Тема: Побудова графіків функцій. Розв'язування вправ

Посилання на підручник: https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-10-klas-2018/14-matematyka-10-klas/merzlyak-ag-matematyka-alg-i-poch-analizu-ta-geom-riven-standartu-10-kl.pdf

Матеріали до теми:

Побудова графіків функцій

Коли в попередніх класах вам доводилося будувати графіки, ви зазвичай поступали так: позначали на координатній площині деяку кількість точок, які належать графіку, а потім сполучали їх. Точність побудови залежала від кількості позначених точок.

На рисунку 1 зображено кілька точок, які належать графіку деякої функції $y = f(x)$. Ці точки можна сполучити по-різному, наприклад так, як показано на рисунках 2 і 3.

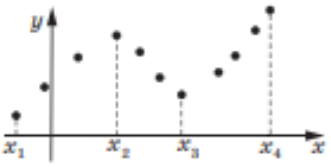

Рис. 1

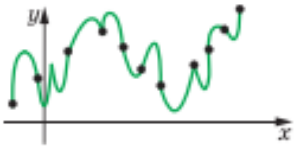

Рис. 2

Проте якщо знати, що функція f зростає на кожному з проміжків $[x_1; x_2]$ і $[x_3; x_4]$, спадає на проміжку $[x_2; x_3]$ і є диференційовною, то скоріше за все буде побудовано графік, зображений на рисунку 4.

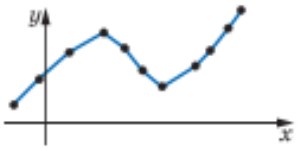

Рис. 3

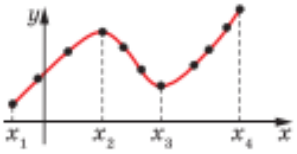

Рис. 4

Ви знаєте, які особливості притаманні графікам парної, непарної, періодичної функцій тощо. Узагалі, чим більше властивостей функції вдається з'ясувати, тим точніше можна побудувати її графік.

Дослідження властивостей функції проводитимемо за таким планом.

1. *Знайти область визначення функції.*
2. *Дослідити функцію на парність.*
3. *Знайти нулі функції.*
4. *Знайти проміжки зростання і спадання функції.*
5. *Знайти точки екстремуму та значення функції в точках екстремуму.*

6. *Виявити інші особливості функції (періодичність функції, поведінку функції в околах окремих важливих точок тощо).*

Зауважимо, що наведений план дослідження носить рекомендаційний характер та не є сталим і вичерпним. Під час дослідження функції важливо виявити такі її властивості, які дадуть змогу коректно побудувати графік.

Задача. Дослідіть функцію $f(x)=\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{4}x^3$ і побудуйте її графік.

Розв'язання. 1. Функція визначена на множині дійсних чисел, тобто $D(f)=\mathbb{R}$.

2. Маємо: $f(-x)=\frac{3}{2}(-x)^2-\frac{1}{4}(-x)^3=\frac{3}{2}x^2+\frac{1}{4}x^3$. Звідси $f(-x)\neq f(x)$ і $f(-x)\neq -f(x)$, тобто функція $y=f(-x)$ не збігається ні з функцією $y=f(x)$, ні з функцією $y=-f(x)$. Таким чином, дана функція не є ні парною, ні непарною.

3. Маємо: $f(x)=\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{4}x^3=\frac{x^2}{4}(6-x)$. Числа 0 і 6 є нулями функції f.

4–5. Маємо: $f'(x)=3x-\frac{3x^2}{4}=\frac{3x}{4}(4-x)$. Дослідивши знак похідної (рис. 5), доходимо висновку, що функція f зростає на проміжку $[0;\,4]$, спадає на кожному з проміжків $(-\infty;\,0]$ і $[4;\,+\infty)$. Отже, $x_{max}=4$, $x_{min}=0$. Маємо: $f(4)=8$, $f(0)=0$.

Рис. 5

Ураховуючи отримані результати, будуємо графік функції (рис. 6). ◀

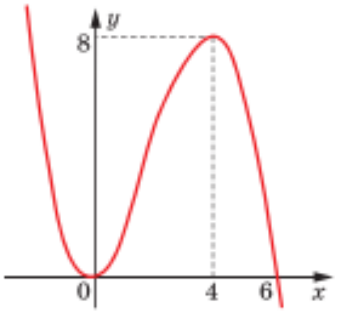

Рис. 6

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал п. 25.

2. Законспектувати план дослідження властивостей функції.

3. Виконати письмово вправи: 25.1.

4. Переглянути відеоматеріали за посиланням:

https://www.youtube.com/watch?v=OFNUOnkl5Tc

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .