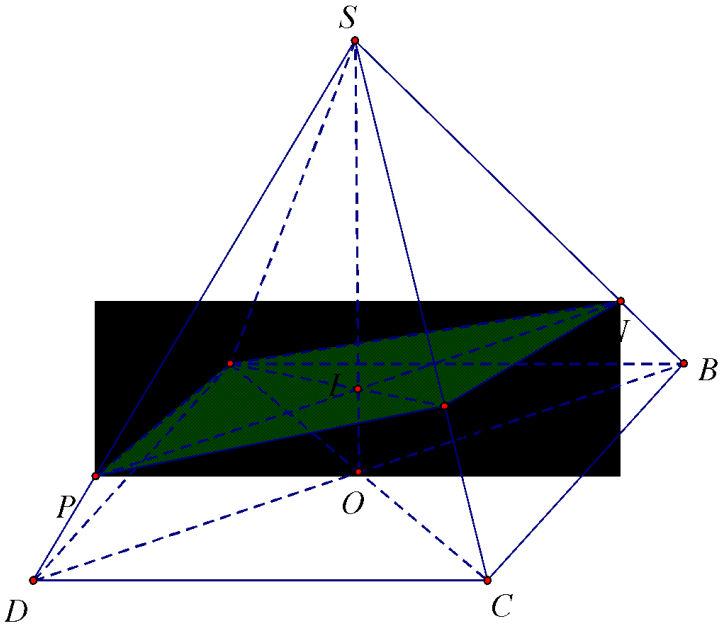
Câu 15. **[1H2-3.4-4] (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a, điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 2MC$. Mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD. Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (P).

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^2}{5}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{26}a^2}{15}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{26}a^2}{15}$. D. $\dfrac{2\sqrt{3}a^2}{5}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi $O = AC \cap BD$, $I = AM \cap SO$.

Trong (SBD) từ I kẻ đường thẳng Δ song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại N, P.

Suy ra thiết diện là tứ giác $ANMP$.

Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$

$\Rightarrow BD \perp AM$.

Mặt khác: $BD // NP$.

$\Rightarrow AM \perp NP$.

$\Rightarrow S_{ANMP} = \dfrac{1}{2} NP.AM$.

+ Tính AM:

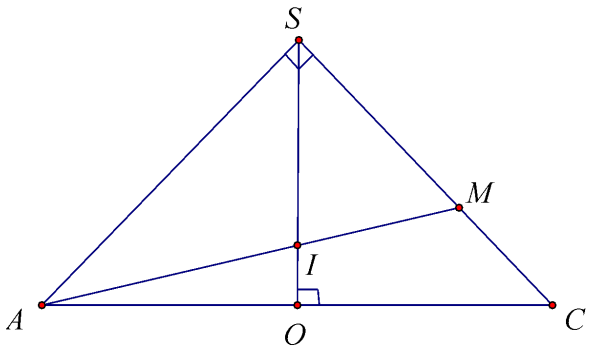
Ta có: $\begin{cases} SA = SC = a \\ AC = a\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \Delta SAC$ vuông cân tại S.

$\Rightarrow AM = \sqrt{SA^2 + SM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{2}{3}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{3}$.

+ Tính AM :

Ta có: $NP // BD \Rightarrow \frac{NP}{BD} = \frac{SI}{SO} \Rightarrow NP = \frac{SI.BD}{SO}$.

· Tính $\frac{SI}{SO}$:



Gọi $\frac{SI}{SO} = k$.

Ta có: $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SI} = -\overrightarrow{SA} + k\overrightarrow{SO}$.

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SM} = -\overrightarrow{SA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{SC}$.

A, I, M thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = l\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow -\overrightarrow{SA} + k\overrightarrow{SO} = -l\overrightarrow{SA} + \frac{2}{3}l\overrightarrow{SC}$

$\Leftrightarrow -\overrightarrow{SA} + \frac{k}{2}\left(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}\right) = -l\overrightarrow{SA} + \frac{2}{3}l\overrightarrow{SC} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}k + l = 1 \\ \frac{1}{2}k - \frac{2}{3}l = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{4}{5} \\ l = \frac{3}{5} \end{cases}$.

$\Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{4}{5} \Rightarrow NP = \frac{4}{5}BD = \frac{4a\sqrt{2}}{5}$.

$\Rightarrow S_{ANMP} = \frac{1}{2}NP.AM = \frac{1}{2}.\frac{4a\sqrt{2}}{5}.\frac{a\sqrt{13}}{3} = \frac{2\sqrt{26}a^2}{15}$.

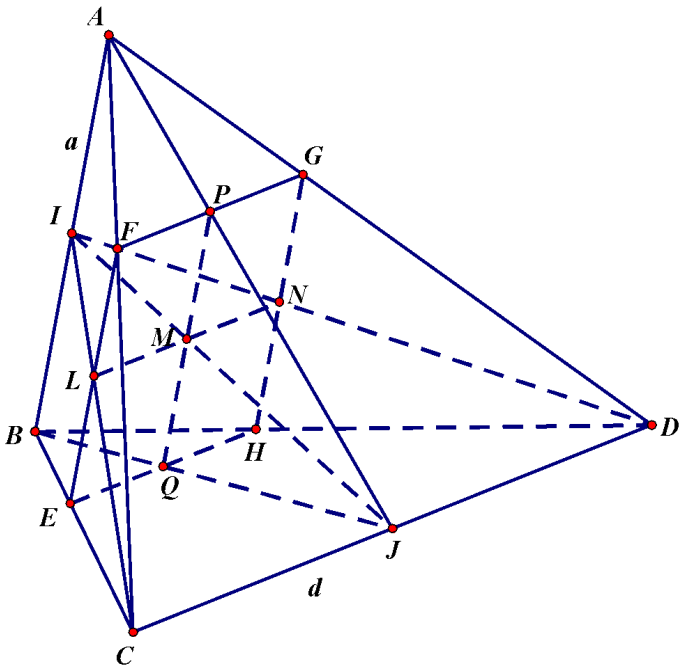
Câu 42. **[1H2-3.4-4] (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC -LẦN 1-903-2018)** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$, $CD = b$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB và CD,

giả sử $AB \perp CD$. Mặt phẳng (α) qua M nằm trên đoạn IJ và song song với AB và CD. Tính diện tích thiết diện của tứ diện $ABCD$ với mặt phẳng (α) biết $IM = \frac{1}{3}IJ$.

A. ab. **B.** $\frac{ab}{9}$. **C.** $2ab$. **D.** $\frac{2ab}{9}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $\begin{cases}(\alpha)//CD\\CD\subset(ICD)\\M\in(\alpha)\cap(ICD)\end{cases}\Rightarrow$ giao tuyến của (α) với (ICD) là đường thẳng qua M và song song với CD cắt IC tại L và ID tại N.

$\begin{cases}(\alpha)//AB\\AB\subset(JAB)\\M\in(\alpha)\cap(JAB)\end{cases}\Rightarrow$ giao tuyến của (α) với (JAB) là đường thẳng qua M và song song với AB cắt JA tại P và JB tại Q.

Ta có $\begin{cases}(\alpha)//AB\\AB\subset(ABC)\\L\in(\alpha)\cap(ABC)\end{cases}\Rightarrow EF//AB$ (1)

Tương tự $\begin{cases}(\alpha)//AB\\AB\subset(ABD)\\N\in(\alpha)\cap(ABD)\end{cases}\Rightarrow HG//AB$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow EF//HG//AB$ (3)

Ta có $\begin{cases}(\alpha)//CD\\CD\subset(ACD)\\P\in(\alpha)\cap(ACD)\end{cases}\Rightarrow FG//CD$ (4)

Tương tự $\begin{cases}(\alpha)//CD\\CD\subset(BCD)\\Q\in(\alpha)\cap(BCD)\end{cases}\Rightarrow EH//CD$ (5)

Từ (4) và (5) $\Rightarrow FG//EH//CD$ (6).

Từ (3) và (6), suy ra $EFGH$ là hình bình hành. Mà $AB\perp CD$ nên $EFGH$ là hình chữ nhật.

Xét tam giác ICD có: $LN//CD\Rightarrow\frac{LN}{CD}=\frac{IN}{ID}$.

Xét tam giác ICD có: $MN//JD\Rightarrow\frac{IN}{ID}=\frac{IM}{IJ}$.

Do đó $\frac{LN}{CD}=\frac{IM}{IJ}=\frac{1}{3}\Rightarrow LN=\frac{1}{3}CD=\frac{b}{3}$.

Tương tự $\frac{PQ}{AB}=\frac{JM}{JI}=\frac{2}{3}\Rightarrow PQ=\frac{2}{3}AB=\frac{2a}{3}$.

Vậy $S_{EFGH}=PQ.LN=\frac{2ab}{9}$.