1. Общая характеристика умозаключения

В процессе познания действительности мы приобретаем новые знания. Чтобы уяснить происхождение и сущность умозаключения, необходимо сопоставить два рода знаний, которыми мы располагаем и пользуемся в процессе своей жизнедеятельности, – непосредственные и опосредованные. Непосредственные знания – это те, которые получены нами с помощью органов чувств: зрения, слуха, обоняния и т.д.

Существование такой формы в нашем мышлении, как понятия и суждения, обусловлено самой объективной действительностью. Если в основе понятия лежит предметный характер действительности, а в основе суждения – связь (отношение) предметов, то объективную основу умозаключения составляет более сложная взаимная связь предметов, их взаимные отношения. Так, если один класс предметов (А) входит целиком в другой (В), но не исчерпывает его объема, то это означает необходимую обратную связь: более широкий класс предметов (В) включает в себя менее широкий (А) как свою часть, но не сводится к нему.

Умозаключения весьма распространенная форма, используемая в научном и повседневном мышлении. Этим определяется их роль в познании и практике общения людей. Значение умозаключений состоит в том, что они не только связывают наши знания в более или менее сложные, относительно законченные комплексы – мыслительные конструкции, но и обогащают, усиливают эти знания.

Вместе с понятиями и суждениями умозаключения преодолевают ограниченность чувственного познания. Они оказываются незаменимыми там, где органы чувств бессильны: в постижении причин и условий возникновения какого-либо предмета или явления, его сущности и форм существования, закономерностей развития и т. д. Они участвуют в образовании понятий и суждений, которые нередко выступают как итог умозаключений, чтобы стать средством дальнейшего познания.

Умозаключения используются как способ познания прошлого, которое непосредственно наблюдать уже нельзя. Например, с их помощью получены фундаментальные знания о “большом взрыве” Вселенной, который произошел 10 – 20 млрд. лет назад; о становлении крупномасштабной структуры Вселенной, Галактик и их скоплений; о возникновении Солнечной системы и образовании Земли; о происхождении и сущности жизни на Земле; о возникновении и этапах развития человеческого общества. Историки общества по отдельным фрагментам, доступным нам, восстанавливают облик прошедших поколений людей, их образ жизни. Теоретики общества по бесчисленным появлениям общественной жизни познают глубинные закономерности ее экономического, социального, политического и духовного развития.

Умозаключения тем более важны для понимания будущего, которое наблюдать еще нельзя. В общественной жизни предвидения, прогнозы, цели человеческой деятельности тоже невозможны без определенных выводов – о тенденциях развития, действовавших в прошлом и действующих в настоящее время, прокладывающих путь в будущее.

На каждом шагу умозаключения производятся в повседневной жизни. Так, выглянув утром в окно и заметив мокрые крыши домов, мы делаем вывод о прошедшем ночью дожде, увидев, что день солнечный, мы заключаем, что сосновый лес теперь пахнет смолой. Наблюдая вечером багрово-красный закат, мы предполагаем на завтра ветреную погоду.

Выше говорилось, какую роль играют умозаключения в образовании понятий и суждений. А какую роль играют понятия и суждения в умозаключениях? Поскольку они входят в структуру умозаключений, важно установить здесь их логические функции. Так, нетрудно понять, что суждения выполняют функции либо посылок, либо заключения. Понятия же будучи терминами суждения, выполняют здесь функции терминов умозаключения. Если рассматривать познание диалектически, как процесс перехода с одной ступени знания на другую, более высокую, то не составит труда уяснить себе относительность деления суждений на посылки и заключение. Одно и то же суждение, будучи результатом (выводом) одного познавательного акта, становится исходным пунктом (посылкой) другого. Этот процесс можно уподобить строительству дома; один ряд бревен (или кирпичей), положенный на уже имеющееся основание, превращается тем самым в основание для другого, последующего ряда.

Аналогично обстоит дело и с понятиями – терминами умозаключения: одно и то же понятие может выступать то в роли субъекта, то в роли предиката посылки или заключения, то в роли посредствующего звена между ними. Так осуществляется бесконечный процесс познания.

Любое умозаключение состоит из посылок, заключения и вывода. Посылками умозаключения называются исходные суждения, из которых выводится новое суждение. Заключением называется новое суждение, полученное логическим путем из посылок. Логический переход от посылок к заключению называется выводом.

Например: “Судья не может участвовать в рассмотрении дела, если он является потерпевшим (1). Судья Н. – потерпевший (2). Значит, он не может участвовать в рассмотрении дела (3)”.

В этом умозаключении 1-е и 2-е суждения являются **посылками**, 3-е суждение – **заключением.**

Как и любая другая форма мышления, умозаключение, так или иначе, воплощается в языке. Если понятие выражается отдельным словом (или словосочетанием), а суждение – отдельным предложением (или сочетанием предложений), то умозаключение всегда есть связь нескольких (двух или более) предложений, хотя не всякая связь двух или более предложений – непременно умозаключение (вспомним сложные суждения).

В русском языке эта связь выражается словами “следовательно”, “значит”, “таким образом” и другими, либо словами “потому что”, “так как”, “ибо” и т.п. Употребление тех или иных языковых средств не произвольно, а определяется порядком расположения посылок и заключения. Дело в том, что в живой речи, в отличие от учебника логики, этот порядок тоже является относительным. **Умозаключение может завершаться заключением (выводом**), **но может и начинаться с него; наконец, вывод может находиться в середине умозаключения – между его посылками**. И это естественно: ведь новизна заключения не психологическая, а логическая. Она не носит характера какой-то “приятной неожиданности” или счастливой случайности”, когда из произвольного сочетания, каких-то суждений вдруг что-то получилось. И она, конечно, не заложена изначально ни в одном из элементов исходного знания в отдельности, но потенциально, скрыто содержит во всей структуре этого знания в целом и проявляется лишь во взаимодействии ее элементов. Это можно сравнить с тем, как огонь не заключен ни в спичке, ни в коробке, взятых порознь, а вспыхивает лишь от трения одной о другую. Как здесь чтобы получить новое явление, требуется определенное действие, так и в мышлении, чтобы получить новое знание, требуется определенное умственное усилие: это и достигается посредством умозаключения.

Общее правило языкового выражения умозаключения таково: если заключение стоит после посылок, то перед ним ставятся слова “следовательно”, “значит”, “поэтому”, “итак”, “отсюда следует” и т.п. Если же заключение стоит перед посылками, то после него ставятся слова “потому что”, “так как”, “ибо”, “оттого что” и др. **Если же, наконец, оно располагается между посылками, то и перед ним, и после него употребляются соответствующие слова одновременно.**

Подобно всякому суждению, заключение может быть истинным и ложным. Но то и другое определяется здесь, как и в ложных суждениях, непосредственно отношением не к действительности, а, прежде всего к посылкам и их связи.

Отношение логического следования между посылками и заключением предполагает связь между посылками по содержанию. Если суждения не связаны по содержанию, то вывод из них невозможен. Например, из суждений: “Судья не может участвовать в рассмотрении дела, если он является потерпевшим” и “Обвиняемый имеет право на защиту” – нельзя получить заключения, так как эти суждения не имеют общего содержания и, следовательно, логически не связаны друг с другом.

При наличии содержательной связи между посылками мы можем получить в процессе рассуждения новое истинное знание при соблюдении двух условий: во-первых, должны быть истинными исходные суждения – посылки умозаключения; во-вторых, в процессе рассуждения следует соблюдать правила вывода, которые обусловливают логическую правильность умозаключения.

Обозревая практику мышления, можно обнаружить великое множество самых **разнообразных видов и разновидностей умозаключений**. Они **различаются числом посылок** – одна, две и более; **типом суждений** – простое или сложное; **видом суждений** – атрибутивное или с отношением; **видом вывода** – достоверный или вероятный и т.д. и т.п. **Какой же из признаков положить в основу деления умозаключений на типы?** Думается, мы поступим разумно, если будем исходить, прежде всего, из самой глубокой сущности этой формы мышления. Поскольку всякое умозаключение вообще, безотносительно к его формам, представляет собой логическое следование одних знаний из других, то в зависимости от характера логического следования, от направленности хода мысли в умозаключении **можно выделить три коренных**, **фундаментальных типа**, которые и будут положены в основу всего последующего анализа выводного знания. Это **дедукция, индукция и традукция.** Дедукция (от лат. deductio – выведение) – это умозаключение от более общего знания к менее общему. Типичный пример дедукции, идущий от древности:

Все люди смертны.
Сократ – человек.
Следовательно, Сократ смертен.

Индукция (от лат. inductio – наведение) – умозаключение от менее общего знания к более общему. Например: наблюдая за движением каждой из планет Солнечной системы, можно сделать общий вывод: “Все планеты движутся с Запада на Восток”.

Традукция (от лат. traductio – перевод, перемещение, перенос) – умозаключение, в котором посылки и заключение – одной и той же степени общности (умозаключение по аналогии).

Пример: “На Земле, где есть атмосфера, смена дня и ночи, времен года, есть также и жизнь. На Марсе, подобно Земле, есть атмосфера, смена дня и ночи, смена времен года. Возможно, что на Марсе тоже есть жизнь” (вывод, как будет показано в соответствующей главе, не подтвердился).

В зависимости от строгости правил вывода различают два вида умозаключений: демонстративные (необходимые) и недемонстративные (правдоподобные). **Демонстративные** умозаключения характеризуются тем, что заключение в них с необходимостью следует из посылок, т. е. логическое следование в такого рода выводах представляет собой логический закон. В **недемонстративных** умозаключениях правила вывода обеспечивают лишь вероятное следование заключения из посылок.

В подобной типологии – отправной пункт для понимания всего многообразия умозаключений. Каждый из типов, в свою очередь, имеет особые виды и разновидности. К их последовательному рассмотрению мы и переходим.

2. Непосредственные умозаключения

Дедуктивным (от латинского слова deductio– выведение) называется умозаключение, в котором переход от общего знания к частному является логически необходимым.

В зависимости от числа посылок, из которых можно сделать тот или иной вывод, дедуктивные умозаключения подразделяются, прежде всего, на непосредственные и опосредованные.

Непосредственные умозаключения – это такие, которые делаются из одной посылки. Опосредованные – те, которые делаются из нескольких (двух и более) посылок.

Непосредственные умозаключения можно получать, прежде всего, из простых суждений – как атрибутивных, так и реляционных (суждений с отношением). Правила дедуктивного вывода определяются характером посылок, которые могут быть простыми (категорическими) или сложными суждениями.

Суждение, содержащее новое знание, может быть получено посредством преобразования некоторого суждения. Поскольку исходное (преобразуемое) суждение рассматривается как посылка, а новое, полученное в результате преобразования суждение – как заключение, высказывания, построенные посредством преобразования суждений, называются непосредственными умозаключениями. К ним относятся: **1) превращение, 2) обращение, 3) противопоставление предикату, 4) умозаключения по логическому квадрату.**

Выводы в каждом из этих умозаключений получаются в соответствии с определенными логическими правилами, которые обусловлены видом суждения – его количественной и качественной характеристиками.

1) Превращение. Превращение суждения состоит в установлении отношения субъекта к понятию, противоречащему предикату исходного суждения. **Преобразование одного суждения в другое, противоположное по качеству с предикатом, противоречащим предикату исходного суждения, называется превращением**.

Превращать можно общеутвердительные, общеотрицательные, частноутвердительные и частноотрицательные суждения.

Общеутвердительное суждение превращается в общеотрицательное. Например: “Всякий автомобиль - колесная машина. Следовательно, ни один автомобиль не является бесколесной машиной”.

2) Обращение. Для уточнения объема предиката суждения и его отношения к субъекту используют обращение, в результате которого субъектом становится предикат, а предикатом – субъект исходного суждения. Предметом нового суждения (заключения) становится, таким образом, предмет, выраженный не субъектом, а предикатом посылки.

Преобразование суждения, в результате которого субъект исходного суждения становится предикатом, а предикат – субъектом заключения, называется обращением.

Обращение подчиняется правилу распределенности терминов, согласно которому субъект распределен в общих и не распределен в частных суждениях, предикат распределен в отрицательных и не распределен в утвердительных суждениях. В соответствии с этим правилом различают простое (чистое) обращение и обращение с ограничением.

Простым (или чистым) называется обращение без изменения количества суждения. Так обращаются суждения, оба термина которых распределены или оба не распределены.

Если же предикат исходного суждения не распределен, то он не может быть распределен и в заключении, где он является субъектом. Поэтому его объем ограничивается. Такое обращение называется **обращением с ограничением.**

Общеотрицательное суждение обращается в общеотрицательное. Например: “Ни один студент нашей группы не является неуспевающим. Следовательно, ни один неуспевающий не является студентом нашей группы”

3) Противопоставление предикату. Как было показано, в выводе, полученном посредством превращения, устанавливается отношение субъекта к понятию, противоречащему предикату исходного суждения (S к не-P). С помощью обращения устанавливается отношение предиката к субъекту (P к S). Для выяснения отношения понятия, противоречащего предикату, к субъекту исходного суждения (не-P к S) используются умозаключения, полученные посредством противопоставления предикату. Субъектом суждения в этих умозаключениях является не предикат исходного суждения, как в обращении, а понятие, противоречащее предикату.

Преобразование суждения, в результате которого субъектом становится понятие, противоречащее предикату, а предикатом – субъект исходного суждения, называется противопоставлением предикату.

Нетрудно установить, что противопоставление предикату может рассматриваться как результат превращения и обращения: превращая исходное суждение S – P, устанавливаем отношение S к не-P; суждение, полученное путем превращения, обращается, в результате устанавливается отношение не-P к S.

Заключение, полученное посредством противопоставления предикату, зависит от количества и качества исходного суждения.

Общеутвердительное суждение преобразуется в общеотрицательное. Например: “Все врачи имеют медицинское образование. Следовательно, ни один не имеющий медицинского образования не является врачом”.

4) Умозаключение по логическому квадрату. Учитывая свойства отношений между категорическими суждениями **A, E, I, O,** которые иллюстрированы схемой логического квадрата, можно строить выводы, устанавливая следование истинности или ложности одного суждения из истинности или ложности другого суждения.

Вспомним, что в “логическом квадрате” зафиксированы такие важнейшие отношения между суждениями, как логическое подчинение, противоположность (контрарность), субконтрарность, противоречие. Непосредственные умозаключения возможны здесь потому, что между суждениями, находящимися в этих отношениях, существуют определенные зависимости по истинности и ложности.

3. Простой категорический силлогизм

Широко распространенным видом опосредствованных умозаключений является простой категорический силлогизм, заключение в котором получается из двух категорических суждений.

Таким образом, простой категорический силлогизм состоит из трех категорических суждений, два из которых являются посылками, а третье – заключением.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Большую часть знаний об окружающей нас действительности мы получаем с помощью рассуждений. Выводы в них будут истинными, если они являются результатами правильных рассуждений, а такими считают рассуждения, построенные по правилам логики.

Рассуждения лежат в основе доказательства, без которого трудно представить математику. Но тех представлений о доказательстве, которые возникли у вас в процессе конкретных доказательств, конечно, недостаточно, чтобы обучать доказательству младших школьников. Учителю нужны более глубокие знания о тех правилах, в соответствии с которыми строятся правильные рассуждения, нужны знания о структуре и способах доказательства, о взаимосвязи индукции и дедукции.

Эти вопросы и будут рассмотрены в данном параграфе

Умозаключения и их виды

В логике вместо термина «рассуждения» чаще используется (как его синоним) слово «умозаключение», им и будем пользоваться.

Умозаключение - это способ получения нового знания на основе некоторого имеющегося. При этом мы не обращаемся к исследованию предметов и явлений самой действительности, а открываем такие связи и отношения между ними, которые невозможно увидеть непосредственно.

Умозаключение состоит из посылок и заключения.

Посылки - это высказывания, содержащие исходное знание.

Заключение - это высказывание, содержащее новое знание, полученное из исходного. В. умозаключении из посылок выводится заключение.

Рассмотрим примеры умозаключений, которые выполняют младшие школьники, изучая математику.

Пример 1. Ученику предлагается объяснить, почему число 23 можно представить в виде суммы 20 + 3. Он рассуждает: «Число 23 - двузначное. Любое двузначное число можно представить в виде суммы разрядных слагаемых. Следовательно, 23 = 20 + 3».

Первое и второе предложения в этом умозаключении посылки, причем одна посылка общего характера - это высказывание «любое двузначное число можно представить в виде суммы разрядных слагаемых», а другая - частная, она характеризует только число 23 - оно двузначное. Заключение - это предложение, которое стоит после слова «следовательно», - также носит частный характер, так как в нем речь идет о конкретном числе 23.

Пример 2, Один из приемов ознакомления младших школьников с переместительным свойством умножения заключается в следующем.

Используя различные средства наглядности, школьники вместе с учителем устанавливают, что, например, 6-3 = 36, 5-2 = 2-5, 3-7 = 7-3 А затем на основе полученных равенств делают вывод: для всех натуральных чисел a и b верно равенство a-b = b-a

В данном умозаключении посылками являются первые три равенства, в них утверждается, что для конкретных натуральных чисел выполняется такое свойство. Заключением в данном примере является! утверждение общего характера - переместительное свойство умножения натуральных чисел.

Пример 3. При обучении делению на однозначное число используется такой прием. Сначала выясняется: чтобы найти значение выражения 12:4, следует узнать, на какое число надо умножить делитель 4, чтобы получить делимое, т.е. 12. Известно, что 4-3 = 12. Значит, 12:4 = 3.

Затем учащимся предлагается, рассуждая так же, найти, например, частное 8:4. И они сначала находят число, на которое надо умножить 4, чтобы получить 8. Получают число 2 и делают вывод -8:4 = 2.

Далее, используя тот же способ рассуждений, находят частные 9:3,) 20:5 и др.

Видим, что умозаключения бывают разные. В примере 1 заключение логически следует из посылок, и мы не сомневаемся в его истинности. Такие умозаключения называют в логике дедуктивными.

Определение. Дедуктивным называется умозаключение, в котором посылки и заключение находятся в отношении логического следования.

Если посылки дедуктивного умозаключения обозначить буквами A_h A_2,..., $A_п$, а заключение - буквой В, то схематично само умозаключение можно представить так:Часто используют такую запись:В ней черта заменяет слово «следовательно».

Дедуктивным является умозаключение, которое рассмотрено в примере I.

Более подробно такие умозаключения мы рассмотрим позже, в пункте 26, а пока заметим, что в дедуктивном умозаключении всегда, когда истинны посылки, истинно и заключение.

Умозаключение, которое рассмотрено в примере 2, отлично от первого. В нем приведены три посылки частного характера, которые показывают, что некоторые натуральные числа обладают свойством: от перестановки множителей произведение не изменяется. И на этой основе сделан вывод, что этим свойством обладают все натуральные числа. Такие умозаключения называют неполной индукцией.

Определение. Неполная индукция - это умозаключение, в котором на основании того, что некоторые объекты класса обладают определенным свойством, делается вывод о том, что этим свойством обладают все объекты данного класса.

Неполная индукция не является дедуктивным умозаключением, поскольку, рассуждая по такой схеме, можно прийти к ложному выводу.

Рассмотрим, например, такие выражения: 3 + 5и3*5;2 + 7и2*7; 4 + 8 и 4*8. Видим, что 3 + 5 < 3*5, 2 + 1 < 2*7, 4 + 8 < 4*8, т.е. для некоторых натуральных чисел можно утверждать, что сумма меньше их произведения. И на основании того, что некоторые числа обладают указанным свойством, можно сделать вывод о том, что этим свойством обладают все натуральные числа, т. е.

Но это утверждение ложно, в чем можно убедиться с помощью контрпримера: числа 1 и 2 - натуральные, но сумма 1 + 2 не меньше, чем произведение 1 • 2.

Вообще к выводам, полученным с помощью неполной индукции, надо относиться критически, так как они носят характер предположения, гипотезы и нуждаются в дальнейшей проверке: их надо либо доказать, либо опровергнуть. Несмотря на то, что неполная индукция не всегда приводит к истинным выводам, роль таких умозаключений в процессе познания велика. Многие общие положения и, в частности, научные законы были открыты с помощью умозаключений, называемых неполной индукцией.

Третий пример - это пример рассуждения по аналогии.

Слово «аналогия» в переводе с греческого означает «соответствие, сходство».

Вообще под аналогией понимают умозаключение, в котором на основании сходства двух объектов в некоторых признаках и при наличии дополнительного признака у одного из них делается вывод о наличии такого же признака у другого объекта.

Заметим, что в этом описании сути понятия «аналогия» термин «объект» используется в широком смысле: им может быть реальный предмет, модель, рисунок, числовое или буквенное выражение, задача и т.д. В качестве признаков могут выступать свойства объектов, отношения между ними, способы деятельности и т.д.

Аналогия помогает открывать новые знания, способы деятельности или использовать усвоенные способы деятельности в измененных условиях.

Вывод по аналогии носит характер предположения, гипотезы и поэтому нуждается либо в доказательстве, либо в опровержении.

Например, ученик установил, что число делится на 6, если оно делится на 2 и на 3. Затем, действуя по аналогии, сделал вывод: число делится на 8, если оно делится на 2 и на 4. Чтобы убедиться в ложности полученного вывода, достаточно привести контрпример: число 12 делится на 2 и на 4, но не делится на 8.

Широко используется аналогия в обучении математике младших! школьников. Это происходит при изучении свойств объектов, отношений между ними и действий с ними. Приведем несколько примеров.

Аналогию можно использовать для «открытия» новых свойств изучаемых объектов. Например, если при изучении классов установлено, что в классе единиц три разряда - единицы, десятки, сотни, а в классе' тысяч также три разряда - единицы тысяч, десятки тысяч, сотни тысяч, то вывод о числе разрядов в классе миллионов и их названии дети могут сделать самостоятельно, по аналогии.

Аналогия может быть использована для установления отношений между данными объектами. Например, учащиеся установили, что 4-(3+7) > 4-3 + 4-6, так как 4-(3+7) = 4-3 + 4-7, а 4-7 > 4-6. Рассматривая затем выражения 3-(8 + 9) и 3-8 + 3-7, учащиеся могут по аналогии сделать вывод о том, что 3* (8+ 9) >38 + 3-7. Проверить его правильность можно либо путем рассуждений, аналогичных тем, что проводились при выполнении первого задания, либо при помощи вычислений.

Аналогия может быть использована и для выводов о способе действия на основе изучения другого способа. Так, после рассмотрения способа умножения двузначного числа на однозначное на примере умножения 27 на 3 (27 3 = (20+7)-3 = 20-3+7*3 = 81) детям предлагается умножить 721 на 4. Действуя по аналогии, они устанавливают, что 712-4 = (700 +10 + 2)-4 = 2800 + 40 + 8 = 2848. Далее по аналогии устанавливают, как умножить 6288 на 3. \

Следующим шагом может быть обобщение, т.е. получение правила \
умножения многозначного числа на однозначное, т.е. использование неполной индукции.

Упражнения

1. Объясните, почему приведенные ниже высказывания считают |

истинными:

а) 7 >5; в) (4 + 6):2 = 4:2 +6:2;

б) 7 + 3 > 7 + 1; г) (6-4):2 = (6:2)-4.

Сформулируйте правила, которыми вы воспользовались. Содержат ли они квантор общности?

2. Известно, что если в треугольнике углы при основании равны, то он - равнобедренный. Следует ли из этого, что:

а) треугольник с двумя углами по 40° - равнобедренный;

б) треугольник с двумя сторонами по 4 см - равнобедренный?

3. Даны два утверждения: A(x) - «число x четное» и B(x) - «запись 1 числа x оканчивается цифрой 4». Находятся ли они в отношении следования?

15. Учителю необходимо подвести учащихся к выводу о том, что «при сложении числа с нулем получается то число, которое складывали с нулем». Какой метод рассуждений вы выберете?

Схемы дедуктивных умозаключений

Рассмотрим подробнее дедуктивные (правильные) умозаключения. Согласно определению (п. 25), в дедуктивном умозаключении посылки и заключение находятся в отношении логического следования. Это означает, что в нем всегда из истинных посылок следует истинное заключение. Но как строить такие умозаключения и проверять их правильность?

В логике считают, что правильность умозаключения определяется его формой и не зависит от конкретного содержания входящих в Него утверждений. И в логике предлагаются такие правила, соблюдая которые, можно строить дедуктивные умозаключения. Эти правила называют правилами вывода или схемами дедуктивных (правильных) умозаключений. Правил много, но наиболее часто используются следующие:

Выясним, что обозначают все знаки, использованные в записи этих правил; как их применять на практике.

Рассмотрим, например, правило заключения. В нем обозначены две посылкиПервую называют общей посылкой, это может быть теорема, определение и, вообще, предложение вида Вторую посылку A(a) называют частной, она получается из условия A(x) при x = a. Предложение B(a) - это заключение, оно получается из B(x) при x ~ a. Посылки отделены от заключения чертой, которая заменяет слово «следовательно».

<u>Приведем пример умозаключения, выполненного по правилу заключения</u>**:**

Если запись числа x оканчивается цифрой 5, то число x делится на 5. Запись числа 135 оканчивается цифрой 5. Следовательно, число 135 делится на 5.

В качестве общей посылки в этом умозаключении выступает утверждение вида «если A(x), то B(x)», где A(x) - это «запись числа x оканчивается цифрой 5», а B(x) - «число x делится на 5». Частная посылка представляет собой высказывания, которая получается из условия общей посылки при x = 135 (т.е. это A(135)).

Заключение является высказыванием, полученным из B(x) при x = 135 (т.е. это B(135)).

<u>Приведем теперь пример умозаключения, выполненного по правилу отрицания:</u>

Если запись числа x оканчивается цифрой 5, то число x делится на 5. Число 177 не делится на 5, Следовательно, оно не оканчивается цифрой 5.

Видим, что в этом умозаключении общая посылка такая же, как и в предыдущем, а частная представляет собой отрицание высказывания

«число 177 делится на 5» (т. е. это Заключение - это отрицание предложения «Запись числа 177 не оканчивается цифрой 5» (т.е.

<u>И наконец, рассмотрим пример умозаключения, построенного по правилу силлогизма.</u>

Если число x кратно 12, то оно кратно 6. Если число x кратно 6, то оно кратно 3. Следовательно, если число x кратно 12, то оно кратно 3.

В этом умозаключении две посылки вида «если A(x), то B(x)» и «если B(x), то C(x)», где A (x) - это предложение «x кратно 12», B(x) - предложение "x кратно 6" и C(x) - предложение «x кратно 3». Заключение представляет собой высказывание «если A (x), то C(x)».

<u>Конечно, возникает вопрос, почему умозаключения, выполненные по правилам заключения, отрицания и силлогизма, будут дедуктивными (правильными)?</u> Дело в том, что, выполняя рассуждения по этим правилам, мы всегда будем получать истинное заключение, что и требуется в дедуктивном умозаключении. Убедиться в этом можно, если воспользоваться кругами Эйлера.

В логике существуют различные способы проверки правильности умозаключений. Мы рассмотрим тот, который предполагает использование кругов Эйлера. Сначала данное умозаключение можно записать на теоретико-множественном языке, затем посылки изобразить на кругах Эйлера, считая их истинными. После этого надо выяснить, всегда ли при таких посылках истинно заключение. Если оказывается, что всегда, то говорят, что данное умозаключение правильное, дедуктивное. Если же возможен рисунок, из которого видно, что заключение может быть ложным, то говорят, что всякое умозаключение, выполненное по такой схеме, является недуктивным, неправильным.

Покажем, что умозаключение, выполненное по правилу заключения, является дедуктивным. Сначала запишем это правило на теоретико-множественном языке.

Посылкаможет быть записана в видегде T_A и $T_в$ - множества истинности высказывательных форм A (x) и B(x).Частная посылка A (a) означает, что T_A, а заключение B (a) показывает, что a $T_в$.

Все умозаключение, построенное по правилу заключения, запишется на теоретико-множественном языке так:

Изобразив на кругах Эйлера множества T_A и $T_в$, и обозначив элемент a е T_A, мы увидим, что a $T_в$ (рис. 37), т.е.

Аналогичным образом можно проверить и другие правила дедуктивных умозаключений. Кроме того, такой способ проверки правильности умозаключений можно использовать и в тех случаях, когда умозаключение выполнено по схеме, отличной от рассмотренных.

Задача. Правильно ли следующее умозаключение: «если запись числа оканчивается цифрой 5, то число делится на 5. Число 125 делится на 5. Следовательно, запись числа 125 оканчивается цифрой 5».

Решение. Это умозаключение выполнено по схеме

которую в общем виде можно представить так:

Но такой схемы среди названных выше нет. Является ли она правилом дедуктивного умозаключения?

Чтобы ответить на этот вопрос, воспользуемся кругами Эйлера. На теоретико-множественном языке полученное правило можно записать так:

Изобразим на кругах Эйлера множества T_A и $T_в$ и обозначим элемент а, принадлежащий множеству $T_в$. Но оказывается, что он может содержаться в множестве T_A, а может и не принадлежать ему (рис. 38). В логике считают, что такая схема не является правилом дедуктивного умозаключения, так как она не гарантирует истинности заключения. И вообще при анализе умозаключения нельзя отождествлять правильность умозаключения с истинностью полученного заключения: заключение может быть истинным, а само умозаключение не быть дедуктивным, правильным.

Возвращаясь к вопросу нашей задачи, скажем, что данное в ней умозаключение не является правильным, так как выполнено по схеме, не гарантирующей истинности заключения.

Как же надо действовать, чтобы установить, правильно ли умозаключение или нет? Для этого есть два пути. Первый - это показать, что данное умозаключение выполнено по одному из известных правил вывода. Второй - сформулировать данное умозаключение на теоретико-множественном языке и воспользоваться кругами Эйлера так, как описано выше.

Полезно запомнить и не путать с правилом заключения такую схему:

а с правилом отрицания схему:

Эти схемы не гарантируют истинности заключения и, следовательно, не являются правилами дедуктивных умозаключений.

Заметим, что полное дедуктивное умозаключение по приведенным трем правилам требует указания двух посылок. Однако в процессе рассуждений эти правила иногда сокращают, опуская одну из посылок. Например, объясняя, почему 6 < 8, ученик говорит, что «6 при счете называют раньше, чем 8, значит, 6 < 8». Является ли это умозаключение дедуктивным? Если «да», то по какому правилу оно выполнено?

В объяснении ученика пропущена общая посылка: «если число а при счете называют раньше числа й, то а меньше b». Если ее восстановить, то умозаключение ученика примет вид:

а это правило заключения.

Заметим еще, что, выполняя умозаключения, можно менять очередность посылок и можно начинать с заключения, а потом воспроизводить посылки.

Заметим также, что если общие посылки в рассмотренных правилах дедуктивных умозаключений содержат более одной переменной, то это не нарушает смысла этих правил.

1. В каждом из следующих умозаключений выделите посылки и заключение:

а) Если число натуральное, то оно целое; если число целое, то она рациональное, следовательно, если число натуральное, то оно рациональное.

б) Если число натуральное, то оно целое; число 138 - натуральное, следовательно, оно целое.

в) Всякое натуральное число целое; число 138 - целое, следовательно, оно натуральное.

г) Всякое натуральное число целое; число 0,2 не является целым, следовательно, оно не является и натуральным.

2. Проанализируйте схему каждого умозаключения из упражнения I. Есть ли среди них умозаключения, не являющиеся дедуктивными?

3. Используя правило заключения, закончите умозаключение так, чтобы оно было дедуктивным:

а) Если четырехугольник - прямоугольник, то в нем диагонали равны. Четырехугольник A BCD...

б) Равные треугольники имеют равные площади. Треугольники ABC и KLM...

в) Для того чтобы ромб был квадратом, достаточно, чтобы в нем был прямой угол. Ромб ABCD...

4. Используя правило отрицания, закончите умозаключения из упражнения 3 так, чтобы они были дедуктивными.

5. Восстановите общую посылку в умозаключении:

а) Число 12- натуральное, следовательно, оно положительное.

б) Число 15 - нечетное, следовательно, оно не делится на 2.

6. Постройте дедуктивное умозаключение, доказывающее, что

а) 130 делится на 10