# SESIÓN DE APRENDIZAJE 03

## ¿Cuál es el punto máximo de nuestra producción? Determinación del vértice, dominio y rango


03/06/26

**IE. “JOSÉ GÁLVEZ EGÚSQUIZA”**

**Adaptada por: Prof. Carlos Guarniz**

# SESIÓN DE APRENDIZAJE Nº 03

## I. DATOS INFORMATIVOS

- **Institución Educativa:** "José Gálvez Egúsquiza" - Pichugán.
- **Grado y Sección:** Cuarto Grado de Secundaria.
- **Área Curricular:** Matemática.
- **Duración:** 90 minutos.
- **Docente:** Carlos Guarniz.

## II. TÍTULO DE LA SESIÓN

**"¿Cuál es el punto máximo de nuestra producción? Determinación del vértice, dominio y rango"**.

## III. PROPÓSITO DE LA SESIÓN

- **Intención pedagógica:** Guiar a los estudiantes en el cálculo e interpretación matemática del **vértice** de una parábola como el punto máximo de optimización en contextos productivos, así como en la delimitación correcta del **dominio y rango** con restricciones reales del entorno agrícola.
- **Relación con el desarrollo de la competencia:** Esta sesión potencia la competencia **"Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio"**. Permite que el estudiante deje de depender de la tabulación masiva y emplee propiedades analíticas algebraicas fundamentales para deducir comportamientos extremos (máximos y mínimos) en modelos cuadráticos.

## IV. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- **Interpreta las coordenadas del vértice** (h, k) de una función cuadrática y las asocia con los valores máximos o mínimos de una situación de producción comunal.
- **Determina el dominio y rango** pertinente de una función cuadrática considerando las limitaciones físicas y lógicas del problema real (valores no negativos).
- **Emplea fórmulas algebraicas** ($h = -b/2a$ y $k = f(h)$) para resolver problemas de optimización con precisión.
- **Argumenta afirmaciones** sobre cómo las restricciones del contexto (cantidad de material, espacio disponible) afectan las variables del dominio y el rango.

## V. EVIDENCIA DE APRENDIZAJE

- **Actuación:** Cálculo colaborativo y exposición en pizarra de las coordenadas óptimas para situaciones productivas comunales.
- **Producto:** Cuaderno de campo de modelado resuelto y la **Ficha de Trabajo: Vértice, Dominio y Rango en la Producción de Pichugán**.

## VI. INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

- **Tipo de instrumento:** Lista de cotejo analítica.
- **Relación con los criterios:** Medirá de forma cuantitativa y cualitativa si el estudiante identifica los coeficientes, aplica correctamente la fórmula del vértice, restringe lógicamente el dominio y halla el rango real.

## VII. SECUENCIA DIDÁCTICA

### Inicio (15 minutos)

- **Motivación y Saberes Previos:** El docente saluda cordialmente. En la pizarra retoma el modelo de la sesión anterior sobre el área de secado de granos: A(x) = -2x^2 + 20x. Pregunta a la clase: *"En la sesión pasada tabulamos números enteros para el ancho (x) y vimos que el área subía y bajaba. Pero, ¿qué pasa si el ancho óptimo no es un número entero? ¿Tendremos que probar infinitos números decimales en nuestra tabla para saber con exactitud cuál es el área máxima que Don Carlos puede lograr? ¿Existe un método directo y exacto?"*.
- **Problematización (Conflicto Cognitivo):** Si graficamos esta función, la parábola tiene una curva con un punto cumbre (la cima de la montaña). ¿Cómo se llama matemáticamente ese punto? Si el ancho (x) representa metros de terreno, ¿puede tomar valores negativos en la vida real? ¿Puede valer mil metros si solo tenemos 20 metros de malla? ¿Qué límites tienen nuestras variables independientes y dependientes?
- **Comunicación del Propósito:** *"Hoy aprenderemos a determinar algebraicamente el vértice de una función cuadrática para hallar valores máximos de producción, reconociendo además el dominio y rango permitidos según la realidad de nuestro entorno"*.

### Desarrollo (60 minutos)

- **Gestión y Acompañamiento (Procesos Didácticos del Área):**
    - **Comprensión del problema:** El docente plantea la siguiente situación: *Un productor agropecuario de Chiguirip estima que la ganancia en soles (G) por la venta de sus sacos de papa nativa está regulada por la función: G(x) = -x^2 + 30x - 50, donde x es la cantidad de sacos de papa vendidos. ¿Cuántos sacos debe vender para obtener la máxima ganancia posible? ¿A cuánto asciende dicha ganancia? Determina el dominio y rango del problema.*
    - **Búsqueda de estrategias:** Los estudiantes se agrupan en equipos de cuatro. El docente sugiere extraer los coeficientes de la función: a = -1, b = 30, c = -50. Como a < 0, la parábola se abre hacia abajo, por lo que el vértice representará el punto máximo.
    - **Representación (Socialización):** El docente presenta formalmente la herramienta analítica del **Vértice V(h, k)**:

        - Coordenada en X (h): Representa el valor de la variable independiente que optimiza la función. Se halla con: h = -b/2a
        - Coordenada en Y (k): Representa el valor máximo o mínimo alcanzado. Se halla evaluando el resultado anterior en la función: k = f(h)
        - Los grupos aplican la fórmula en sus cuadernos:

          h = -30/2(-1) = -30/-2 = 15 sacos.

          k = -(15)^2 + 30(15) - 50 = -225 + 450 - 50 = 175 soles.

          Concluyen que el vértice es V(15, 175).

    - **Formalización:** El docente define de manera rigurosa y matemática:
        - **Dominio Matemático vs. Dominio del Contexto:** Matemáticamente el dominio de una función cuadrática son todos los números reales (R). Sin embargo, en el contexto agrario, la cantidad de sacos no puede ser negativa (x ≥ 0) y la ganancia debe ser mayor o igual a cero para no generar pérdidas (G(x) ≥ 0).
        - **Rango:** Conjunto de valores que adopta la variable dependiente. Como es cóncava hacia abajo y el tope máximo es 175, el rango del contexto va desde las ganancias en cero hasta el valor máximo: Rango = [0, 175].
    - **Reflexión:** Los estudiantes analizan por qué es un error decir simplemente que el dominio son "todos los reales" cuando se está resolviendo un problema con objetos físicos del centro poblado de Pichugán.

## Cierre (15 minutos)

- **Evaluación y Metacognición:** Los estudiantes responden de manera escrita e individual en hojas de salida: *1. ¿Qué representa la coordenada 'h' del vértice en un problema de ingresos? 2. ¿Cómo sé si el vértice es un máximo o un mínimo observando solo la ecuación?*
- El docente cierra la sesión promoviendo la metacognición: *¿Qué nos resultó más complejo: aplicar la fórmula del vértice o delimitar el dominio y rango del contexto? ¿Cómo ayuda esto a la economía familiar de Chiguirip?*
- Se entrega la **Ficha de Aprendizaje**.

### VIII. RECURSOS Y MATERIALES

- **Materiales educativos:** Plumones de colores para delimitar los intervalos en el plano cartesiano, reglas.
- **Recursos impresos:** Ficha técnica e informativa sobre cálculo analítico del vértice y restricciones de dominio.

### IX. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

- **Estrategias inclusivas:** Trabajo colaborativo segmentado. En cada equipo se asignan roles claros basados en las fortalezas individuales: un estudiante realiza el cálculo de h, otro calcula k, un tercero analiza lógicamente las restricciones del dominio y el cuarto expone el análisis argumentativo.
- **Adecuaciones/Apoyos:** Para los estudiantes que presentan dificultades en el reemplazo de valores con signos negativos (por ejemplo, confundir -(15)^2 con (-15)^2), el docente facilitará una ficha de apoyo visual de "Regla de Signos y Jerarquía de Operaciones en Funciones" fija en sus carpetas.

## X. RETROALIMENTACIÓN

- **Tipo de retroalimentación: Retroalimentación reflexiva o por descubrimiento**.
- **Orientaciones para la mejora:** Si un estudiante indica que el rango va hasta el infinito positivo en una función con a = -3, el docente guiará el descubrimiento: *"Lanza esta semilla de maíz hacia arriba de forma parabólica. ¿La semilla sube infinitamente o hay un punto donde empieza a caer? Si empieza a caer, ¿el vértice representa el punto más bajo o el punto más alto? Ajusta la dirección de tu intervalo de rango según esto"*.

## XI. BIBLIOGRAFÍA


- Ministerio de Educación (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica*.
- Ministerio de Educación (2021). *Resolución de Problemas Matemáticos en Secundaria*.
- Textos escolares distribuidos por el MINEDU para el año de gestión 2026.

# FICHA DE APRENDIZAJE: DETERMINACIÓN DEL VÉRTICE, DOMINIO Y RANGO EN SITUACIONES REALES

**Estudiante:** ________________________________________ **Grado y Sección:** 4° Secundaria

**Competencia:** Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

**Instrucciones:** Resuelve cada situación utilizando métodos algebraicos formales. Muestra todo el procedimiento de cálculo del vértice (h, k) y justifica las restricciones del dominio y rango aplicadas a cada contexto.

**Problema 1**

Dada la función matemática pura $f(x) = 2x^2 - 8x + 5$:

- a) Identifica los coeficientes a, b, c.
- b) Calcula las coordenadas del vértice V(h, k) mediante fórmulas.
- c) Determina su dominio y rango matemático (sin restricciones de contexto).

**Problema 2**

Un productor de Pichugán modeló el área en metros cuadrados de su huerto de habas mediante la función cuadrática $A(x) = -x^2 + 16x$, donde x es el ancho en metros. **Calcula analíticamente el valor del ancho que maximiza el área y determina el valor de dicha área máxima.**

**Problema 3**

A partir del **Problema 2**, argumenta detalladamente los límites lógicos de las variables en la vida real:

- a) ¿Por qué el ancho x debe ser estrictamente mayor a 0?
- b) ¿Cuál es el valor máximo que puede tomar el ancho antes de que el área se vuelva cero o negativa?
- c) Escribe el **dominio del contexto** en forma de intervalo.

**Problema 4**

La ganancia mensual (en cientos de soles) de una pequeña tienda comunal de Chiguirip que vende fertilizantes orgánicos se rige por la función: $G(x) = -2x^2 + 20x - 18$, donde x representa la cantidad de sacos de fertilizante vendidos. **Encuentra la cantidad exacta de sacos que deben venderse para alcanzar el vértice de la parábola e indica si corresponde a una ganancia máxima o mínima.**

**Problema 5**

Para la función de ganancias del **Problema 4**, calcula el valor de la ganancia máxima e indica cuál es el **rango aplicable al contexto** del negocio, asumiendo que el dueño no operará si incurre en pérdidas (Ganancia < 0).

**Problema 6**

Un proyectil de juguete es lanzado verticalmente hacia arriba por los estudiantes para medir la gravedad en un taller de ciencias. La altura en metros (h) en función del tiempo en segundos (t) viene dada por: $h(t) = -5t^2 + 20t$. **Determina en qué segundo el objeto alcanza su altura máxima y cuál es el valor de dicha altura.**

**Problema 7**

Con los datos obtenidos en el **Problema 6**, establece el **dominio y el rango correspondientes al tiempo de vuelo del objeto**:

- a) ¿En qué segundo el objeto regresa al suelo?
- b) Expresa en intervalos el tiempo total que duró el movimiento (Dominio).
- c) Expresa en intervalos las alturas reales alcanzadas por el objeto (Rango).

**Problema 8**

Una cooperativa agraria en Chota determina que el costo de producción (en soles) de ciertos quesos está modelado por la función cuadrática: $C(x) = x^2 - 40x + 500$, donde x es el número de moldes de queso producidos. Al ser el coeficiente $a > 0$, **calcula la cantidad de moldes de queso que se deben fabricar para reducir el costo de producción al mínimo absoluto.**

**Problema 9**

Halla analíticamente el vértice y el rango matemático de la siguiente función que posee un término lineal nulo: $f(x) = -4x^2 + 100$. Explica gráficamente hacia dónde apunta la concavidad de esta parábola.

**Problema 10**

Un grupo de comuneros de Pichugán está diseñando una zona rectangular de pastoreo para sus animales. Si cuentan con un presupuesto limitado para comprar mallas que solo les permite cubrir un perímetro total de 80 metros de cercado por sus cuatro lados, la función del área queda modelada por $A(x) = -x^2 + 40x$ (donde x es el ancho). **Determina las dimensiones ideales (ancho y largo) para que los animales tengan el máximo espacio posible de pastoreo, y define matemáticamente el rango de esta función.**