

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 06 - ÔN TẬP GK2 TOÁN 12 - NĂM HỌC 2024 - 2025

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K . Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $F(x) = f'(x)$.

B. $F'(x) = f(x)$.

C. $\left(\int f(x)dx\right)' = F'(x)$.

D.

$\int f(x)dx = F(x) + C$.

Lời giải

Theo định nghĩa, hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K thì $F'(x) = f(x)$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$.

A. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$.

B. $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$.

C. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$.

D. $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$.

Lời giải

Ta có: $\int \cos 3x dx = \frac{1}{3} \int \cos 3x d(3x) = \frac{\sin 3x}{3} + C$.

Câu 3: Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên đoạn $[c; d]$ và số thực k . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int_c^d [f(x) + g(x)] dx = \int_c^d f(x) dx + \int_c^d g(x) dx$.

B.

$\int_c^d [f(x) - g(x)] dx = \int_c^d f(x) dx - \int_c^d g(x) dx$.

C. $\int_c^d [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_c^d f(x) dx \cdot \int_c^d g(x) dx$.

D. $\int_c^d kf(x) dx = k \int_c^d f(x) dx$.

Lời giải

Theo lý thuyết tính chất của tích phân.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(2) = 6, F(4) = 12$. Tích phân $\int_2^4 f(x) dx$ bằng

- A. 2. B. 18. C. -6. D. 6.

Lời giải

Ta có: $\int_2^4 f(x) dx = F(4) - F(2) = 12 - 6 = 6$

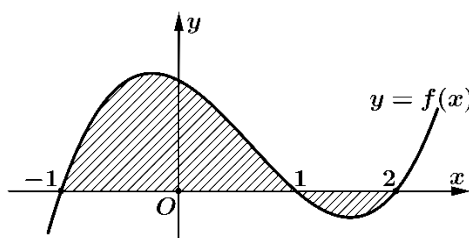
Câu 5: Nếu $\int_{-1}^5 f(x) dx = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x) dx$ bằng

- A. 5. B. 4. C. -1. D. 3.

Lời giải

Ta có $\int_5^{-1} f(x) dx = -\int_{-1}^5 f(x) dx = 3$

Câu 6: Gọi S là diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên.



Công thức tính S là

- A. $\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$ B. $\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$
C. $\int_{-1}^2 f(x) dx$ D. $-\int_{-1}^2 f(x) dx$

Lời giải

Ta có: $S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$

Câu 7: Tính thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$; trục Ox và các đường thẳng $x = 1; x = 3$ quay quanh trục Ox là:

- A. $V = \frac{242}{5}$. B. $V = \frac{26}{3}$. C. $V = \frac{26\pi}{3}$. **D. $V = \frac{242\pi}{5}$**

Lời giải

$$V = \pi \int_1^3 (x^2)^2 dx = \pi \int_1^3 x^4 dx = \pi \frac{x^5}{5} \Big|_1^3 = \frac{242\pi}{5}$$

Thể tích khối tròn xoay là:

Câu 8: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2025}$ là

- A. $2026x^{2026} + C$. B. $2026x^{2025} + C$. C. $\frac{1}{2025}x^{2026} + C$. **D. $\frac{1}{2026}x^{2026} + C$**

Lời giải

Áp dụng công thức $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C$, ($\alpha \neq -1$).

Ta có $\int x^{2025} dx = \frac{1}{2025+1} x^{2025+1} + C = \frac{1}{2026} x^{2026} + C$.

Câu 9: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của

$\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 3 . **B. 5** . C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\int_1^2 [2 + f(x)] dx = (2x + x^2) \Big|_1^2 = 8 - 3 = 5$.

Câu 10: Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)$ (m/s) có dạng đường thẳng khi $0 \leq t \leq 3$ (s) và $8 \leq t \leq 15$ (s) và $v(t)$ có dạng đường parabol khi $3 \leq t \leq 8$ (s) (như

C. $S = -\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$

D. $S = \left| \int_a^b f(x)dx \right|.$

Lời giải

Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là:

$$S = \int_a^b |f(x)|dx = \int_a^c |f(x)|dx + \int_c^b |f(x)|dx = -\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

Câu 12: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 6x$ và $y = x^2$ bằng

A. $\frac{125}{12}$.

B. $\frac{253}{12}$.

C. $\frac{63}{4}$.

D. $\frac{16}{3}$.

Đặt $f_1(x) = x^3 - 6x$ và $f_2(x) = x^2$ thì ta có $f_1(x) - f_2(x) = x^3 - x^2 - 6x$.

Phương trình $f_1(x) - f_2(x) = 0$ có ba nghiệm là $x_1 = -2, x_2 = 0, x_3 = 3$.

Diện tích của hình phẳng đã cho là

$$S = \int_{-2}^3 |x^3 - x^2 - 6x|dx = \left| \int_{-2}^0 (x^3 - x^2 - 6x)dx \right| + \left| \int_0^3 (x^3 - x^2 - 6x)dx \right|$$

$$= \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 3x^2 \right) \right|_{-2}^0 + \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 3x^2 \right) \right|_0^3 = \frac{253}{12}$$

Phần II. Đúng sai

Câu 1: Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = -10$, $x = 10$.

a) Diện tích hình phẳng (H) được tính theo công thức $S = \int_{-10}^{10} (x^2 - 2x)dx$.

b) Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_{-10}^0 (x^2 - 2x)dx - \int_0^2 (x^2 - 2x)dx + \int_2^{10} (x^2 - 2x)dx$.

c) Diện tích hình phẳng (H) là: $S = \frac{2008}{3}$.

d) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox được tính theo

công thức
$$S = \pi \int_{-10}^{10} (x^2 - 2x)^2 dx$$
.

Lời giải

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$x^2 - 2x$	+	0	-	0	+

b) Đúng: Diện tích cần tìm:

$$S = \int_{-10}^{10} |x^2 - 2x| dx = \int_{-10}^0 (x^2 - 2x) dx - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^{10} (x^2 - 2x) dx$$

$$= \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-10}^0 - \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^2 + \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_2^{10} = \frac{1300}{3} + \frac{4}{3} + \frac{704}{3} = \frac{2008}{3}.$$

c) Đúng: Diện tích hình phẳng (H) là: $S = \frac{2008}{3}$.

d) Đúng: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox được tính

theo công thức
$$S = \pi \int_{-10}^{10} (x^2 - 2x)^2 dx$$
.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x^3 - x$.

a) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - x$ là $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + C$.

b)
$$I = \int_0^1 (x^3 - x) dx = \frac{1}{4}.$$

c) Diện tích giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ bằng $\frac{1}{4}$.

d) Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0; x = 1$ quay quanh trục hoành

bằng $\frac{8\pi}{105}$.

Lời giải

a) Sai: $\int f(x)dx = \int (x^3 - x)dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + C$

b) Sai: $I = \int_0^1 (x^3 - x)dx = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{4}$

c) Đúng: $S = \int_0^1 |x^3 - x|dx = \int_0^1 (-x^3 + x)dx = \left(-\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{4}$.

d) Đúng: $S = \int_0^1 |x^3 - x|dx = \int_0^1 (-x^3 + x)dx = \left(-\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{4}$.

Phần III. Trả lời ngắn

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-45; 45\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 2025}$, $f(5) = 0$. Khi đó hãy tính $f(-100)$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Ta

có:

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int \frac{1}{x^2 - 2025} dx = \frac{1}{90} \int \left(\frac{1}{x-45} - \frac{1}{x+45} \right) dx = \frac{1}{90} \ln \left| \frac{x-45}{x+45} \right| + C$$

$$f(5) = 0 \Rightarrow \frac{1}{90} \ln \left| \frac{5-45}{5+45} \right| + C = 0 \Rightarrow C = -\frac{1}{90} \ln \frac{4}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{90} \ln \left| \frac{x-45}{x+45} \right| - \frac{1}{90} \ln \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow f(-100) = 0,01$$

Đáp án:

0	,	0	1
---	---	---	---

Câu 2: Biết $I = \int_{-1}^2 |x^2 - 3x + 2| dx = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $T = a + b$.

Lời giải

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta

có:

$$\Rightarrow I = \int_{-1}^2 |x^2 - 3x + 2| dx = \int_{-1}^1 (x^2 - 3x + 2) dx - \int_{-1}^2 (x^2 - 3x + 2) dx$$

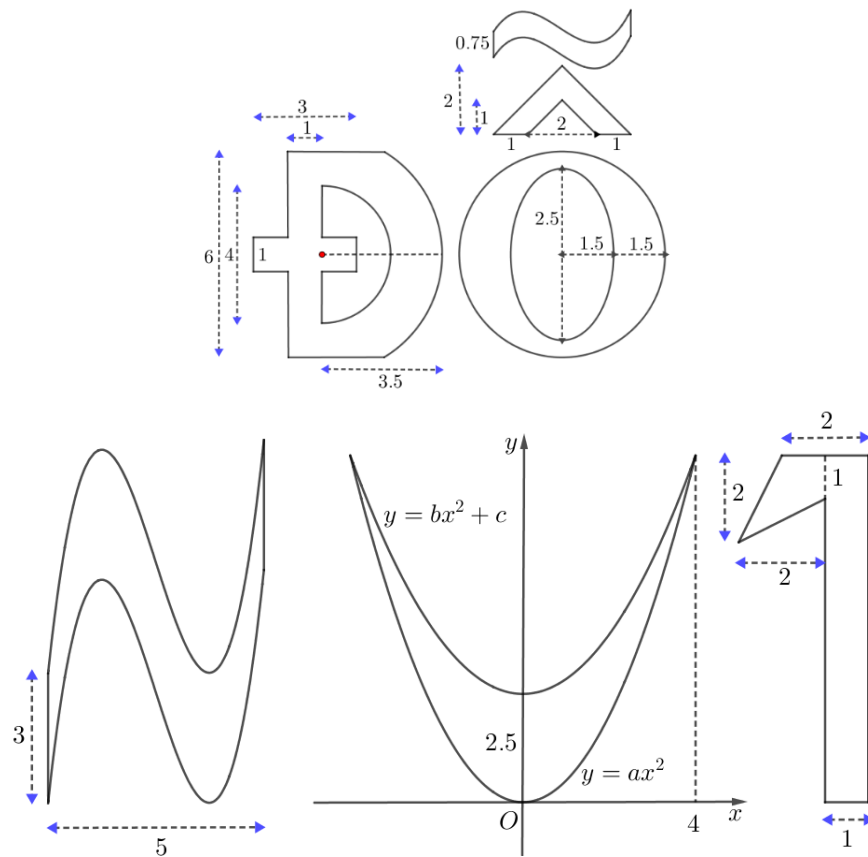
$$= \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x \right) \Big|_{-1}^1 - \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{5}{6} - \left(-\frac{23}{6} \right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{6} \right) = \frac{29}{6}$$

$$\Rightarrow T = a + b = 35$$

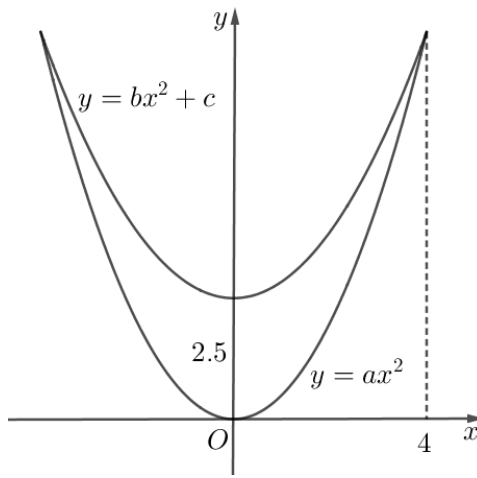
Đáp án:

3	5		
---	---	--	--

Câu 3: Vào buổi học cuối cùng trước khi học sinh của mình bước vào kì thi Tốt nghiệp trung học phổ thông, Thầy Vinh đã trang trí bảng bằng một câu chúc thật ý nghĩa là “ĐỒ NV1” và đậm chất toán học.

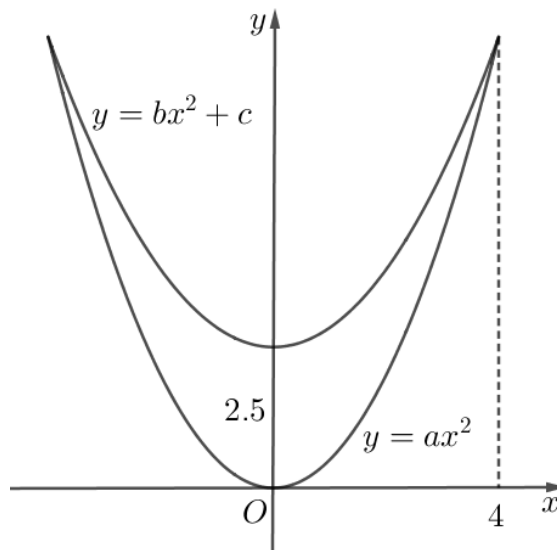


Sau đó để tạo không khí thật vui vẻ, Thầy đã đổ cả lớp chữ V trên bảng có diện tích bao nhiêu.



Ai đoán đúng sẽ nhận được phần thưởng là diện tích chữ V nhân với 10.000 đồng.
Hỏi tiền thưởng là bao nhiêu nghìn đồng (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải



Ta có: $y = f(x) = ax^2$; $y = g(x) = bx^2 + c$.

Mà $g(0) = \frac{5}{2} \Rightarrow g(x) = bx^2 + \frac{5}{2}$.

Dựa vào hình vẽ thấy: $f(4) = g(4) \Leftrightarrow 16a = 16b + \frac{5}{2} \Leftrightarrow b - a = -\frac{5}{32}$.

Mặt khác:
$$S = \int_{-4}^4 [g(x) - f(x)] dx = \int_{-4}^4 \left(bx^2 + \frac{5}{2} - ax^2 \right) dx = \int_{-4}^4 \left[(b-a)x^2 + \frac{5}{2} \right] dx$$

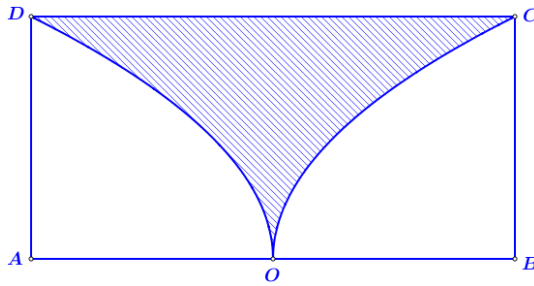
$$= \int_{-4}^4 \left(-\frac{5}{32}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx = \frac{40}{3}$$

Vậy số tiền thưởng mà học sinh làm đúng nhận được là: $\frac{40}{3} \cdot 10000 = \frac{400000}{3} \approx 133$ nghìn đồng.

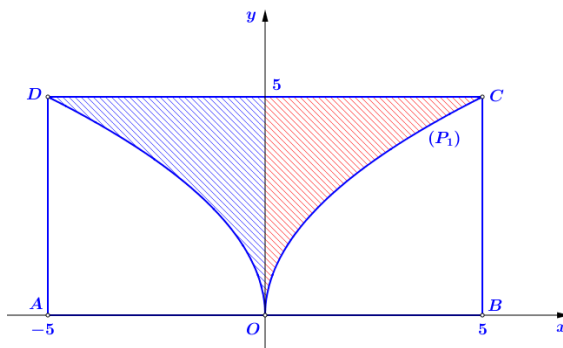
Đáp án:

1	3	3	
---	---	---	--

Câu 4: Từ hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 10$ cm và chiều rộng $BC = 5$ cm, người ta cắt bỏ miền (R) được giới hạn bởi cạnh CD của hình chữ nhật và hai nửa đường parabol có chung đỉnh là trung điểm của cạnh AB , chúng lần lượt đi qua hai đầu mút C, D của hình chữ nhật đó. Phần còn lại cho quay quanh trục AB để tạo nên một đồ vật làm trang trí. Thể tích của vật trang trí đó bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải



Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục AB ta được khối trụ có bán kính đáy $r = BC = 5$ cm và chiều cao $h = AB = 10$ cm.

Do đó thể tích khối trụ này có thể tích $V_1 = \pi \cdot 5^2 \cdot 10 = 250\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ thì $C(5;5)$ và parabol bên phải trục Ox có dạng $(P_1): y^2 = 2px$

Ta có $C \in (P_1) \Leftrightarrow p = \frac{5}{2} \Rightarrow (P_1): y^2 = 5x$ hay $y = \sqrt{5x}$.

Khi đó miền (R) khi quay quanh trục Ox có thể tích là

$$V_2 = 2\pi \int_0^5 [5^2 - 5x] dx = 2\pi \left(25x - \frac{5}{2}x^2 \right) \Big|_0^5 = 125\pi$$

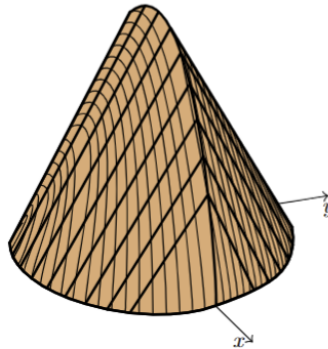
Vậy thể tích phần còn lại là $V = V_1 - V_2 = 125\pi (\text{cm}^3) \approx 393 (\text{cm}^3)$.

Đáp án:

3	9	3	
---	---	---	--

Phần IV. Vận dụng

Câu 1: Một vật thể có kích thước và hình dáng như hình vẽ minh họa dưới đây. Đáy là hình elip có độ dài trục lớn bằng 6 và độ dài trục bé bằng 4. Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với Ox ta được thiết diện là một tam giác đều. Gọi thể tích của vật thể là V . Tính V^2



Lời giải

Phương trình elip là: $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ nên ta có $y^2 = 4 \left(1 - \frac{x^2}{9} \right)$

Vì thiết diện là tam giác đều với cạnh là $2y$ nên diện tích thiết diện $S(x)$ được tính

bằng công thức:

$$S(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} (2y)^2 = \sqrt{3} y^2 = 4\sqrt{3} \left(1 - \frac{x^2}{9} \right)$$

Thể tích của vật thể là :

$$V = \int_{-3}^3 S(x) dx = \int_{-3}^3 4\sqrt{3} \left(1 - \frac{x^2}{9}\right) dx = 16\sqrt{3} \quad (\text{đvtt})$$

Vậy $V^2 = (16\sqrt{3})^2 = 768$

Đáp án:

7	6	8	
---	---	---	--

Câu 2: Chấp hành theo “Luật trật tự an toàn giao thông đường bộ theo nghị định 168”, Chị Nga đang lái xe với vận tốc 5 (m/s) thì nhận thấy phía trước đèn giao thông đang chuyển sang đèn đỏ nên cần giảm tốc độ của xe để đợi đèn đỏ. Sau khi đạp phanh, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -0,7t + 5$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn, xe di chuyển quãng đường bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Khi xe dừng hẳn, ta có: $v(t) = 0 \Leftrightarrow -0,7t + 5 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{50}{7}$ giây.

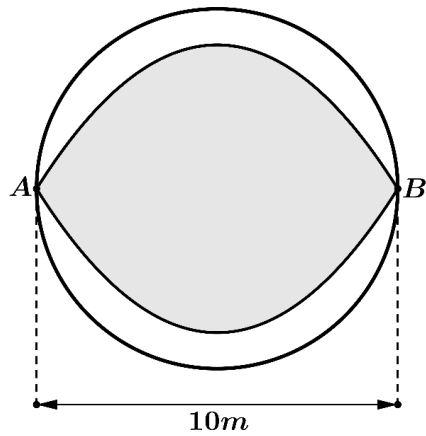
Vậy quãng đường xe di chuyển được từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là:

$$\int_0^{\frac{50}{7}} (-0,7t + 5) dx = \left(-0,7 \cdot \frac{t^2}{2} + 5t \right) \Bigg|_0^{\frac{50}{7}} = \frac{125}{7} = 17,9 \quad \text{m.}$$

Đáp án:

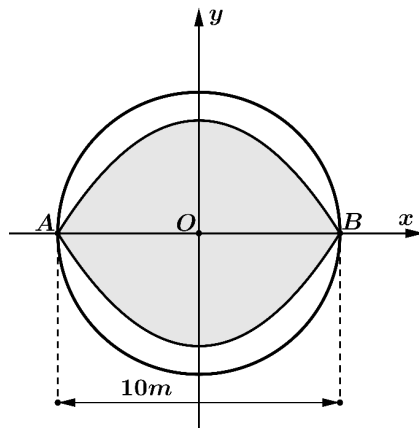
1	7	,	9
---	---	---	---

Câu 3: Trong khu vực trung tâm của một công viên lớn, có một miếng đất có dạng hình tròn đường kính $AB = 10$ m. Người ta trang trí khu vực này bằng hai đường parabol đối xứng nhau qua AB , nằm trong hình tròn, đi qua các điểm $A; B$ và có đỉnh cách mép hình tròn 1m . Phần giới hạn bởi hai parabol được trồng hoa với chi phí 300 nghìn đồng 1m^2 , phần còn lại được lát gốm sứ với chi phí 700 nghìn đồng 1m^2 . Tính tổng chi phí (triệu đồng) để hoàn thành khu vực này (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



Lời giải

Ta chọn hệ trục Oxy , sao cho tâm của hình tròn trùng với gốc tọa độ, đơn vị trên hệ trục tọa độ là mét. Khi đó $A(-5;0); B(5;0)$, đỉnh của parabol thứ nhất là $C(0;4)$, đỉnh của parabol thứ hai là $D(0;-4)$.



Ta lập được phương trình hai Parabol có hai đỉnh lần lượt là hai điểm $C; D$ và đi qua

hai điểm $A; B$ là $(P_1): f(x) = -\frac{4}{25}x^2 + 4$ và $(P_2): g(x) = \frac{4}{25}x^2 - 4$

Diện tích phần trồng hoa là:
$$S_1 = 4 \int_0^5 \left(-\frac{4}{25}x^2 + 4 \right) dx = \frac{160}{3} \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích phần lát gốm sứ là:
$$S_2 = \pi \cdot 5^2 - S_1 = \pi \cdot 5^2 - \frac{160}{3} \approx 25,2 \text{ (m}^2\text{)}$$

Tổng chi phí để hoàn thành là:

$$300.S_1 + 700.S_2 = 300.\frac{160}{3} + 700.\left(25\pi - \frac{160}{3}\right) \approx 33\,644,5 \text{ (nghìn đồng)} \approx 33,6 \text{ (triệu đồng)}$$

Đáp án:

3	3	,	6
---	---	---	---