο η επιτάχυνση αποκτά μέτρο $0{,}25g$. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$ και δεχόμαστε ότι ο οδηγός πετυχαίνει με κατάλληλη χρήση των χειριστηρίων να κρατάει το μέτρο της ταχύτητας συνεχώς σταθερό.




α) Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου και η ακτίνα $R_2$; Σχεδιάστε τα διανύσματα των επιταχύνσεων του αυτοκινήτου, καθώς διέρχεται από το κατώτερο σημείο του βαθουλώματος και το ανώτερο σημείο του υψώματος.

β) Αν οι επίκεντρες γωνίες των δυο διαδρομών είναι $\Delta\theta = =120^0$ ποια είναι η χρονική διάρκεια που θα χρειαστεί το αυτοκίνητο να περάσει από τις δυο περιοχές;

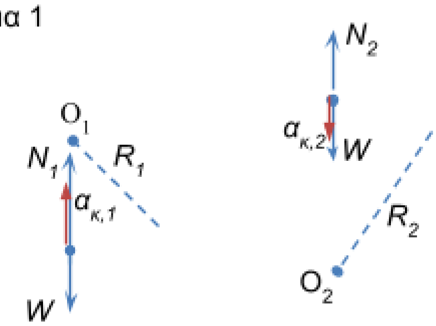
γ) Αν η μάζα του αυτοκινήτου είναι $m = 800kg$, πόση είναι η κάθετη αντίδραση που δέχεται το αυτοκίνητο από το δρόμο στο κατώτερο σημείο του βαθουλώματος και στο ανώτερο σημείο του υψώματος;

δ) Παρατηρώντας τα αποτελέσματα της ερώτησης (γ) μπορείτε να προβλέψετε σε ποια από τις δύο θέσεις είναι δυνατόν να χαθεί η επαφή με το δρόμο; Με ποια ταχύτητα του αυτοκινήτου θα συνέβαινε αυτό;

Θεωρούμε ότι το αυτοκίνητο ως υλικό σημείο, που βρίσκεται πάνω στο δρόμο και $g = 10m/s^2$.

## Απάντηση

σχήμα 1




α) Εφόσον το μέτρο της ταχύτητας είναι σταθερό, η επιτάχυνση που έχει το αυτοκίνητο είναι μόνο κεντρομόλος.

$$\alpha_{\kappa,1} = \frac{\upsilon^2}{R_1} \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{\alpha_{\kappa,1} \cdot R_1}$$

$$\Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{0{,}4 \cdot 10 \cdot 100}$$

$$\Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{400} \Leftrightarrow \upsilon = 20m/s$$

Ομοίως

$$\alpha_{\kappa,2} = \frac{\upsilon^2}{R_2} \Leftrightarrow R_2 = \frac{\upsilon^2}{\alpha_{\kappa,2}}$$

$$\Leftrightarrow R_2 = \frac{20^2}{0,25 \cdot 10} \Leftrightarrow R_2 = \frac{400}{2,5} \Leftrightarrow R_2 = 160m$$

Στο σχήμα 1 έχουν σχεδιαστεί - με κόκκινο χρώμα - τα διανύσματα των επιταχύνσεων, που δέχεται το αυτοκίνητο, οι οποίες έχουν τη διεύθυνση της ακτίνας του αντίστοιχου τόξου και φορά προς το κέντρο.

β) Πρώτα μετατρέπουμε τις μοίρες σε ακτίνια(rad)

$$\Delta\theta = \frac{120}{180} \cdot \pi = \frac{2\pi}{3} rad$$

<u>α΄ τρόπος</u>

Η γωνιακή ταχύτητα του αυτοκινήτου στο βαθούλωμα έχει μέτρο

$$\omega_1 = \frac{\upsilon}{R_1} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} rad/s$$ . Όμως $$\omega_1 = \frac{\Delta\theta_1}{\Delta t_1} \Leftrightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta\theta_1}{\omega_1} = \frac{2\pi/3}{1/5} = \frac{10\pi}{3} s$$

Η γωνιακή ταχύτητα του αυτοκινήτου στο «σαμαράκι» έχει μέτρο

$$\omega_2 = \frac{\upsilon}{R_2} = \frac{20}{160} = \frac{1}{8} rad/s$$ Όμως $$\omega_2 = \frac{\Delta\theta_2}{\Delta t_2} \Leftrightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta\theta_2}{\omega_2} = \frac{2\pi/3}{1/8} = \frac{16\pi}{3} s$$

<u>β΄ τρόπος</u>

Το διάστημα που διανύει στο βαθούλωμα είναι

$$\Delta s_1 = R_1 \cdot \Delta\theta = 100 \cdot \frac{2\pi}{3} = \frac{200\pi}{3} m$$ . Όμως $$\upsilon = \frac{\Delta s_1}{\Delta t_1} \Leftrightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta s_1}{\upsilon} = \frac{200\pi/3}{20} = \frac{10\pi}{3} s$$

Το διάστημα που διανύει στο «σαμαράκι» είναι

$$\Delta s_2 = R_2 \cdot \Delta\theta = 160 \cdot \frac{2\pi}{3} = \frac{320\pi}{3} m$$ . Όμως $$\upsilon = \frac{\Delta s_1}{\Delta t_1} \Leftrightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta s_2}{\upsilon} = \frac{320\pi/3}{20} = \frac{16\pi}{3} s$$

γ) Στο σχήμα 1 έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις, που δέχεται το αυτοκίνητο, οι οποίες έχουν τη διεύθυνση της ακτίνας του αντίστοιχου τόξου. Η κυκλική κίνηση απαιτεί, η συνισταμένη των δυνάμεων κατά τη διεύθυνση της ακτίνας, να παρέχει την απαιτούμενη κεντρομόλο δύναμη.

- Στο βαθούλωμα

$$\Sigma \vec{F}_R = m \cdot \vec{a}_{\kappa,1} \Leftrightarrow N_1 - W = m \cdot a_{\kappa,1}$$
$$\Leftrightarrow N_1 = m(g + a_{\kappa,1}) \Leftrightarrow N_1 = 800 \cdot 14$$
$$\Leftrightarrow N_1 = 11200N$$

- Στο «σαμάρι»

$$\Sigma \vec{F}_R = m \cdot \vec{a}_{\kappa,2} \Leftrightarrow W - N_2 = m \cdot a_{\kappa,2}$$
$$\Leftrightarrow N_2 = m(g - a_{\kappa,2}) \Leftrightarrow N_2 = 800 \cdot 7{,}5$$
$$\Leftrightarrow N_2 = 6000N$$

δ) Παρατηρούμε ότι η αντίδραση στο «σαμάρι» είναι σαφώς μικρότερη κατά μέτρο, σε σχέση με το βαθούλωμα.

Όπως βλέπουμε μάλιστα από τη σχέση $N_2 = m(g - a_{\kappa,2})$ είναι δυνατόν να γίνει $N_2 = 0$ αν

$$\alpha_{\kappa,2} = g \Leftrightarrow \frac{\upsilon_{op}^2}{R_2} = g \Leftrightarrow \upsilon_{op} = \sqrt{gR_2} \Leftrightarrow \upsilon_{op} = \sqrt{10 \cdot 160} \Leftrightarrow \upsilon_{op} = 40\,m/s$$

Δηλαδή αν το μέτρο της ταχύτητας είναι $\upsilon > 40m/s$ το αυτοκίνητο θα χάσει την επαφή του με το οδόστρωμα.

## Σχόλια

α) Δεχτήκαμε ότι το αυτοκίνητο έχει σταθερό μέτρο ταχύτητας. Αυτό σημαίνει ότι στην διεύθυνση της κίνησης, δηλαδή κατά την εφαπτόμενη της τροχιάς, πρέπει να ασκείται κατάλληλη μεταβλητή δύναμη (πατώντας το φρένο ή το γκάζι ο οδηγός), ώστε να εξουδετερώνει τη δράση της εφαπτομενικής συνιστώσας του βάρους. Έτσι στην κατηφόρα πρέπει να εμποδίζει, ενώ στην ανηφόρα να προκαλεί την κίνηση του αυτοκινήτου. Στην ανώτερη και κατώτερη θέση που μελετήσαμε, στιγμιαία δεν απαιτείται εφαπτομενική δύναμη. Γιατί;

β) Η απάντηση στο ερώτημα (δ) εξηγεί γιατί σε ταινίες με καταδίωξη αυτοκινήτων, βλέπουμε τα αυτοκίνητα να απογειώνονται όταν ανεβαίνουν σαμαράκια.


*Μία από τις δεκάδες σκηνές στη σειρά «Dukes of Hazzard -1979».*

**Ανδρέας Ριζόπουλος**