83. (8-2) В треугольнике ABC медиана BM вдвое меньше стороны BC. Известно, что угол ABM равен 25^0. Найдите величину угла ABC.

85. (9-2) В треугольнике ABC с прямым углом C проведены высота CH = 3 и биссектриса CK = 4. Найдите площадь треугольника ABC.

61. (8-3) На стороне BC треугольника ABC отметили точку M так, что BM = AC. Точка H – основание перпендикуляра, проведённого из точки B на прямую AM. Известно, что BH = CM и угол MAC равен 30^0. Найдите градусную меру угла ACB.

59. (8-4) В равнобедренном треугольнике ABC (AB = BC) угол ABC равен 40^0. На сто-ронах AB и BC отмечены точки соответственно M и K так, что отрезок MK перпен-дикулярен стороне BC и равен половине стороны AC. Докажите, что CM = CA.

82. (8-4) На стороне AB остроугольного треугольника ABC отмечена точка K. Точка M – середина стороны BC. Отрезки AM и CK пересекаются в точке F. Известно, что KF = AK. Докажите, что CF = AB.

35. (8-4) Две окружности $\gamma 1$ и $\gamma 2$ одинакового радиуса пересекаются в точках A и B. Окружность γ с центром в точке A пересекает окружность $\gamma 1$ в точках C и D. Докажите, что точки пересечения окружностей γ и $\gamma 2$ принадлежат прямым BC и BD.

50. (10-2) В остроугольном треугольнике ABC высоты AA_1 и BB_1 пересекаются в точке H. Построим две окружности ω_1 и ω_2 с центрами в точках H и B и радиусами HB_1 и BB_1 соответственно. Из точки C к окружностям ω_1 и ω_2 проведем касательные, которые касаются этих окружностей соответственно в точках N и K, отличных от B_1. Докажите, что точки A_1, N и K лежат на одной прямой.

67. (9-4) В остроугольном неравнобедренном треугольнике ABC проведена высота BB_1. На стороне BC выбрана точка D так, что $\angle BAD = \angle CBB_1$. Отрезки AD и BB_1 пересе-каются в точке F. Через точку B перпендикулярно стороне AB провели прямую l, и за K обозначили точку пересечения прямых l и CF. Докажите, что прямая DK делит отрезок BF пополам.

39. (9-4) Около остроугольного треугольника ABC описана окружность. Хорда AD является биссектрисой угла треугольника и пересекает сторону BC в точке L, хорда DK перпендикулярна стороне AC и пересекает её в точке M. Найдите отношение AM : MC, если BL : LC = 1 : 2.

40. (9-4) На сторонах AB, BC и CA треугольника ABC отметили соответственно точки K, M и P. На отрезках PA, KB и MC отметили соответственно точки T, H и E так, что TK параллельно PH, HM параллельно KE, PE параллельно TM. Возможно ли, что прямые AE, BT и CH пересекаются в одной точке?

62. (8-4) В четырёхугольнике ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке O. Известно, что диагональ BD перпендикулярна стороне AD, угол BAD равен 60^0, угол BCD равен 60^0, угол ADC равен 135^0. Найдите отношение DO : OB.

36. (8-4) Внутри прямоугольного треугольника ABC с гипотенузой AB взята точка K так, что $\angle AKC = 90°$ и $\angle CKB = 2\cdot\angle CAB$. На отрезке KB нашлась такая точка T, что $\angle KTC = \angle CAK$. Прямая AK пересекает отрезок BC в точке P. Докажите, что $\angle TPA = \angle ABC$.

79. (11-4) В выпуклом четырёхугольнике ABCD углы ABC и BCD не меньше 120^0. Докажите, что $AC + BD > AB + BC + CD$.

72. (10-4) В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60^0. Точка D лежит на стороне AC. Докажите, что $\sqrt{3}\cdot BD \le AC + \max\{AD, DC\}$.

71. (10-4) В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1. На продолжениях BB_1 и CC_1 за точки B_1 и C_1 отмечены точки соответственно P и Q так, что $\angle APC = \angle AQB = 90^0$. Радиусы окружностей, вписанных в треугольники APC и AQB, равны. Обязательно ли треугольник ABC равнобедренный?

78. (11-4) Внутри параллелограмма ABCD отмечены точки P и Q, симметричные относительно точки пересечения диагоналей параллелограмма. Докажите, что окруж-ности, описанные около треугольников ABP, CDP, BCQ и ADQ имеют общую точку.

64. (9-4) Внутри треугольника ABC с углами $ACB = 90^0$ и $BAC = 60^0$ нашлась такая точка O, что угол AOB равен 120^0, $OC = 1$, $OB = 4$. Найдите длину отрезка AO.