

- Елементи теорії ймовірностей

1. Події

Все, що відбувається або не відбувається в реальній дійсності, називається явищами або подіями.

Розділ математики, який називається **теорією ймовірностей**, займається дослідженням закономірностей у масових явищах.

Подію називають випадковою по відношенню до певного випробування (досліді), якщо в ході цього випробування вона може відбутися, а може й не відбутися.

Наприклад, якщо випробування полягає в одному киданні грального кубика, то в ході цього випробування можливі наступні події (результати випробування): на верхній грані кубика випаде число 1, число 2, ..., число 6.

Випадкові події зазвичай позначаються початковими буквами латинського алфавіту: A, B, C та ін.

Подію називають достовірною (вірогідною) по відношенню до певного випробування, якщо в ході цього випробування подія обов'язково відбудеться.

Наприклад, достовірною подією буде поява одного з шести чисел (1,2,3,4,5,6) при одному киданні грального кубика.

Подію називають неможливою по відношенню до певного випробування, якщо в ході цього випробування подія запевне не відбудеться.

Наприклад, неможливою подією є випадання числа 7 при киданні звичайного грального кубика.

У результаті певного випробування обов'язково відбувається одна із взаємовиключних подій, причому кожна з них не поділяється на більш прості.

Такі події називаються елементарними подіями (або елементарними вихідними випробуваннями).

Приклад:

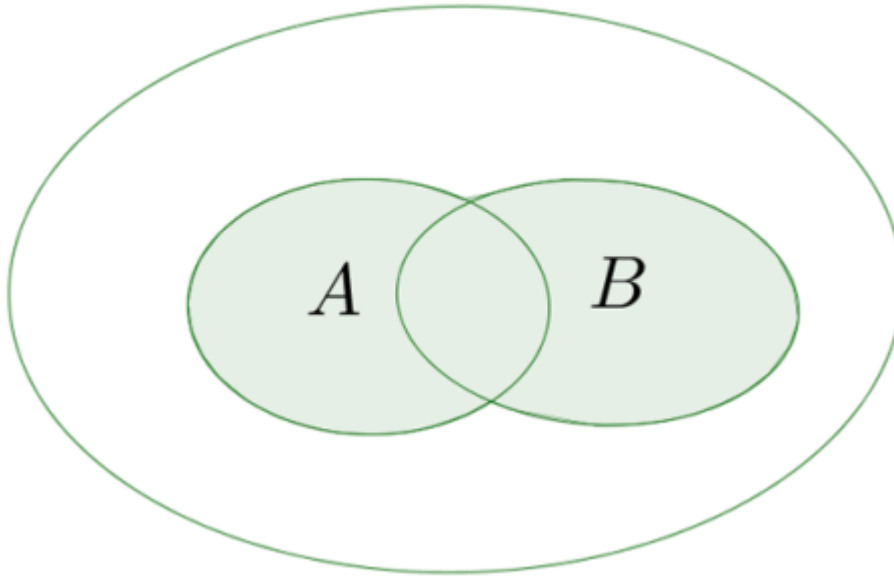
При киданні монети існують дві елементарні події: поява орла і поява решки.

Розглянені в останньому прикладі події **несумісні** (поява однієї з них виключає появу іншої), **єдино можливі** (обов'язково відбудеться одна з них) і **рівноможливі** (у кожній події рівні шанси відбутися).

2. Комбінації подій. Протилежні події

Сумою (об'єднанням) подій A і B називається подія, яка полягає в тому, що відбувається хоча б одна з даних подій. Суму подій A і B позначають $A+B$ (або $A \cup B$).

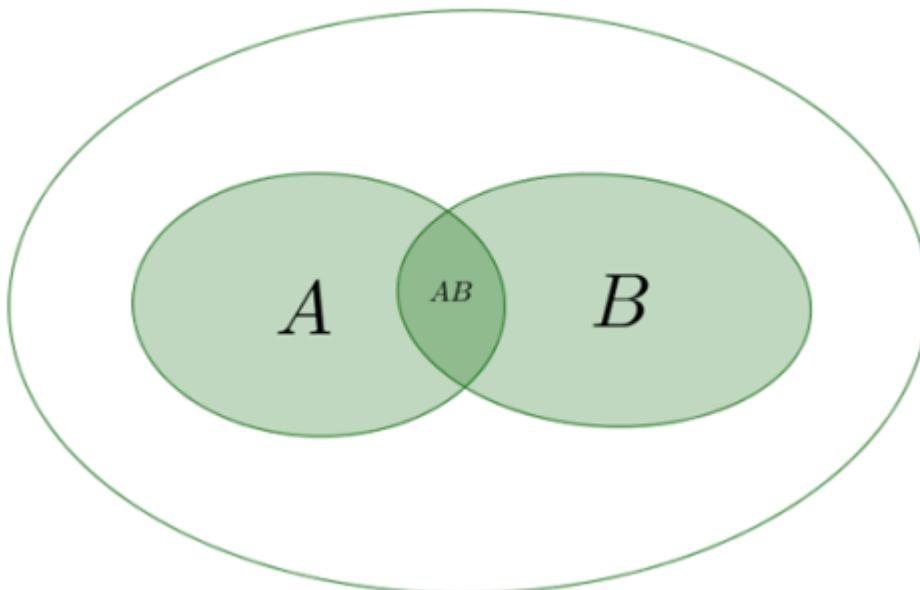
На малюнку за допомогою кіл Ейлера проілюстровано поняття суми подій A і B . Велике коло зображує всі елементарні події, які можуть відбутися в розгляненому випробуванні. Ліве коло зображує подію A , праве — подію B , а зафарбована область — $A+B$ подію.



Добутком (перетином) подій A і B називається подія, яка полягає в тому, що відбуваються обидві ці події. Добуток подій A і B позначають AB (або $A \cap B$).

Малюнок ілюструє за допомогою кіл Ейлера добуток подій A і B .

Область, зафарбована темніше (спільна частина кіл A і B), ілюструє подію AB .

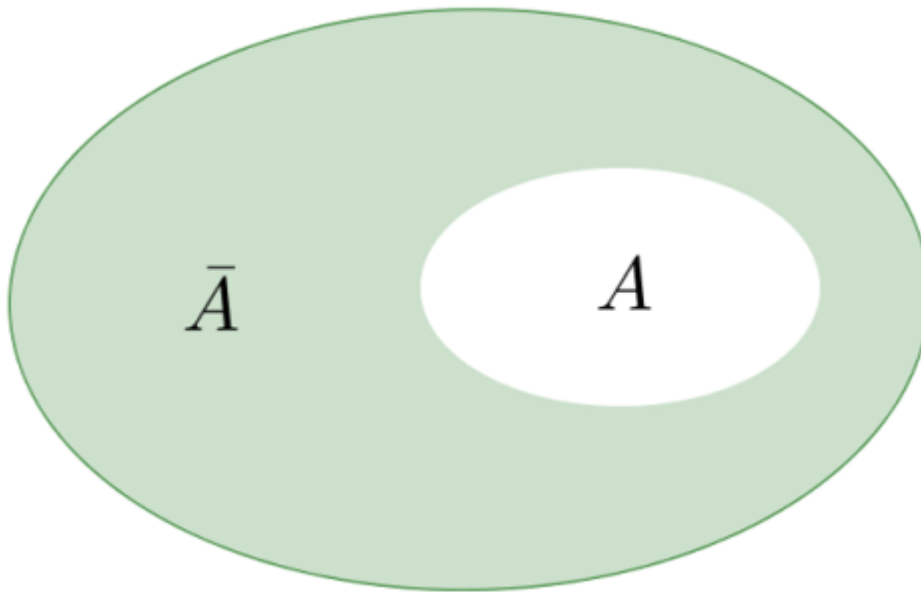


Події A і B називають рівними (рівносильними) й записують $A=B$, якщо подія A відбувається тоді й тільки тоді, коли відбувається подія B .

Наприклад, якщо у випробуванні з одним киданням грального кубика (подія A) випало число 6, а подія B — випало найбільше з можливих чисел, то $A=B$.

Подію $\overline{A}$ називають протилежною події A , якщо подія $\overline{A}$ відбувається тоді й тільки тоді, коли не відбувається подія A .

На малюнку проілюстровано взаємозв'язок подій A і $\overline{A}$ на множині всіх елементарних наслідків випробування (подія $\overline{A}$ зображена як зафарбована область).



3. Поняття теорії ймовірностей

Теорія ймовірностей — це розділ математики, що вивчає випадкові події та загальні властивості подій, процесів.

У теорії ймовірностей експерименти називаються дослідями, а можливі результати — наслідками.

Усі можливі результати разом створюють множину наслідків.

Монету кидають тричі й записують, якою стороною вгору вона падає — гербом ($г$) чи цифрою ($ц$). Знайди множину наслідків.

1-й кидок	2-й кидок	3-й кидок	Наслідки
цифра	цифра	цифра	ccc
цифра	цифра	герб	$ccг$
цифра	герб	цифра	$гcc$
цифра	герб	герб	$ггг$
герб	цифра	цифра	$гcc$

герб	цифра	герб	<i>гцг</i>
герб	герб	цифра	<i>ггц</i>
герб	герб	герб	<i>ггг</i>

Множина результатів цього досліду складається з 8 рівноосильно можливих результатів.

Будь-яке твердження про результат досліду, правильність якого можливо перевірити, називається подією.

Наприклад, події — це «*випаде цифра*» і «*випаде герб*».

Події позначаються великими буквами.

Наприклад, подія A — «*випаде цифра*».

Подія, яка не може відбутися, називається неможливою.

Наприклад, кинувши звичайний гральний кубик, випаде 14 пунктів.

Подія, яка відбувається завжди, називається достовірною.

Наприклад, кидаючи монету, випаде герб або цифра (інших можливостей немає).

4. Ймовірність протилежної події

Якщо всі результати досліду однаково можливі, то ймовірність $P(A)$ будь-якої події A можна обчислити за формулою:

$P(A) = \frac{\text{кількість наслідків, сприятливих події } A}{\text{кількість усіх можливих наслідків}}$

Ймовірність протилежної події можна обчислити за формулою: $P(A^{\text{---}}) = 1 - P(A)$

Кидається гральний кубик. Подія A — випаде цифра 2.

Раніше вже було з'ясовано, що $P(A) = \frac{1}{6}$.

Протилежна подія $A^{\text{---}}$ — не випаде цифра 2 (тобто випаде 1, 3, 4, 5 або 6).

$$P(A^{\text{---}}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Цю формулу зручно використовувати, якщо в досліді багато наслідків.

Приклад:

У кошику лежать 100 пронумерованих куль. Яка ймовірність, що не витягнуть кульку під номером 6?

Подія A — виймуть кульку під номером 6.

Подія $A^{\text{---}}$ — вийнята кулька не буде під номером 6.

$$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{1}{100}=\frac{99}{100}$$

Тренувальний тест: <https://www.iznotest.info/pochatki-teoriyi-ymovirnosti/>